

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET STATYSTYKI I EKONOMETRII

PRZEGLĄD STATYSTYCZNY

STATISTICAL REVIEW

TOM 57

2-3

2010



DOM WYDAWNICZY ELIPSA
WARSZAWA 2010

WYDAWCA

Komitet Statystyki i Ekonometrii Polskiej Akademii Nauk

RADA REDAKCYJNA

Andrzej S. Barczak, Czesław Domański, Krzysztof Jajuga, Witold Jurek,
Michał Kolupa (Przewodniczący), Józef Pociecha, Danuta Strahl

KOMITET REDAKCYJNY

Mirosław Szreder (Redaktor Naczelny),
Magdalena Osińska (Zastępca Redaktora Naczelnego),
Marek Walesiak (Zastępca Redaktora Naczelnego),
Krzysztof Najman (Sekretarz Naukowy)

Wydanie publikacji dofinansowane przez Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego

© Copyright by Komitet Statystyki i Ekonometrii PAN

Strona WWW „Przeglądu Statystycznego”:

<http://www.przegladstatystyczny.pan.pl>

Nakład 300 egz.



Realizacja wydawnicza:
Dom Wydawniczy ELIPSA,
ul. Inflancka 15/198, 00-189 Warszawa
tel./fax (22) 635 03 01, 635 17 85, e-mail: elipsa@elipsa.pl
www.elipsa.pl

OD REDAKCJI

W bieżącym numerze po raz pierwszy ukazuje się nowy dział czasopisma zatytułowany *Dydaktyka i nauka*. Pragniemy w nim poruszać istotne kwestie dydaktyczne związane z teorią statystyki i ekonometrii. Prace publikowane w tym dziale powinny wiązać ze sobą zagadnienia naukowe z ich aspektem dydaktycznym. Adresatami tych prac są przede wszystkim młodzi pracownicy nauki, stosujący w swoich badaniach metody statystyczne i ekonometryczne, doktoranci, a także studenci kierunków ekonomicznych i społecznych.

Zapraszamy do nadsyłania oryginalnych prac do działu *Dydaktyka i nauka*, których publikacja przyczynić się może do udoskonalenia sposobów wyjaśniania i nauczania statystyki, a także do właściwego rozumienia jej metodyki w różnych kręgach młodych badaczy. Wyrażamy nadzieję, że będzie to także możliwość upowszechniania metod statystycznych i ekonometrycznych wśród osób do tej pory mniej chętnych ilościowej analizie zjawisk.

Redakcja

EMIL PANEK

STABILNOŚĆ STANU RÓWNOWAGI NA RYNKU KONKURENCYJNYM Z NIEKLASYCZNYM RÓWNANIEM DYNAMIKI CEN I CZASEM DYSKRETNYM

1. WSTĘP

W pracy [2] przedstawiony został model stacjonarnego rynku konkurencyjnego z następującym nieklasycznym równaniem dynamiki cen:

$$p(t+1) = \frac{p(t) + \sigma z(p(t))}{\|p(t) + \sigma z(p(t))\|}, \quad (1)$$

gdzie:

t – dyskretna zmienna czasu, $t = 0, 1, \dots$,

$p(t) = (p_1(t), \dots, p_n(t))$ – wektor cen towarów na rynku (n – liczba towarów),

$z(p) = (z_1(p), \dots, z_n(p))$ – wektorowa funkcja popytu nadwyżkowego na towary,

σ – parametr dodatni,

$$\frac{p(t) + \sigma z(p)}{\|p + \sigma z(p)\|} = \left(\frac{p_1(t) + \sigma z_1(p)}{\|p + \sigma z(p)\|}, \dots, \frac{p_n(t) + \sigma z_n(p)}{\|p + \sigma z(p)\|} \right), \|p\| = \sum_i |p_i|.$$

W równaniu (1) ceny są unormowane:

$$\forall t \geq 0 \left(p(t) \in P_+^n(1) = \left\{ p \in R_+^n \mid \sum_i p_i = 1 \right\} \right).$$

Uogólnia ono klasyczne równanie dynamiki cen na rynku konkurencyjnym i opisuje taki mechanizm ich kształtowania, który wpływa hamująco z jednej strony na wzrost cen, towarów w nadmiarze (których podaż jest większa od popytu), z drugiej strony na spadek cen towarów deficytowych (oferowanych w niewystarczającej ilości). We wspomnianej pracy dowód twierdzenia o globalnej stabilności rynku z równaniem dynamiki cen (1) był przeprowadzony przy założeniu, że odwzorowanie

$$\phi(p) = \frac{p + \sigma z(p)}{\|p + \sigma z(p)\|} \quad (2)$$

simpleksu $P_+^n(1)$ w siebie jest kontrakcją (odwzorowaniem zwężającym). Nie ma szczególnego uzasadnienia dla tego założenia. Poniżej przedstawiamy dowód twier-

dzenia o globalnej stabilności rynku z równaniem dynamiki cen (1), w którym nie jest wymagana kontrakcja odwzorowania ϕ . Inaczej też definiujemy normę $\|p\|$. Obecnie

$$\|p\| = \left(\sum_i p_i^z \right)^{\frac{1}{2}} \text{ (norma Euklidesa)}^1.$$

2. DEFINICJE I ZAŁOŻENIA

Obowiązują ponadto następujące standardowe założenia²:

- (I) $z \in C^1(R_+^n \setminus \{0\})$,
- (II) $\forall i (p_i = 0 \Rightarrow z_i(p) > 0)$,
- (III) $\forall p \in P_+^n(1) (\langle p, z(p) \rangle = 0)$,
- (IV) $\forall p, p^1, p^2 \in P_+^n(1) \forall \lambda = p^1 - p^2 \neq 0 (\lambda J(p) \lambda^T < 0)$,

gdzie

$$J(p) = \left(\frac{\partial z_i(p)}{\partial p_j} \right)_{(n,n)}$$

(tutaj i wszędzie dalej $\langle x, y \rangle = \sum_i x_i y_i$).

Przy założeniach (I)-(III) istnieje dokładnie jeden taki dodatni wektor cen $\bar{p} \in P_+^n(1)$, że $z(\bar{p}) = 0$, zob. np. [1], rozdz. 3, twierdzenie 3.1. Nazywamy go wektorem cen równowagi rynkowej.

Rozwiązanie $(p(t))_{t=0}^\infty$ równania (1) z warunkiem początkowym

$$p(0) = p^0 \in P_+^n(1) \tag{3}$$

nazywamy (p^0, ∞) – dopuszczalną trajektorią cen.

Rynek jest globalnie asymptotycznie stabilny, jeżeli każda (p^0, ∞) – dopuszczalna trajektoria cen jest przy $t \rightarrow +\infty$ asymptotycznie zbieżna do \bar{p} :

$$\lim_t p(t) = \bar{p}.$$

Zauważmy, że warunek $z(\bar{p}) = 0$ jest równoważny z tym, że $\bar{p} = \phi(\bar{p})$. Ponadto:

- jeżeli $p^0 = \bar{p}$, to $\forall t \geq 0 (p(t) = \bar{p})$,
- jeżeli $p^0 \neq \bar{p}$, to $\forall t \geq 0 (p(t) \neq \bar{p})$.

¹ Wektory cen zlokalizowane są na kuli o promieniu $r = 1$, ze środkiem w 0 (w pracy [2]) pozostawały na simpleksie jednostkowym).

² Z interpretacją ekonomiczną założeń można zapoznać się np. w [1] rozdz. 3.

3. TWIERDZENIE O STABILNOŚCI RYNKU

Przy dowodzie twierdzenia pomocny będzie następujący lemat.

Lemat 1. Jeżeli $(p(t))_{t=0}^{\infty}$ jest taką (p^0, ∞) – dopuszczalną trajektorią cen, że $p^0 \neq \bar{p}$, to

$$\forall t \geq 0 (\langle \bar{p}, z(p(t)) \rangle > 0) \quad (*)$$

(wyrażona w cenach równowagi wartość nie zrównoważonego popytu nadwyżkowego jest zawsze dodatnia).

Dowód. Jeżeli $p^0 \neq \bar{p}$, to $\forall t \geq 0 \ p(t) \neq \bar{p}$. Ustalmy czas t i przyjmijmy oznaczenia:

$$\begin{aligned} p^1 &= \bar{p}, p^2 = p(t) \\ p(\tau) &= p^1 + \tau(p^2 - p^1), \\ \Pi(\tau) &= \langle p^2 - p^1, z(p(\tau)) - z(p^1) \rangle, \end{aligned}$$

gdzie $\tau \in [0, 1]$. Wówczas $p(0) = p^1$, $p(1) = p$, $\Pi(0) = 0$

oraz $\forall \tau \in [0, 1] (p(\tau) \in P_+^n(1))$.

Odwzorowanie $\Pi: [0, 1] \rightarrow R^1$ jest ciągle i różniczkowalne (gładkie),

$$\dot{\Pi}(\tau) = \lambda J(p(\tau)) \lambda^T,$$

gdzie $\lambda = p^2 - p^1$, $J(p) = \left(\frac{\partial z_i(p)}{\partial p_j} \right)_{(n,n)}$. Przy założeniu (IV)

$$\forall \tau \in [0, 1] (\Pi(\tau) < 0),$$

tzn.

$$\begin{aligned} \Pi(1) &= \langle p^2 - p^1, z(p^2) - z(p^1) \rangle = \langle p(t) - \bar{p}, z(p(t)) - z(\bar{p}) \rangle = \\ &= \langle p(t), z(p(t)) \rangle - \langle \bar{p}, z(p(t)) \rangle = -\langle \bar{p}, z(p(t)) \rangle < 0, \end{aligned}$$

co kończy dowód lematu.

Faktycznie udowodniliśmy więcej niż głosi teza lematu 1, a mianowicie, że warunek (*) spełniają nie tylko wektory tworzące (p^0, ∞) – dopuszczalną trajektorię cen, lecz że warunek ten spełnia każdy wektor cen $p \in P_+^n(1) \setminus \{\bar{p}\}$.

Przy dowodzie twierdzenia o stabilności rynku z równaniem dynamiki cen (1) będzie nam potrzebna dodatkowo następująca własność funkcji popytu nadwyżkowego $z(p)$:

$$(V) \inf_{\|p\|=1} \frac{\langle \bar{p}, z(p) \rangle}{\langle z(p), z(p) \rangle} = v_{\bar{p}} > 0.$$

Nie potrafimy wprowadzić pokazać, jak obszerna klasa funkcji popytu nadwyżkowego czyni zadość założeniu V, ale nawet proste przykłady pokazują, że nie jest to założenie restrykcyjne. Np., jeżeli weźmiemy rynek 2×2 z funkcjami użyteczności kupców $u^k(x_1, x_2) = a_k \ln x_1 + b_k \ln x_2$ i zapasami towarów $y^k = (y_1^k, y_2^k) \neq 0$ ($a_k > 0, b_k > 0, y_1^k + y_2^k > 0, k = 1, 2$), to odpowiadająca im funkcja popytu nadwyżkowego ma postać

$$z(p_1, p_2) = (z_1(p_1, p_2), z_2(p_1, p_2)) = \left(A \frac{p_2}{p_1} - B, B \frac{p_1}{p_2} - A \right), \quad (4)$$

gdzie: $A = \frac{a_1 y_1^2}{a_1 + b_1} + \frac{a_2 y_2^2}{a_2 + b_2}, B = \frac{b_1 y_1^2}{a_1 + b_1} + \frac{b_2 y_2^2}{a_2 + b_2}$. Ceny równowagi tworzy wektor $\bar{p} = (\bar{p}_1, \bar{p}_2) = \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right)$ (ceny równowagi istnieją, choć na brzegu $P_+^2(1)$ nie jest spełnione założenie (I)). Łatwo sprawdzić, że $\forall p \in P_+^2(1) \setminus \{\bar{p}\}$

$$\langle \bar{p}, z(p) \rangle = \frac{(Ap_2 - Bp_1)^2}{\sqrt{A^2 + B^2} p_1 p_2}, \langle z(p), z(p) \rangle = \frac{(Ap_2 - Bp_1)^2 (p_1^2 + p_2^2)}{p_1^2 p_2^2},$$

a stąd

$$\inf_{\|p\|=1} \frac{\langle \bar{p}, z(p) \rangle}{\langle z(p), z(p) \rangle} = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} \inf_{\|p\|=1} \frac{p_1 p_2}{p_1^2 + p_2^2} = \frac{1}{2\sqrt{A^2 + B^2}} > 0.$$

Twierdzenie 1. Jeżeli spełnione są założenia (I)-(V) i parametr $\sigma > 0$ w (1) jest dostatecznie mały, to rynek konkurencyjny z nieklasycznym równaniem dynamiki cen (1) jest globalnie asymptotycznie stabilny (w równaniu (1) $\|p + \sigma z(p)\|$ oznacza normę Euklidesa wektora $p + \sigma z(p)$).

Dowód. Weźmy dowolną (p^0, ∞) -dopuszczalną trajektorię cen $(p(t))_{t=0}^\infty$ z warunkiem początkowym $p^0 \neq \bar{p}$ i wprowadźmy funkcję $V(t) = \|p(t) - \bar{p}\|^2 = \langle p(t) - \bar{p}, p(t) - \bar{p} \rangle$.

Aby udowodnić twierdzenie wystarczy pokazać, że $\lim_t V(t) = 0$.

Z definicji funkcji $V(t)$ otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \Delta V(t) &= V(t+1) - V(t) = \left\langle \frac{p(t) + \sigma z(p(t))}{\|p(t) + \sigma z(p(t))\|} - \bar{p}, \frac{p(t) + \sigma z(p(t))}{\|p(t) + \sigma z(p(t))\|} - \bar{p} \right\rangle - \\ &= \left\langle p(t) - \bar{p}, p(t) - \bar{p} \right\rangle = \left\langle -2\bar{p}, \frac{p(t) + \sigma z(p(t))}{\|p(t) + \sigma z(p(t))\|} \right\rangle + 2\langle \bar{p}, p(t) \rangle = -2F(p(t), \sigma), \end{aligned}$$

gdzie

$$F(p, \sigma) = \left\langle \bar{p}, \frac{p + \sigma z(p)}{\|p + \sigma z(p)\|} \right\rangle - \langle \bar{p}, p \rangle, F \in C^0(P_+^n(1) \times R_+^1), F(\bar{p}, \sigma) = F(p, 0) = 0$$

oraz

$$\forall p \in P_+^n(1) (\|p + \sigma z(p)\| \geq 1).$$

Pokażemy, że

$$\exists \underline{\sigma} > 0 \quad \forall \sigma \in (0, \underline{\sigma}) \quad \forall p \in P_+^n(1) \quad (F(p, \sigma) > 0).$$

Zauważmy, że

$$\begin{aligned} F(p, \sigma) > 0 &\Leftrightarrow \langle \bar{p}, p + \sigma z(p) \rangle - \langle \bar{p}, p \rangle \|p + \sigma z(p)\| > 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \sigma^2 G(p) + 2\sigma H(p) > 0 \Leftrightarrow \sigma G(p) + 2H(p) > 0 \end{aligned}$$

gdzie

$$\begin{aligned} G(p) &= \langle \bar{p}, z(p) \rangle^2 - \langle \bar{p}, p \rangle^2 \langle z(p), z(p) \rangle, H(p) = \langle \bar{p}, p \rangle \langle \bar{p}, z(p) \rangle > 0, \\ G, H &\in C^0(P_+^n(1)). \end{aligned}$$

Jeżeli $G(p) \geq 0$ na $P_+^n(1)$, wtedy $\forall p \neq \bar{p}$ nierówność $\sigma G(p) + 2H(p) > 0$ zachodzi przy dowolnej wartości parametru $\sigma > 0$. Jeżeli $\exists p \in P_+^n(1) G(p) < 0$, to warunek

$$\forall p \in P_+^n(1) (p \neq \bar{p} \Rightarrow F(p, \sigma) > 0)$$

jest równoważny z następującym:

$$\forall p \in P_+^n(1) \left(p \neq \bar{p} \Rightarrow 0 < \sigma < 2 \inf_{\|p\|=1} \frac{-H(p)}{G(p)} = 2 \inf_{\|p\|=1} \frac{\langle \bar{p}, p \rangle \langle \bar{p}, z(p) \rangle}{\langle \bar{p}, p \rangle^2 \langle z(p), z(p) \rangle - \langle \bar{p}, z(p) \rangle^2} \right).$$

Ponieważ

$$\begin{aligned} &\frac{\langle \bar{p}, p \rangle \langle \bar{p}, z(p) \rangle}{\langle \bar{p}, p \rangle^2 \langle z(p), z(p) \rangle - \langle \bar{p}, z(p) \rangle^2} > \frac{\langle \bar{p}, p \rangle \langle \bar{p}, z(p) \rangle}{\langle \bar{p}, p \rangle^2 \langle z(p), z(p) \rangle} > \\ &> \frac{\langle \bar{p}, z(p) \rangle}{\langle \bar{p}, p \rangle \langle z(p), z(p) \rangle} > \frac{\langle \bar{p}, z(p) \rangle}{\langle z(p), z(p) \rangle} \geq \inf_{\|p\|=1} \frac{\langle \bar{p}, z(p) \rangle}{\langle z(p), z(p) \rangle} = v_{\bar{p}} > 0, \end{aligned}$$

więc w charakterze parametru $\underline{\sigma} > 0$ wystarczy przyjąć

$$\underline{\sigma} = 2v_{\bar{p}} > 0.$$

Biorąc dowolny parametr $\sigma \in (0, \varrho)$ mamy $\forall t \geq 0$

$$\Delta V(t) = -2F(p(t), \sigma) < 0,$$

zatem $\exists \left(\lim_t V(t) = \bar{V} \geq 0 \right)$. Załóżmy, że $\bar{V} > 0$. Wówczas

$$\exists \varepsilon > 0 \forall t \geq 0 \left(p(t) \notin U_\varepsilon(\bar{p}) = \left\{ p \in P_+^n(1) \mid \|p - \bar{p}\| < \varepsilon \right\} \right),$$

tzn.

$$\forall t \geq 0 \left(p(t) \in \Omega = P_+^n(1) \setminus U_\varepsilon(\bar{p}) \right).$$

Ponieważ zbiór Ω jest zwarty $F(\cdot, \sigma) \in C^0(\Omega)$ i $\forall p \in \Omega F(p, \sigma) > 0$, więc

$$\exists \max_{p \in \Omega} F(p, \sigma) = -\varepsilon' < 0,$$

tzn.

$$\forall t \geq 0 \left(\Delta V(t) = -2F(p(t), \sigma) \leq -\varepsilon' \right),$$

czyli

$$0 \leq V(t) \leq V(0) - \varepsilon' t \rightarrow -\infty.$$

Otrzymana sprzeczność kończy dowód twierdzenia.

4. PRZYKŁAD

Kontynuując przykład rynku 2×2 z funkcją popytu nadwyżkowego (4) przyjmijmy następujące wartości parametrów: $a_1 = 0,5$, $a_2 = 0,25$, $b_1 = 0,5$, $b_2 = 0,75$, $y_1 = (10, 0)$, $y_2 = (5, 20)$.

Wówczas

$$(z_1(p_1, p_2), z_2(p_1, p_2)) = \left(5 \frac{p_2}{p_1} - \frac{35}{4}, \frac{35}{4} \frac{p_1}{p_2} - 5 \right). \quad (5)$$

Ceny równowagi rynkowej tworzy wektor

$$\bar{p} = (\bar{p}_1, \bar{p}_2) = \left(\frac{4}{\sqrt{65}}, \frac{7}{\sqrt{65}} \right) \approx (0,496, 0,868).$$

Aby rynek był globalnie asymptotycznie stabilny należy w równaniach dynamiki cen

$$\begin{aligned}
 p_1(t+1) &= \frac{p_1(t) + \sigma z_1(p_1(t), p_2(t))}{\|p_1(t) + \sigma z(p_1(t), p_2(t))\|}, \\
 p_2(t+1) &= \frac{p_2(t) + \sigma z_2(p_1(t), p_2(t))}{\|p_1(t) + \sigma z(p_1(t), p_2(t))\|}
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

przyjąć parametr $\sigma \in (0; 0,0468)$.

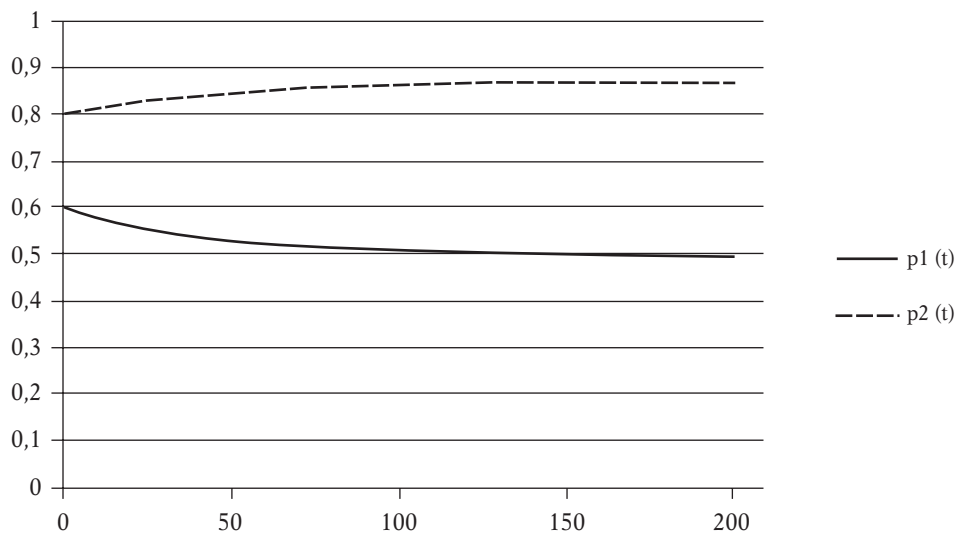
Przykładowe stabilne trajektorie cen prezentujemy w tabelach (oraz na rysunkach) 1, 2. W tabeli (oraz na rysunku) 3 prezentujemy przykład trajektorii cen na rynku niestabilnym, z parametrem $\sigma > g$.

Tabela 1

Rozwiązanie układu równań (6) z warunkiem początkowym $p^0 = (0,6; 0,8)$ i parametrem $\sigma = 0,001$

t	$p_1(t)$	$p_2(t)$	$z_1(t)$	$z_2(t)$
0	0,6	0,8	-2,08333	1,5625
1	0,597915	0,80156	-2,04704	1,526966
2	0,595866	0,803084	-2,0112	1,492252
3	0,593853	0,804574	-1,97581	1,458338
4	0,591875	0,80603	-1,94088	1,425205
5	0,589932	0,807453	-1,9064	1,392832
6	0,588024	0,808843	-1,87237	1,3612
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
200	0,497223	0,867623	-0,02531	0,014502
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
1000	0,496139	0,868243	-1,5E-10	8,65E-11

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 1. Wykres trajektorii cen z tabeli 1

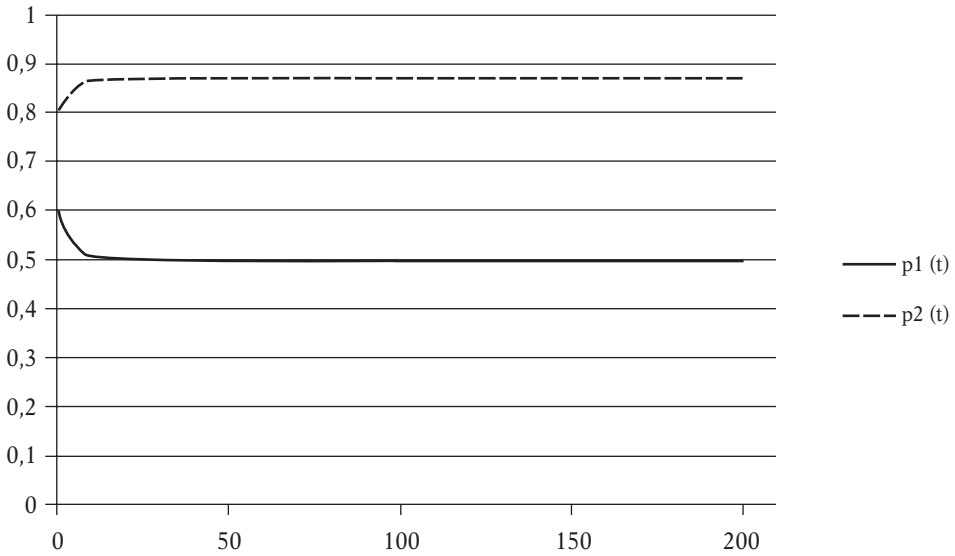
Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2

Rozwiązanie układu równań (6) z warunkiem początkowym $p^0 = (0,6; 0,8)$ parametrem $\sigma = 0,001$

t	$p_1(t)$	$p_2(t)$	$z_1(t)$	$z_2(t)$
0	0,6	0,8	-2,08333	1,5625
1	0,57897	0,815349	-1,70863	1,213282
2	0,561761	0,8273	-1,38655	0,941506
3	0,547818	0,836597	-1,11428	0,72965
4	0,536628	0,843819	-0,88776	0,564575
5	0,527721	0,849418	-0,70202	0,436146
6	0,520683	0,85375	-0,55163	0,33643
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
150	0,496139	0,868243	0	0

Źródło: opracowanie własne.



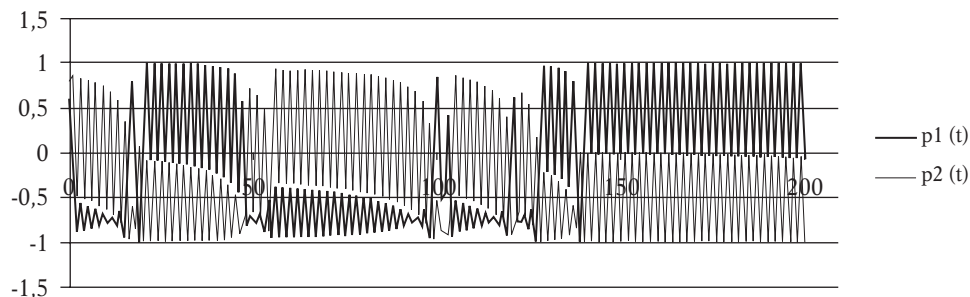
Rysunek 2. Wykres trajektorii cen z tabeli 2

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Rozwiązanie układu równań (6) z warunkiem początkowym $p^0 = (0,6; 0,8)$ i parametrem $\sigma = 1$

t	$p_1(t)$	$p_2(t)$	$z_1(t)$	$z_2(t)$
0	0,6	0,8	-2,08333	1,5625
1	-0,53174	0,846906	-16,7135	-10,4938
2	-0,87273	-0,4882	-5,95302	10,64185
3	-0,5579	0,829907	-16,1878	-10,8821
4	-0,85738	-0,51468	-5,74855	9,576302
5	-0,58908	0,808071	-15,6087	-11,3788
6	-0,83745	-0,54652	-5,48699	8,407884
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
195	0,998695	-0,05106	-9,00565	-176,134
196	-0,0454	-0,99897	101,2702	-4,60235
197	0,998473	-0,05525	-9,02668	-163,127
198	-0,04914	-0,99879	92,88035	-4,56952
199	0,998206	-0,05988	-9,04992	-150,874
200	-0,05327	-0,99858	84,97799	-4,53322

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3. Wykres trajektorii cen z tabeli 3

Źródło: opracowanie własne.

Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu

LITERATURA

- [1] Panek E., [2003], *Ekonomia matematyczna*, Wydawnictwo AEP, Poznań.
- [2] Panek E., [2005], *Model stacjonarnego rynku z nieklasycznym równaniem dynamiki cen*, „Przegląd Statystyczny” nr 3/2005.

Praca wpłynęła do redakcji w lipcu 2010 r.

STABILNOŚĆ STANU RÓWNOWAGI NA RYNKU KONKURENCYJNYM
Z NIEKLASYCZNYM RÓWNANIEM DYNAMIKI CEN I CZASEM DYSKRETNYM

Streszczenie

Artykuł nawiązuje do pracy E. Panek (2005), w której udowodniono twierdzenie o stabilności rynku konkurencyjnego z czasem dyskretnym $t = 0, 1, \dots$ i nieklasycznym równaniem dynamiki cen postaci

$$p(t+1) = \phi(p(t)) \quad (*)$$

przy założeniu, że odwzorowanie $\phi: P_+^n(1) \rightarrow P_+^n(1)$ jest kontrakcją, gdzie $P_+^n(1)$ jest simpleksem jednostkowym w R^n . Obecnie dowodzimy, że rynek pozostaje stabilny także bez założenia o kontrakcji ϕ , o ile tylko zmiany cen z okresu na okres w równaniu (*) nie będą zbyt gwałtowne.

Słowa kluczowe: rynek konkurencyjny, równowaga rynkowa, stabilność rynku

STABILITY OF COMPETITIVE MARKET EQUILIBRIUM WITH NON-CLASSICAL EQUATION
OF PRICE DYNAMICS AND DISCRETE TIME

Summary

The article refers to E. Panek's (2005) paper, in which a competitive stability theorem with discrete time $t = 0, 1, \dots$ and a non-classical equation of price dynamics given by:

$$p(t + 1) = \phi(p(t)) \quad (*)$$

was proved under the assumption that the relation $\phi: P_+^n(1) \rightarrow P_+^n(1)$ is a contraction, where $P_+^n(1)$ is a unit simplex in R^n . We prove currently, that a market is stable without the assumption of ϕ contraction, if periodically price changes in the equation (*) are not too rapid.

Key words: competitive market, market equilibrium, market stability

JACEK KWIATKOWSKI

BAYESOWSKA ESTYMACJA MODELU LOKALNEGO POZIOMU O ROZKŁADACH DOPUSZCZAJĄCYCH WARUNKOWY ROZKŁAD t -STUDENTA I ZMIENNĄ WARIANCJĘ¹

1. WSTĘP

Model lokalnego poziomu (ang. *Local Level Model*; LL) jest znaną od dawna konstrukcją modelową, która umożliwia bardziej elastyczne podejście do opisu warunkowej średniej procesu. W tym przypadku średnia traktowana jest jako odrębny proces stochastyczny, i tym samym może lepiej opisywać gwałtowne wzrosty lub spadki poziomu badanego zjawiska. Ze względu na własności szeregów czasowych, zwłaszcza finansowych, w ciągu ostatnich dwudziestu lat zaczęły pojawiać się prace, które modelując losową w czasie średnią, uwzględniały jednocześnie zmienną warunkową wariancję. Autorami takich prac są, na przykład: Harvey, Ruiz i Sentana [9], Kim i Nelson [10], Bos [2]. W ostatnich latach podjęto również próby uwzględnienia warunkowej zmienności wariancji, nie tylko w równaniu obserwacji, ale również w równaniu dla średniej. Tego typu konstrukcję modelową użyto w [7] i [23] do opisu kwartalnych danych wskaźnika cen konsumenta CPI w Stanach Zjednoczonych, a także w [20] i [21] dla kursu brytyjskiego funta względem euro. We wspomnianych pracach autorzy opisują własności modelu lokalnego poziomu, w którym warunkowe wariancje, w równaniu obserwacji i nieobserwowalnej średniej, są procesem GARCH(1,1) lub zmienności stochastycznej (ang. *Stochastic Volatility*; SV).

Prezentowany artykuł bezpośrednio nawiązuje do najnowszych publikacji dotyczących modelu lokalnego poziomu, a także jest ich rozszerzeniem. Artykuł ten, po pierwsze, przedstawia pełną, łączną estymację parametrów w modelu lokalnego poziomu z różnymi rodzajami zakłóceń losowych, w odróżnieniu od publikacji [20], [21] i [23], gdzie prawdopodobnie stosowano procedury dwuetapowe, tzn. w pierwszej kolejności używano filtr Kalmana, a następnie po wyliczeniu zakłóceń losowych, estymowano parametry dotyczące struktury GARCH lub SV. Po drugie, artykuł rozważa zakłócenia losowe, które są procesami GARCH(1,1) z warunkowym rozkładem t -Studenta. Po trzecie, przedstawione badania dotyczą aktywów notowanych na giełdzie papierów wartościowych, a jak dotąd, mało wiadomo na temat empirycznych własności modelu lokalnego poziomu dla tego typu danych.

¹ Praca naukowa finansowana ze środków na naukę w latach 2009-2011 jako projekt badawczy numer N N111 431737. Autor dziękuje anonimowemu recenzentowi za bardzo wnikliwe uwagi i poprawki. Adres elektroniczny: jkwiat@umk.pl

Układ artykułu jest następujący. W części drugiej przedstawiono postać i własności modelu lokalnego poziomu. Oprócz rysu historycznego omówiono również najnowsze badania w tym zakresie. W części trzeciej przedstawiono bayesowską analizę modelu lokalnego poziomu. Ostatnia, czwarta część zawiera badania empiryczne dotyczące szeregu notowań wybranej spółki giełdowej. Całość pracy kończy wniosek.

2. POSTAĆ I WŁASNOŚCI MODELU LOKALNEGO POZIOMU

Model lokalnego poziomu ma długą tradycję i dobrze ugruntowaną pozycję w analizie szeregów czasowych. Jest on na przykład wykorzystywany w interpretacji popularnej metody prognozowania znanej jako wyrównywanie wykładnicze, często stosowanej w ekonometrii (zob. np. [13]). Model LL jest również najprostszym modelem przestrzeni stanów. Jego własności można znaleźć w licznych publikacjach: [4], [8], [11], [20] oraz [24]. Ma on następującą postać:

$$y_t = \delta_t + \varepsilon_t, \{\varepsilon_t\} \sim D(0, \sigma_t^2), \quad (1)$$

$$\delta_t = \delta_{t-1} + \eta_t, \{\eta_t\} \sim D(0, \omega_t^2) \text{ oraz } \delta_0 = 0. \quad (2)$$

W modelu tym przez y_t , dla $t = 1, \dots, T$, oznaczono obserwacje zmiennej zależnej, a $D(0, \sigma_t^2)$ i $D(0, \omega_t^2)$ oznaczają dowolne rozkłady o wartości oczekiwanej równej zero i wariancji, odpowiednio σ_t^2 i ω_t^2 . Procesy $\{\varepsilon_t\}$ i $\{\eta_s\}$ są niezależne dla wszystkich s i t . W modelu LL zmienną $\{\delta_t\}$ traktuje się jako odrębny proces stochastyczny, natomiast zakłócenia losowe $\{\varepsilon_t\}$ i $\{\eta_t\}$ mogą być procesami typu GARCH lub SV. W modelach przestrzeni stanów równanie (1) nosi nazwę równania obserwacji, natomiast równanie (2) – równania stanu.

Najczęściej przyjmuje się założenie, że zarówno $\{\varepsilon_t\}$ jak i $\{\eta_t\}$ są ciągami niezależnych zmiennych losowych o rozkładzie normalnym i skończonej wariancji. Mamy wtedy $\sigma_t^2 = \sigma^2$ oraz $\omega_t^2 = \omega^2$ i model (1)-(2) redukuje się do podstawowego, tradycyjnego modelu lokalnego poziomu:

$$y_t = \delta_t + \varepsilon_t, \{\varepsilon_t\} \sim N(0, \sigma^2), \quad (3)$$

$$\delta_t = \delta_{t-1} + \eta_t, \{\eta_t\} \sim N(0, \omega^2), \quad (4)$$

w którym $\{\delta_t\}$ jest procesem błędzenia przypadkowego.

Istnieje kilka różnych sposobów interpretacji podstawowego modelu lokalnego poziomu (3)-(4). Po pierwsze, model LL może być interpretowany jako model, w którym, jak już wspomniano, średnia $\{\delta_t\}$ jest odrębnym procesem stochastycznym. Po drugie, jeżeli będziemy iteracyjnie podstawiali równanie stanu (4) do równania obserwacji (3) otrzymamy:

$$y_t = \varepsilon_t + \sum_{i=1}^t \eta_i + \delta_0. \quad (5)$$

Zmienna obserwowana y_t jest zatem sumą dwóch składników: błędzenia przypadkowego i białego szumu. Siłę poszczególnych składników można wyrazić jako stosunek wariancji w równaniu stanu, do wariancji w równaniu obserwacji, tj. $r = \omega^2/\sigma^2$. Nosi on nazwę relacji sygnału do szumu (ang. *signal-to-noise ratio*) i jest dobrze znany w modelach przestrzeni stanów. Dla $r \rightarrow \infty$, model LL sprowadza się do szeroko znanego w literaturze finansowej modelu błędzenia przypadkowego. Na podstawie siły wpływu błędzenia przypadkowego, w stosunku do szumu, można określić, na przykład, stopień integracji badanego procesu (por. [12])².

Po trzecie, podstawiając równanie stanu (4) do równania obserwacji (3) można zauważyć, że model LL ma taką samą autokorelacyjną strukturę jak model ARIMA(0,1,1):

$$y_t = \frac{\eta_t}{1-L} + \varepsilon_t \Leftrightarrow (1-L)y_t = \eta_t + (1-L)\varepsilon_t, \quad (6)$$

czyli:

$$\Delta y_t = \eta_t + \Delta \varepsilon_t. \quad (7)$$

Dokonując prostych przekształceń, West i Harrison [24] wykazali, że pierwsze przyrosty procesu lokalnego poziomu $\{\Delta y_t\}$, są równoważne procesowi średniej ruchomej, ze współczynnikiem ϑ :

$$\Delta y_t = \xi_t + \vartheta \xi_{t-1}, \quad (8)$$

gdzie $\vartheta = 1 - r(\sqrt{1 + 4/r} - 1)/2$, zatem $-1 < \vartheta < 0$. Oznacza to, że funkcja autokorelacji procesu $\{\Delta y_t\}$ przyjmuje istotną, ujemną wartość dla rzędu pierwszego i zera dla pozostałych, natomiast funkcja autokorelacji cząstkowej wraz ze wzrostem opóźnień, dąży do zera w tempie wykładniczym. Ujemna autokorelacja pierwszych różnic występuje najczęściej jako skutek błędnej identyfikacji procesu. Przyjęcie zbędnego różnicowania dla stacjonarnego procesu AR(1), może powodować jego identyfikację jako MA(1) z ujemną autokorelacją rzędu pierwszego (por. [22]). Jednak w tym przypadku, ujemna zależność autokorelacyjna nie jest następstwem błędnej identyfikacji, ale efektem procesu generującego dane.

W modelu LL, do opisu zmienności zakłóceń losowych, można posłużyć się strukturą GARCH(1,1) w postaci:

$$\{\varepsilon_t\} \sim N(0, \sigma_t^2) \text{ i } \{\eta_t\} \sim N(0, \omega_t^2), \quad (9)$$

gdzie:

$$\sigma_t^2 = h_{szum,t}^{GARCH} \text{ i } \omega_t^2 = h_{stan,t}^{GARCH}, \quad (10)$$

² Inne, ciekawe zastosowanie relacji sygnału do szumu w klasyfikacji polskich szeregów finansowych przedstawiają Doman i Doman [3].

$$h_{szum,t}^{GARCH} = b_{1,szum} h_{szum,t-1}^{GARCH} + a_{0,szum} + a_{1,szum} (E\varepsilon_{t-1})^2, \quad (11)$$

$$h_{stan,t}^{GARCH} = b_{1,stan} h_{stan,t-1}^{GARCH} + a_{0,stan} + a_{1,stan} (E\eta_{t-1})^2, \quad (12)$$

wraz ze standardowymi założeniami zapewniającymi dodatniość i skończoność warunkowych wariancji (por. [1]):

$$a_{0,szum(stan)} \equiv 1 - b_{1,szum(stan)} - a_{1,szum(stan)}, \quad (13)$$

$$b_{1,szum(stan)} \geq 0, a_{1,szum(stan)} \geq 0, a_{1,szum(stan)} + b_{1,szum(stan)} < 1 \quad (14)$$

oraz $\text{var}(\varepsilon_t) = 1$ i $\text{var}(\eta_t) = 1$ oraz $E(h_{szum(stan),t}^{GARCH}) = 1$.

W odróżnieniu od podstawowego modelu GARCH, w równaniach (11) i (12), kwadraty zakłóceń losowych $\{\varepsilon_t\}$ i $\{\eta_t\}$ muszą być zastąpione ich przybliżeniem, ponieważ w równaniu obserwacji (2) występują zmienne ukryte $\{\delta_t\}$, co oznacza, że również nie można uzyskać realizacji $\{\varepsilon_t\}$ i $\{\eta_t\}$. Dlatego też jako ich przybliżenie, w tym przypadku, użyto:

$$e_t = E(\varepsilon_t | y) = y_t - E(\delta_t | y), \quad (15)$$

$$u_t = E(\eta_t | y) = E(\delta_t | y) - E(\delta_{t-1} | y), \quad (16)$$

gdzie $E(\cdot | y)$ jest wartością oczekiwaną *a posteriori*.

Modele lokalnego poziomu ze składnikami losowymi typu GARCH(1,1) i warunkowym rozkładem normalnym oznaczono jako LL-GARCH.

Rozszerzmy model lokalnego poziomu o rozkłady dopuszczające warunkowy rozkład *t*-Studenta. Zakłócenia losowe mają wtedy następującą postać:

$$\{\varepsilon_t\} \sim t\left(0, \frac{v_{szum}}{(v_{szum} - 2)\sigma_t^2}, v_{szum}\right) \text{ i } \{\eta_t\} \sim t\left(0, \frac{v_{stan}}{(v_{stan} - 2)\omega_t^2}, v_{stan}\right), v_{szum(stan)} > 2, \quad (17)$$

gdzie $t(a, w, v)$ oznacza jednowymiarowy rozkład Studenta o niecentralności a , precyzji w i stopniach swobody v (por. [18]). Model ten oznaczono jako LL-GARCH-Student.

Następnym wariantem jest model LL, w którym zakłócenia losowe są procesem zmienności stochastycznej SV:

$$h_{szum,t}^{SV} = \rho_{szum} h_{szum,t-1}^{SV} + \zeta_{szum,t}, \quad (18)$$

$$h_{stan,t}^{SV} = \rho_{stan} h_{stan,t-1}^{SV} + \zeta_{stan,t}, \quad (19)$$

gdzie $\{\varepsilon_t\} \sim N(0, \sigma_t^2)$ i $\{\eta_t\} \sim N(0, \omega_t^2)$, $\sigma_t^2 = \exp(h_{szum,t}^{SV})$ i $\omega_t^2 = \exp(h_{stan,t}^{SV})$ oraz $\rho_{szum(stan)} \in (-1, 1)$, a także $\zeta_{szum(stan)} \sim N(0, \gamma_{szum(stan)}^2)$.

Oznaczmy przez:

$$\pi_{(1)} = (a_{1,szum}, b_{1,szum}, a_{1,stan}, b_{1,stan})', \quad (20)$$

$$\pi_{(2)} = (a_{1,szum}, b_{1,szum}, v_{szum}, a_{1,stan}, b_{1,stan}, v_{stan})' \quad (21)$$

wektory nieznanych parametrów w modelu LL-GARCH i LL-GARCH-Student oraz przez:

$$\pi_{(3)} = (\rho_{szum}, \gamma_{szum}^2, v_{szum}, \rho_{stan}, \gamma_{stan}^2, v_{stan})' \quad (22)$$

wektor parametrów w modelu LL-SV.

Przy danym wektorze parametrów $\pi_{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$) oraz całej przeszłości procesu Ψ_{t-1} , warunkowa wariancja, pierwszych przyrostów $\{\Delta y_t\}$, dla (1)-(2), jest równa:

$$Var(\Delta y_t | \Psi_{t-1}, \pi_{(i)}) = \omega_t^2 + 2\sigma_t^2 \quad (23)$$

lub w równoważnej formie:

$$Var(\Delta y_t | \Psi_{t-1}, \pi_{(i)}) = \sigma_t^2 (r_t + 2), \quad (24)$$

gdzie $r_t = \omega_t^2 / \sigma_t^2$ jest zmienną w czasie relacją sygnału do szumu, natomiast warunkowa kowariancja między Δy_t i Δy_{t-1} wynosi:

$$cov(\Delta y_t \Delta y_{t-1} | \Psi_{t-1}, \pi_{(i)}) = -\sigma_t^2. \quad (25)$$

Ponieważ wariancja warunkowa jest dodatnia, a kowariancja (25) ujemna, funkcja autokorelacji rzędu pierwszego przyjmuje zawsze wartość ujemną, i dodatkowo jest zmienna w czasie:

$$corr(\Delta y_t \Delta y_{t-1} | \Psi_{t-1}, \pi_{(i)}) = \frac{-\sigma_t^2}{\omega_t^2 + 2\sigma_t^2}. \quad (26)$$

Z kolei warunkowy współczynnik koncentracji, w modelu (1)-(2), jest równy (zob. [20]):

$$\kappa(\Delta y_t | \Psi_{t-1}, \pi_{(i)}) = \frac{1}{(r_t + 2)^2} \left[r_t^2 \kappa_\eta + 12r_t + 2\kappa_\varepsilon + 6(\rho_1^{\varepsilon_t^2} (\kappa_\varepsilon - 1) + 1) \right], \quad (27)$$

gdzie κ_ε i κ_η jest współczynnikiem koncentracji odpowiednio dla $\{\varepsilon_t\}$ i $\{\eta_t\}$, natomiast $\rho_1^{\varepsilon_t^2}$ jest współczynnikiem autokorelacji rzędu pierwszego procesu $\{\varepsilon_t^2\}$.

Zasadniczym wnioskiem, jaki wynika ze wzoru (27) jest to, że przy dowolnej wartości r , koncentracja pierwszych przyrostów, $\{\Delta y_t\}$, jest mniejsza bądź równa maksymalnej wartości κ_ε i κ_η , tj. $\kappa(\Delta y_t | \Psi_{t-1}, \pi_{(i)}) \leq \max(\kappa_\varepsilon, \kappa_\eta)$.

Postać funkcji autokorelacji, dla kwadratów pierwszych przyrostów procesu $\{(\Delta y_t)^2\}$, ma postać:

$$\rho_\tau((\Delta y_t)^2 | \Psi_{t-1}, \pi_{(i)}) = \frac{r_t^2 \rho_{\tau}^{\eta_t^2} (\kappa_\eta - 1) + (\kappa_\varepsilon - 1)(\rho_{\tau-1}^{\varepsilon_t^2} + 2\rho_{\tau}^{\varepsilon_t^2} + \rho_{\tau+1}^{\varepsilon_t^2})}{r_t^2 (\kappa_\eta - 1) + 8r_t^2 + 2(\kappa_\varepsilon - 1)(1 + 3\rho_1^{\varepsilon_t^2}) + 4}, \quad (28)$$

dla $\tau = 1, 2, \dots$, natomiast $\rho_1(\eta_t^2)$ jest współczynnikiem autokorelacji rzędu pierwszego η_t^2 .

W modelu LL-SV, ω_t^2 i σ_t^2 są mierzalne względem Ψ_{t-1} . Z tego też względu, gdy rozważamy $\pi_{(3)}$, we wzorach (23)-(28) należy dodatkowo uwzględnić warunkowanie względem ω_t^2 i σ_t^2 .

Jeżeli $\{\varepsilon_t\}$ i $\{\eta_t\}$ nie mają rozkładu normalnego, ale nadal są ciągiem niezależnych zmiennych losowych, które mają skończone pierwsze cztery momenty zwykłe, współczynnik koncentracji redukuje się do:

$$\kappa(\Delta y_t) = \frac{1}{(r+2)^2} [r^2 \kappa_\eta + 12r + 2\kappa_\varepsilon + 6]. \quad (29)$$

Z kolei funkcja autokorelacji dla kwadratów $\{(\Delta y_t)^2\}$, ma w tej sytuacji postać:

$$\rho_\tau(\Delta y_t)^2 = \begin{cases} \frac{\kappa_\varepsilon - 1}{(r+2)^2 (\kappa(\Delta y_t) - 1)}, & \tau = 1 \\ 0, & \tau \geq 2. \end{cases} \quad (30)$$

Przy założeniu normalności, wartość funkcja autokorelacji rzędu pierwszego, redukuje się do $\rho_1(\Delta y_t)^2 = (r+2)^{-2}$.

Oczywiście dla zakłóceń losowych o rozkładzie normalnym, wystarczy, że za κ_ε i κ_η podstawimy wartość 3, co ostatecznie daje $\kappa(\Delta y_t) = 3$.

Jak widać we wzorze (30), relacja sygnału do szumu odgrywa ważną rolę w ustaleniu wartości współczynnika koncentracji, ponieważ w podstawowym modelu lokalnego poziomu (3)-(4), dla $r \rightarrow \infty$, mamy $\Delta y_t = \eta_t$, czyli proces błędzenia przypadkowego, a koncentracja jest identyczna jak dla $\{\eta_t\}$, tzn. wzór (29) redukuje się do $\kappa(\Delta y_t) = \kappa_\eta = 3$. Z kolei dla $r \rightarrow 0$, mamy $\Delta y_t = \varepsilon_t$, czyli $\{y_t\}$ jest procesem białego szumu, natomiast jego pierwsze przyrosty $\{\Delta y_t\}$ są nieodwracalnym procesem białego szumu MA(1) z $\kappa(\Delta y_t) = 3$.

W pozostałych przypadkach współczynnik koncentracji pierwszych przyrostów zależy od: zamiennej w czasie relacji sygnału do szumu, wartości współczynnika koncentracji procesów $\{\varepsilon_t\}$ i $\{\eta_t\}$ oraz od wartości współczynnika autokorelacji $\rho_1^{\varepsilon_t^2}$.

3. ESTYMACJA W PRZYPADKU ZMIENNEJ WARIANCJI I ROZKŁADU *t*-STUDENTA

Założenie normalności w modelu (3)-(4) jest bardzo wygodne, ponieważ umożliwia prosty automatyzm w algorytmie Kalmana. Jak jednak wiadomo z licznych badań

empirycznych (np. [5]), w przypadku niektórych danych, zwłaszcza finansowych, warunkowa normalność i stała wariancja zakłócenia losowego nie jest w stanie skutecznie opisać zwiększonej kurtozy i efektu skupienia zmienności. Dlatego też istnieje potrzeba stworzenia narzędzi, które z jednej strony zakładają losowość parametrów w średniej, z drugiej strony bazują na rozkładach o grubszych ogonach niż rozkład normalny oraz mają dodatkowo zmienną w czasie warunkową wariancję.

Gdy zakłócenia losowe w modelu przestrzeni stanów nie mają rozkładu normalnego, ale t -Studenta, nie istnieje prosta możliwość zastosowania technik filtru Kalmana. Problem ten można jednak stosunkowo łatwo rozwiązać, poprzez wprowadzenie dodatkowej zmiennej ukrytej $\{z_t\}$, tak aby zakłócenia losowe miały (warunkowy) rozkład normalny:

$$\{\varepsilon_t | z_{szum,t}\} \sim N(0, z_{szum,t}), z_{szum,t} \sim IG(v_{szum}/2, (v_{szum} - 2)/2), \quad (31)$$

$$\{\eta_t | z_{stan,t}\} \sim N(0, z_{stan,t}), z_{stan,t} \sim IG(v_{stan}/2, (v_{stan} - 2)/2). \quad (32)$$

Symbol $IG(c, d)$ oznacza odwrócony rozkład gamma o średniej $E(\theta) = d/(c - 1)$, dla $c > 1$ i wariancji $Var(\theta) = d^2/[(c - 1)^2 (c - 2)]$, dla $c > 2$. Jego gęstość wyraża się wzorem:

$$f_{IG}(\theta | c, d) = \frac{d^c}{\Gamma(c)} \theta^{-(c+1)} \exp\left(-\frac{d}{\theta}\right), \theta > 0, c > 0, d > 0. \quad (33)$$

Aby wykazać prawdziwość zależności (31)-(32), należy skorzystać ze znanych w literaturze przedmiotu tożsamości (por. [15], str. 183; [1]). Całkując względem $\{z_t\}$ otrzymujemy:

$$\begin{aligned} p(u_t) &= \int_0^\infty p(u_t | z_t) p(z_t) dz_t = \\ &= \int_0^\infty f_N(u_t | 0, z_t) f_{IG}(z_t | v/2, (v - 2)/2) dz_t = f_t\left(u_t | 0, \frac{v}{v - 2}, v\right), \end{aligned} \quad (34)$$

gdzie $f_t(\cdot | \cdot)$ oznacza gęstość rozkładu t -Studenta o niecentralności 0, precyzji $v/(v - 2)$ i v stopniach swobody. Symbolem $f_N(\cdot | c, d)$ oznaczono gęstość rozkładu normalnego o średniej c i wariancji d .

Oznaczmy przez $p(\pi_{(i)})$, $i = 1, 2, 3$ gęstość *a priori* wektora $\pi_{(i)}$ oraz załóżmy, że gęstość łącznego rozkładu *a priori* wektora parametrów jest iloczynem gęstości brzegowych jego współrzędnych.

Bayesowski model statystyczny z losową średnią i zakłóceniami losowymi typu GARCH(1,1) oraz z warunkowym rozkładem normalnym, ma następującą postać:

$$p(y, \delta, \pi_{(1)}) = p(y | \delta, \pi_{(1)}) p(\delta | \pi_{(1)}) p(\pi_{(1)}), \quad (35)$$

natomiast gdy zakłócenia losowe w modelu LL są procesem SV, można go zapisać jako:

$$p(y, \delta, h, \pi_{(3)}) = p(y | \delta, h) p(\delta | h) p(h | \pi_{(3)}) p(\pi_{(3)}). \quad (36)$$

Jeżeli zakłócenia losowe w modelu LL są procesem GARCH(1,1) z warunkowym rozkładem *t*-Studenta, bayesowski model statystyczny przyjmuje postać:

$$p(y, \delta, z, \pi_{(2)}) = p(y | \delta, z, \pi_{(2)}) p(\delta | z, \pi_{(2)}) p(z | \pi_{(2)}) p(\pi_{(2)}). \quad (37)$$

Przez δ , z i h oznaczono wektory zmiennych ukrytych $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_T)'$, $z = (z_{szum}, z_{stan})'$, $z_{szum} = (z_{szum,1}, \dots, z_{szum,T})$, $z_{stan} = (z_{stan,1}, \dots, z_{stan,T})$ oraz $h = (h_{szum}^{SV}, h_{stan}^{SV})'$, $h_{szum}^{SV} = (h_{szum,1}^{SV}, \dots, h_{szum,T}^{SV})$, $h_{stan}^{SV} = (h_{stan,1}^{SV}, \dots, h_{stan,T}^{SV})$.

W podejściu bayesowskim, informacja, na temat wszystkich nieznanymi wielkości, wyrażana jest za pomocą rozkładów prawdopodobieństwa, a podział na stałe (niezmienne w czasie) i zmienne parametry, tzn. traktowane jako proces stochastyczny, jest wyłącznie kwestią interpretacji ([6] i [16]). W modelu bayesowskim zmienne ukryte, w tym tzw. parametry losowo zmienne w czasie, traktowane są po prostu jako dodatkowe parametry. Od strony formalnej, nie różnią się one niczym od pozostałych parametrów występujących w modelu, dlatego też ich estymację przeprowadza się w taki sam sposób, jak estymację pozostałych parametrów. To, co wyróżnia model (bayesowski) ze zmiennymi ukrytymi od innych modeli, to niewątpliwie jego hierarchiczna struktura oraz liczba estymowanych parametrów, która jest nieraz większa, czasami kilkakrotnie, od liczby dostępnych obserwacji.

Tabela 1

Rozkłady *a priori* dla parametrów w modelach LL

Parametr	Przyjęty rozkład <i>a priori</i>	Hiperparametry	Użyty w modelu
$a_{1,szum(stan)}$ i $b_{1,szum(stan)}$	Jednostajny w obszarze stacjonarności i dodatniości warunkowej wariancji		LL-GARCH, LL-GARCH-Student
$v_{szum(stan)}$	Ucięty Cauchy'ego, $v_{szum(stan)} > 2$		LL-GARCH-Student
$\rho_{szum(stan)}$	Ucięty normalny $N(\mu_\rho, \sigma_\rho^2)$, $\rho_{szum(stan)} \in (-1, 1)$	$\mu_\rho = 0,9$, $\sigma_\rho^2 = 1$	LL-SV
$\gamma_{szum(stan)}^2$	Odwrócony gamma $IG(c, d)$, $\gamma_{szum(stan)}^2, \sigma^2, \omega_i^2 > 0$	$c = 0,01$, $d = 0,01$	LL-SV

Źródło: opracowanie własne.

Aby bayesowski model statystyczny był kompletny należy określić rozkłady *a priori*. W tym przypadku przyjęto dla wszystkich parametrów, jako rozkłady *a priori*, rozkłady właściwe w większości wyrażające nikłą wiedzę badacza na temat ich prawdziwych wartości. Wyjątkiem jest tu rozkład *a priori* współczynnika autoregresji w równaniu warunkowej wariancji procesu SV, który ma ucięty rozkład normalny z parametrem $\mu_\rho = 0,9$ oraz rozkład *a priori* dla stopni swobody, który bardzo faworyzuje rozkład normalny. Ponieważ wcześniejsze wyniki badań zamieszczone w [7], [20] i [21], wska-

zużą na silną autokorelację w równaniach warunkowej wariancji, postanowiono przyjąć informacyjny rozkład *a priori* dla $\rho_{szum(stan)}$, w którym parametr μ_ρ sugeruje znaczną persystencję zmienności. Rozkłady *a priori* zmiennych ukrytych, tj. wektora warunkowych średnich δ i wektora h dla procesu SV, wynikają bezpośrednio z hierarchicznej struktury rozpatrywanych modeli, dlatego też pominięto je w opisie (por. [11]). Szczegółowe informacje na temat rozkładów *a priori* zawiera tabela 1.

Tak zadana struktura aprioryczna, w większości przypadków, prowadzi do standardowych warunkowych rozkładów *a posteriori*, ponieważ są to na ogół rozkłady normalne lub odwrócone rozkłady gamma. Umożliwia to bezpośrednie losowanie i tym samym łatwe i szybkie uzyskanie próby losowej. Pełne warunkowe rozkłady *a posteriori* parametrów oraz zmiennych ukrytych, dla omawianych tu modeli, przedstawia tabela 2.

W większości przypadków przyjęte rozkłady *a priori*, zamieszczone w tabeli 1, prowadzą do standardowych rozkładów *a posteriori*, takich jak ucięty rozkład normalny (dla współczynnika autoregresji $\rho_{szum(stan)}$) lub odwrócony rozkład gamma (dla wariancji $\gamma_{szum(stan)}^2$ i zmiennych ukrytych $z_{szum(stan),t}$). Również średnia $\{\delta_t\}$, przedstawiona równaniami (38)-(43), ma warunkowy normalny rozkład *a posteriori*.

Pełne warunkowe rozkłady *a posteriori* dla liczby stopni swobody nie należą do żadnej znanej standardowej klasy rozkładów. Również parametry struktury GARCH oraz warunkowa wariancja dla procesu SV wymagają dodatkowego schematu losowania, wewnątrz procedury Gibbsa. W tym przypadku był to algorytm Metropolisa i Hastingsa. W literaturze polskiej, tego typu zagadnienia omawia np. Pajor [19].

Tabela 2

Warunkowe gęstości *a posteriori* dla estymowanych parametrów w modelach LL

Parametr	Warunkowa gęstość <i>a posteriori</i>
$a_{1,szum}$ i $b_{1,szum}$	$p(a_{1,szum}, b_{1,szum} y, \delta, z_{szum}, \sigma_0^2) \propto \prod_{t=1}^T f_N(y_t \delta_t, z_{szum,t}, \sigma_t^2) p(a_{1,szum}, b_{1,szum})$
$a_{1,stan}$ i $b_{1,stan}$	$p(a_{1,stan}, b_{1,stan} y, \delta, z_{stan}, \delta_0, \omega_0^2) \propto \prod_{t=1}^T f_N(\delta_t \delta_{t-1}, z_{stan,t}, \omega_t^2) p(a_{1,stan}, b_{1,stan})$
v_{szum}	$p(v_{szum} y, z_{szum}) \propto \prod_{t=1}^T \left[\frac{v_{szum} - 2}{2} \right]^{v_{szum}/2} \Gamma\left(\frac{v_{szum}}{2}\right) z_{szum,t}^{-\left(\frac{v_{szum}}{2} + 1\right)} \exp\left\{-\frac{v_{szum} - 2}{2z_{szum,t}}\right\} \frac{1}{1 + v_{szum}^2}$
v_{stan}	$p(v_{stan} y, z_{stan}) \propto \prod_{t=1}^T \left[\frac{v_{stan} - 2}{2} \right]^{v_{stan}/2} \Gamma\left(\frac{v_{stan}}{2}\right) z_{stan,t}^{-\left(\frac{v_{stan}}{2} + 1\right)} \exp\left\{-\frac{v_{stan} - 2}{2z_{stan,t}}\right\} \frac{1}{1 + v_{stan}^2}$
ρ_{szum}	$p(\rho_{szum} y, h_{szum,0}^{SV}, h_{szum}^{SV}, \gamma_{szum}^2) \propto \alpha f_N\left(\rho_{szum} \left \frac{\mu_\rho \gamma_{szum}^2 + \sigma_\rho^2 \sum_{t=1}^T h_{szum,t-1}^{2,SV} h_{szum,t}^{SV}}{\sigma_\rho^2 \sum_{t=1}^T h_{szum,t-1}^{2,SV} + \gamma_{szum}^2}, \frac{\sigma_\rho^2 \gamma_{szum}^2}{\sigma_\rho^2 \sum_{t=1}^T h_{szum,t-1}^{2,SV} + \gamma_{szum}^2} \right.\right)$

cd. tabeli 2

Parametr	Warunkowa gęstość <i>a posteriori</i>
ρ_{stan}	$p(\rho_{stan} y, h_{stan,0}^{SV}, h_{stan}^{SV}, \gamma_{stan}^2) \propto$ $\propto f_N \left(\rho_{stan} \left \frac{\mu_\rho \gamma_{stan}^2 + \sigma_\rho^2 \sum_{t=1}^T h_{stan,t-1}^{2,SV} h_{stan,t}^{SV}}{\sigma_\rho^2 \sum_{t=1}^T h_{stan,t-1}^{2,SV} + \gamma_{stan}^2}, \frac{\sigma_\rho^2 \gamma_{stan}^2}{\sigma_\rho^2 \sum_{t=1}^T h_{stan,t-1}^{2,SV} + \gamma_{stan}^2} \right. \right)$
$\gamma_{szum(stan)}^2$	$p(\gamma_{szum(stan)}^2 y, h_{szum(stan),0}^{SV}, h_{szum(stan)}^{SV}, \rho_{szum(stan)}) =$ $f_{IG} \left(\gamma_{szum(stan)}^2 \left \frac{T + 2c_\gamma}{2}, \frac{\sum_{t=1}^T (h_{szum(stan),t}^{SV} - \rho_{szum(stan)} h_{szum(stan),t-1}^{SV})^2 + 2d_\gamma}{2} \right. \right)$
$z_{szum,t}$	$p(z_{szum,t} y, \delta_t, v_{szum}, \pi_{(2)}) = f_{IG} \left(z_{szum,t} \left \frac{v_{szum} + 1}{2}, \left(\frac{(y_t - \delta_t)^2}{\sigma_t^2} + v_{szum} - 2 \right) / 2 \right. \right)$
$z_{stan,t}$	$p(z_{stan,t} y, \delta_0, \delta_t, \delta_{t-1}, v_{stan}, \pi_{(2)}) = f_{IG} \left(z_{stan,t} \left \frac{v_{stan} + 1}{2}, \left(\frac{(\delta_t - \delta_{t-1})^2}{\omega_t^2} + v_{stan} - 2 \right) / 2 \right. \right)$
δ_t	Patrz wzory (38)-(43), zamieszczone w głównym tekście artykułu.
$h_{szum,t}^{SV}$	$p(h_{szum,t}^{SV} y, \delta_t, h_{szum,0}^{SV}, h_{szum,t-1}^{SV}, h_{szum,t+1}^{SV}, \pi_{(3)}) \propto$ $\frac{1}{h_{szum,t}^{0.5,SV}} \exp \left\{ -\frac{(y_t - \delta_t)^2}{2\sigma_t^2} \right\} \frac{1}{h_{szum,t}^{SV}} \exp \left\{ -\frac{1}{2Var_\gamma} (h_{szum,t}^{SV} - s_t) \right\},$ <p>gdzie s_t i Var_γ wyrażają się wzorami:</p> $s_t = \rho_{szum} (h_{szum,t+1}^{SV} + h_{szum,t-1}^{SV}) / (1 + \rho_{szum}^2), Var_\gamma = \frac{\gamma_{szum}^2}{1 + \rho_{szum}^2}, \text{ dla } t = 1, \dots, T-1$ <p>oraz $s_T = \rho_{szum} h_{szum,T-1}^{SV}, Var_\gamma = \gamma_{szum}^2$, dla $t = T$, por. [19].</p>
$h_{stan,t}^{SV}$	$p(h_{stan,t}^{SV} y, \delta_0, \delta_t, \delta_{t-1}, h_{stan,0}^{SV}, h_{stan,t-1}^{SV}, h_{stan,t+1}^{SV}, \pi_{(3)}) \propto$ $\frac{1}{h_{stan,t}^{0.5,SV}} \exp \left\{ -\frac{(\delta_t - \delta_{t-1})^2}{2\omega_t^2} \right\} \frac{1}{h_{stan,t}^{SV}} \exp \left\{ -\frac{1}{2Var_\gamma} (h_{stan,t}^{SV} - s_t) \right\},$ <p>gdzie s_t i Var_γ wyrażają się wzorami:</p> $s_t = \rho_{stan} (h_{stan,t+1}^{SV} + h_{stan,t-1}^{SV}) / (1 + \rho_{stan}^2), Var_\gamma = \frac{\gamma_{stan}^2}{1 + \rho_{stan}^2}, \text{ dla } t = 1, \dots, T-1$ <p>oraz $s_T = \rho_{stan} h_{stan,T-1}^{SV}, Var_\gamma = \gamma_{stan}^2$, dla $t = T$, por. [19].</p>

Źródło: obliczenia własne.

W modelach LL-GARCH, LL-GARCH-Student i LL-SV mamy nieobserwowalną średnią $\{\delta_t\}$ oraz warunkową heteroskedastyczność w równaniu obserwacji i stanu. Mimo to losowania dla $\{\delta_t\}$ można przeprowadzić bardzo łatwo, ponieważ warunkowe rozkłady *a posteriori* mają rozkład normalny, tym samym losowanie z pełnych

warunkowych rozkładów zmiennej ukrytej δ_t ($t = 1, \dots, T$) jest bardzo proste i w pełni zautomatyzowane. Poniżej przedstawiono warunkowe gęstości *a posteriori* zmiennej $\{\delta_t\}$, w zależności od modelu opisującego warunkową heteroskedastyczność.

W modelu LL-GARCH-Student, zmienna $\{\delta_t\}$ ma następującą gęstość *a posteriori*:

$$p(\delta_t | y_t, \sigma^2, \omega^2, \pi_{(2)}, \delta_0, \delta_{t-1}, \delta_{t+1}, z_{szum,t}, z_{stan,t}, z_{stan,t+1}) = f_N(\delta_t | g_{\delta_t}, Var_{\delta_t}), \quad (38)$$

$$g_{\delta_t} = \frac{\sigma_t^2 z_{szum,t} (\delta_{t-1} \sigma_{t+1}^2 z_{szum,t+1} + \delta_{t+1} \omega_t^2 z_{stan,t}) + y_t \omega_t^2 z_{stan,t} \omega_{t+1}^2 z_{stan,t+1}}{\sigma_t^2 z_{szum,t} (\omega_{t+1}^2 z_{stan,t+1} + \omega_t^2 z_{stan,t}) + \omega_t^2 z_{stan,t} \omega_{t+1}^2 z_{stan,t+1}}, \quad (39)$$

$$Var_{\delta_t} = \frac{\sigma_t^2 z_{szum,t} \omega_t^2 z_{stan,t} \omega_{t+1}^2 z_{stan,t+1}}{\sigma_t^2 z_{szum,t} (\omega_{t+1}^2 z_{stan,t+1} + \omega_t^2 z_{stan,t}) + \omega_t^2 z_{stan,t} \omega_{t+1}^2 z_{stan,t+1}}, \quad (40)$$

dla $t = 1, \dots, T-1$.

Dla ostatniej obserwacji $t = T$, mamy:

$$p(\delta_T | y_T, \sigma_{szum}^2, \sigma_{stan}^2, \pi_{(2)}, \delta_{T-1}, z_{szum,T}, z_{stan,T}) = f_N(\delta_T | g_{\delta_T}, Var_{\delta_T}), \quad (41)$$

gdzie średnia i wariancja są równe:

$$g_{\delta_T} = \frac{\sigma_T^2 z_{szum,T} \delta_{T-1} + y_T \omega_T^2 z_{stan,T}}{\sigma_T^2 + \omega_T^2 z_{stan,T}}, \quad (42)$$

$$Var_{\delta_T} = \frac{\sigma_T^2 z_{szum,T} \omega_T^2 z_{stan,T}}{\sigma_T^2 + \omega_T^2 z_{stan,T}}. \quad (43)$$

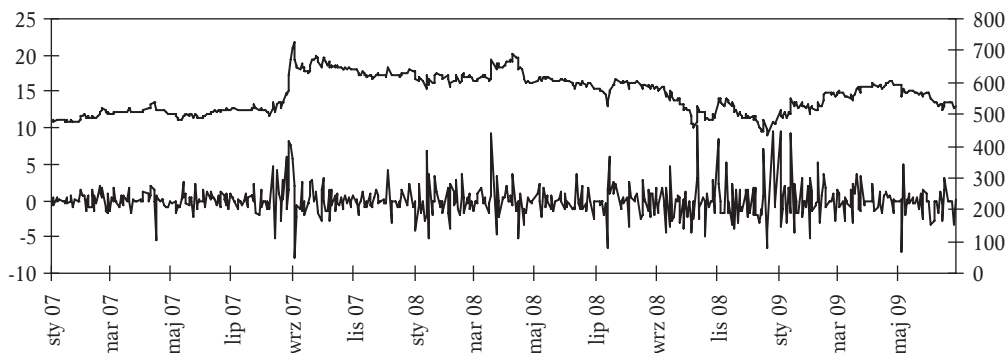
W modelu LL-GARCH, we wzorach (38)-(43) wystarczy nałożyć warunki ograniczające, tj. przyjąć, że $z_{stan,t} = 1$ oraz $z_{szum,t} = 1$ dla $t = 1, \dots, T$. Podobnie postępujemy w modelu LL-SV, jednak w tym przypadku należy pamiętać, że po lewej stronie równania (38) i (41) trzeba dodatkowo uwzględnić wektor zmiennych ukrytych h^{SV} .

4. PRZYKŁAD EMPIRYCZNY

Przedmiotem analizy były notowania cen akcji spółki Żywiec w okresie od 3 stycznia 2007 do 30 czerwca 2009 roku. Wybór spółki Żywiec nie był przypadkowy, ponieważ, po pierwsze, jest to spółka, która ma stopy zwrotu zbliżone do procesu IMA(1,1), co jest konieczne abyśmy mogli rozważać model lokalnego poziomu (por. (6)-(8)), po drugie, jest to spółka o stosunkowo dużej płynności.

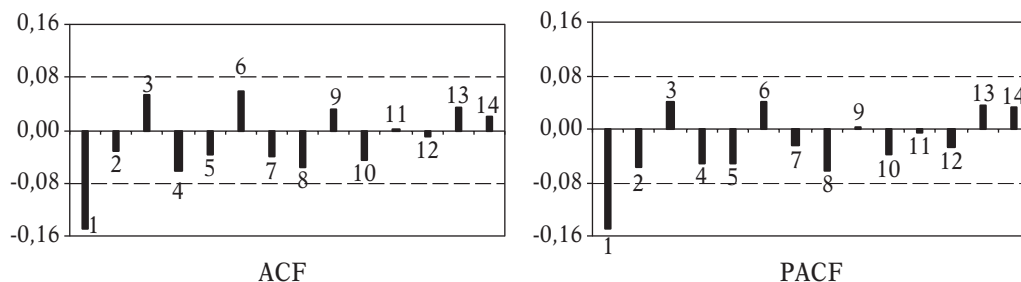
Badany szereg czasowy składał się z $T = 605$ dziennych obserwacji. Jego wykres, typowy dla spółek giełdowych, wraz z logarytmicznymi stopami zwrotu przedstawia rysunek 1. Łatwo można zauważyć, że na przełomie sierpnia i września 2007 nastąpił gwałtowny wzrost poziomu cen, osiągając maksymalną kwotę 725 zł, z kolei w następnych miesiącach widoczna jest trwała tendencja spadkowa wraz z okresowym

nasileniem zmienności. Na rysunku 2 przedstawiono wartości funkcji autokorelacji (ACF) i autokorelacji cząstkowej (PACF). Wstępne wyniki wskazują, że stopy zwrotu cen spółki Żywiec cechują się niewielką, aczkolwiek istotną, ujemną autokorelacją rzędu pierwszego i brakiem autokorelacji wyższych rzędów, co może sugerować, że mamy do czynienia z realizacją procesu lokalnego poziomu.



Rysunek 1. Ceny akcji spółki Żywiec oraz ich logarytmiczne stopy zwrotu w okresie od stycznia 2007 do czerwca 2009

Źródło: obliczenia własne na podstawie informacji umieszczonych w serwisie giełdowym Domu Maklerskiego BOŚ: www.bossa.pl



Rysunek 2. Wartości funkcji autokorelacji (ACF) i autokorelacji cząstkowej (PACF) dla logarytmicznych stóp zwrotu. Przerywaną linią zaznaczono dolną i górną granicę 95% przedział ufności

Źródło: obliczenia własne.

W dalszej kolejności dokonano estymacji parametrów wybranych modeli bayesowskich oraz porównano ich moc objaśniającą. Analizą objęto logarytmy cen akcji spółki Żywiec, zgodnie z formułą $y_t = 100 \ln(P_t)$, gdzie P_t oznacza cenę zamknięcia. Należy podkreślić, że za pomocą $\Delta y_t = 100 \ln(P_t) - 100 \ln(P_{t-1})$ opisano logarytmiczne stopy zwrotu, a logarytmy cen y_t traktuje się jako realizacje procesu zintegrowanego w stopniu pierwszym. Oznacza to, że w przypadku modelu lokalnego poziomu modelujemy logarytmy cen, a nie, jak to ma najczęściej miejsce w badaniach empirycznych, ich pierwsze przyrosty.

Rozważono trzy następujące modele lokalnego poziomu: LL-GARCH-Student, LL-GARCH i LL-SV. W celach porównawczych poddano dodatkowo analizie podstawowy model stochastycznej zmienności, zgodnie z równaniem:

$$\Delta y_t = \varphi_0 + \varphi_1 \Delta y_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2), \quad (44)$$

gdzie $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2)$, $\sigma_t^2 = \sigma^2 h_t$, $h_t = \exp(h_t^{SV})$, $h_t^{SV} = \rho h_{t-1}^{SV} + \zeta_t$, $\rho \in (-1, 1)$, a także $\zeta_t \sim N(0, \gamma^2)$.

Model bayesowski wymaga założeń *a priori*. Zatem dla wariancji γ^2 i σ^2 przyjęto odwrócony rozkład gamma z parametrami $c = 0,01$ i $d = 0,01$, a dla współczynników autoregresji φ_1 i ρ założono ucięty rozkład normalny o średniej 0 i odchyleniu standardowym równym 1. Również stała φ_0 ma rozkład *a priori*, będący rozkładem normalnym o średniej 0 i odchyleniu standardowym równym 1.

Tabela 3

Wartości brzegowej gęstości obserwacji, ranking modeli oraz informacje na temat liczby parametrów i procesów ukrytych w modelach LL-GARCH-Student, LL-GARCH i LL-SV

	Model			
	LL-GARCH-Student	LL-GARCH	LL-SV	SV
Brzegowa gęstość obserwacji	2,199E-65	2,789E-153	6,884E-09	3,505E-226
Ranking modeli	2	3	1	4
Liczba procesów ukrytych	3	1	3	1
Liczba parametrów	6	4	4	5

Źródło: obliczenia własne.

W tabeli 3 znajdują się wartości brzegowej gęstości wektora obserwacji, będące podstawą porównania mocy objaśniającej modeli bayesowskich (zob. [16]). Poszczególne wielkości obliczono za pomocą metody Newtona i Raftery'ego [14] na podstawie miliona cykli Gibbsa, w tym 50 tys. cykli spalonych. Dla początkowego stanu δ_0 przyjęto wartość równą 0. Wartość początkowa warunkowej wariancji jest również traktowana jako ustalona i równa $h_{szum(stan),0}^{GARCH} = 1$ dla procesu GARCH, i $h_{szum(stan),0}^{SV} = 0$ dla procesu SV.

Jak widać, pierwsze miejsce w rankingu uzyskał model LL-SV, w którym warunkowa średnia i wariancje traktowane są jako odrębne procesy ukryte. Kolejny w rankingu model to model lokalnego poziomu, w którym zakłócenia losowe $\{\varepsilon_t\}$ i $\{\eta_t\}$ tworzą proces GARCH(1,1) z warunkowym rozkładem *t*-Studenta. Trzecią pozycję zajął najprostszy model lokalnego poziomu, czyli LL-GARCH. Ostatnie miejsce w rankingu przypadło standardowemu modelowi SV. Czynniki Bayesa obliczone dla modelu LL-SV względem LL-GARCH-Student i LL-GARCH, przy jednakowych prawdopodobieństwach *a priori*,

wskazują, że model LL ze zmiennością stochastyczną jest o 56 rzędów wielkości lepszy niż model lokalnego poziomu z zakłóceniami losowymi typu GARCH(1,1) i warunkowym rozkładem t -Studenta i aż o 144 rzędy wielkości lepszy od podstawowego modelu LL-GARCH(1,1), z warunkowym rozkładem normalnym. Czynniki Bayesa obliczony dla modelu LL-SV względem SV wskazuje, że model LL-SV jest o 217 rzędów wielkości lepszy niż podstawowy model stochastycznej zmienności. Okazuje się więc, że największą moc objaśniającą uzyskał model LL-SV, czyli taki, w którym średnią i warunkowe wariancje traktuje się jako odrębny proces stochastyczny, a nie, jak to ma miejsce w przypadku procesów AR lub GARCH jako deterministyczną funkcję przeszłości procesu.

Tabela 4

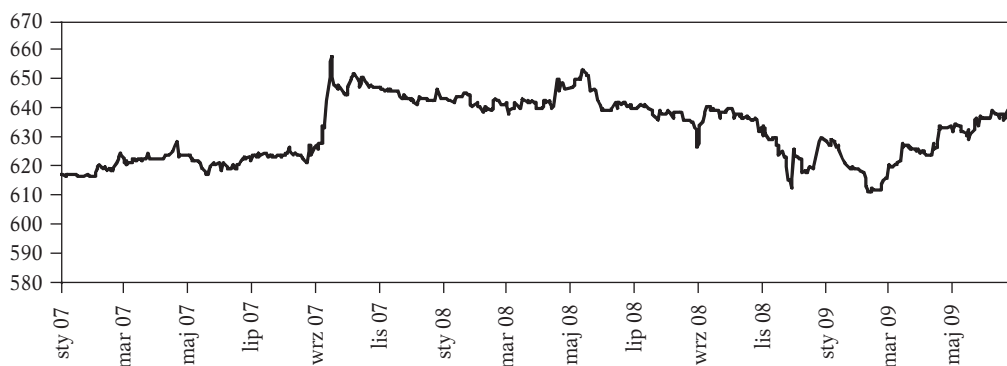
Informacje *a posteriori* o parametrach w modelach LL-GARCH-Student i LL-GARCH oraz LL-SV, obliczone dla cen akcji spółki Żywiec w okresie od stycznia 2007 do czerwca 2009

LL-GARCH-Student					
$a_{1.szum}$	$b_{1.szum}$	v_{szum}	$a_{1.stan}$	$b_{1.stan}$	v_{stan}
0,1168 (0,0694)	0,5511 (0,2817)	2,7217 (0,1942)	0,0602 (0,0224)	0,8991 (0,0471)	2,7413 (0,2049)
LL-GARCH					
0,1890 (0,0665)	0,4947 (0,1957)	–	0,1535 (0,0346)	0,7683 (0,0610)	–
LL-SV					
ρ_{szum}	γ_{szum}^2	–	ρ_{stan}	γ_{stan}^2	–
0,9855 (0,0097)	0,4287 (0,2536)	–	0,5901 (0,0897)	2,0223 (0,5098)	–
SV					
φ_0	φ_1	σ^2	ρ	γ^2	–
–0,0095 (0,0039)	–0,0051 (0,0041)	1,5789 (2,8125)	0,6979 (0,0065)	1,1898 (0,3103)	–

Źródło: obliczenia własne.

W tabeli 4 zawarto podstawowe informacje na temat rozkładów *a posteriori* estymowanych parametrów, takich jak wartość oczekiwana oraz odchylenie standardowe (umieszczone poniżej wartości oczekiwanej, w nawiasach półokrągłych). Na podstawie najbardziej prawdopodobnego modelu, czyli LL-SV, można stwierdzić, że trwałość zakłóceń losowych (szoków), w zmienności $\{\varepsilon_t\}$ jest bardzo duża, o czym świadczy wartość współczynnika autokorelacji bliska wartości jeden ($\rho_{szum} = 0,9855$). W przypadku szoków w średniej, trwałość zakłóceń jest nieco mniejsza, ponieważ współczynnik autokorelacji dla warunkowej wariancji w równaniu stanu (ρ_{stan}) wyniósł 0,5901. Ponieważ przyjęto założenie, że rozkład *a priori* dla współczynnika autoregresji jest uciętym

rozkładem normalnym z parametrem $\mu_p = 0,9$, uzyskane wyniki porównano z wynikami przy założeniu, że $\mu_p = 0$. W tym drugim przypadku wartość oczekiwana i odchylenie standardowe, dla parametru ρ_{szum} były równe odpowiednio 0,9854 i 0,0096, natomiast dla ρ_{stan} wyniosły 0,5794 i 0,0925. Jak widać (zob. tabela 4), rozkłady *a posteriori* nie różnią się zasadniczo kształtem i położeniem od rozkładów *a posteriori* obliczonych przy innych założeniach *a priori*. Oznacza to, że wstępne informacje na temat współczynnika autoregresji są silnie zdominowane przez informacje zawarte w próbie.



Rysunek 3. Mediany *a posteriori* dla δ_t ($t = 1, \dots, 605$), obliczone w modelu LL-SV

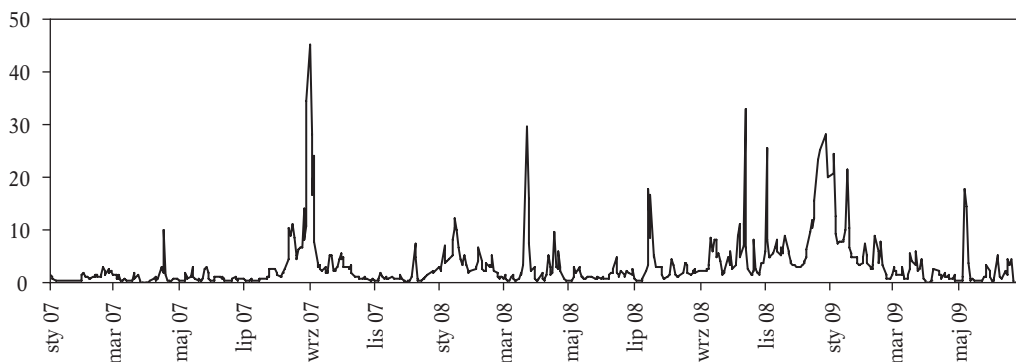
Źródło: obliczenia własne.

Rysunek 3 przedstawia ciąg median *a posteriori* dla zmiennej δ_t ($t = 1, \dots, 605$), obliczony w modelu LL-SV. Przedziały o najwyższej gęstości *a posteriori* miały bardzo małą rozpiętość, dlatego zrezygnowano z ich prezentacji. Mała, względna rozpiętość przedziałów *a posteriori* wskazuje na dużą precyzję oszacowania. Również nie zamieszczono na tym rysunku logarytmów cen, poddanych modelowaniu, ponieważ ich wartości bardzo mocno pokrywały się z przebiegiem median *a posteriori*. Traktowania średniej jako odrębnego procesu stochastycznego pozwala zatem na bardzo elastyczny opis dynamiki cen akcji.

Wyniki uzyskane dla parametrów struktury GARCH, w przeciwieństwie do parametrów struktury SV, wskazują na większą trwałość zakłóceń w procesie średniej, niż odchyłeń od średniej. Wartość oczekiwana *a posteriori* liczby stopni swobody, w modelu LL-GARCH-Student, w równaniu obserwacji i stanu kształtuje się na zbliżonym do siebie poziomie, tj. 2,7. Fakt, że niemal cała masa prawdopodobieństwa *a posteriori* jest skupiona poniżej wartości cztery oznacza, że dane silnie odrzucają hipotezę o istnieniu kurtozy rozkładów. Taka sytuacja wskazuje na rozkład warunkowy, wyraźnie różny od rozkładu normalnego i jednocześnie sygnalizuje występowanie obserwacji nietypowych.

Wyniki otrzymane dla podstawowego modelu stochastycznej zmienności są typowe dla finansowych szeregów czasowych o dziennej częstotliwości (por. [19]).

Rysunek 4 prezentuje przebieg median rozkładów *a posteriori* warunkowej wariancji, obliczony zgodnie ze wzorem (23). Warunkową wariancję obliczono w modelu lokalnego poziomu LL, w którym zakłócenia losowe są procesem stochastycznej zmienności.



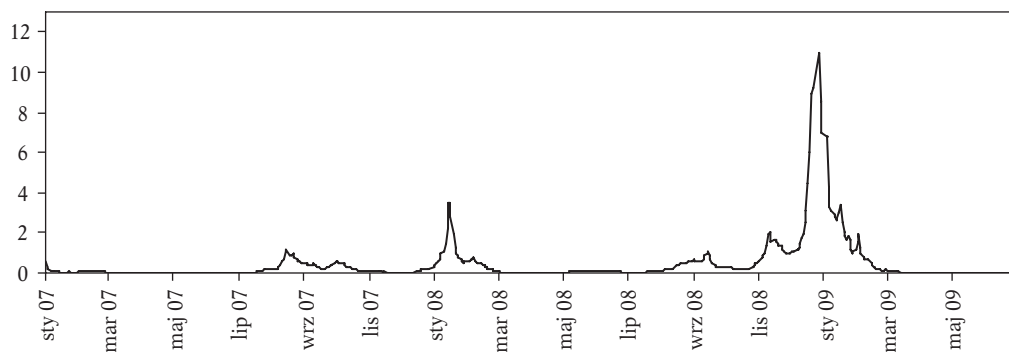
Rysunek 4. Mediany rozkładów *a posteriori* dla warunkowej wariancji $\text{Var}(\Delta y_t | \Psi_{t-1}, \theta) = \omega_t^2 + 2\sigma_t^2$, $t = 1, \dots, 605$, obliczone w modelu LL-SV

Źródło: obliczenia własne.

Jak widać na rysunku 4, w miesiącach od sierpnia do października 2007, a także od sierpnia 2008 do marca 2009 r. można zauważyć znaczący wzrost zmienności. Ponieważ we wzorze (23) można dokonać dekompozycji zmienności na dwa odrębne procesy, interesujące wydaje się wnikienie, która zmienność, czy ta związana z odchyleniami od średniej czy też ta związana ze średnią procesu, odgrywała w tym przypadku większą rolę. Rysunek 5 opisuje przebieg median rozkładu *a posteriori* w równaniu obserwacji, czyli zawiera graficzną prezentację, jak kształtowała się zmienność odchyleń od średniej. Z kolei rysunek 6 zawiera przebieg median warunkowej wariancji w równaniu stanu, czyli w równaniu średniej procesu. Jak widać na rysunku 5, warunkowa wariancja miała stosunkowo spokojny przebieg poza nielicznymi okresami gwałtownego nasilenia zmienności. Szczególnie wyraźnie uwidacznia się to we wspomnianej już drugiej połowie 2008 r. i pierwszym kwartale 2009 r., kiedy to miało miejsce załamanie się głównych światowych indeksów giełdowych oraz bardzo silne osłabienie złotego. Obserwowana w tym okresie duża zmienność była następstwem wzrostu światowej awersji do ryzyka, słabnącym sentymentem dla krajów rozwijających się, i w konsekwencji odpływem kapitału zagranicznego z tych krajów³. Również dwa wcześniejsze, widoczne na rysunku 5, podokresy mogą być skutkiem wpływu wydarzeń na międzynarodowym rynku finansowym, ponieważ pierwsze poważne zaburzenia cen na rynku światowym pojawiły się już w sierpniu 2007, a ich następstwem była długotrwała przecena cen akcji wraz z ich silnym wzrostem zmienność⁴. Dotyczyło to zwłaszcza małych i średnich spółek, czyli m.in. spółki Żywiec. Z kolei na początku 2008 roku nastąpiło wycofywanie środków z funduszy inwestycyjnych, co zmuszało je do sprzedaży akcji i w ostateczności przyczyniło się do pogłębienia spadków i zwiększenia niepewności na rynku giełdowym.

³ Analiza sytuacji gospodarczej w krajach Europy Środkowej i Wschodniej, Raport NBP, <http://www.nbp.pl/home.aspx?f=/publikacje/nms/nms.html> (31.08.09).

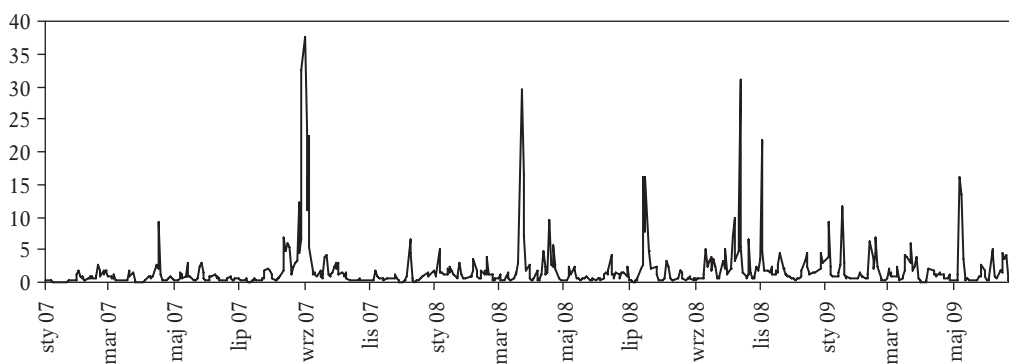
⁴ Raport o stabilności systemu finansowego – czerwiec 2008 r., Raport NBP, <http://www.nbp.pl/home.aspx?f=/systemfinansowy/stabilnosc.html> (31.08.09).



Rysunek 5. Mediany rozkładów *a posteriori* dla warunkowej wariancji w równaniu obserwacji, $\sigma_t^2 = \exp(h_{szum,t}^{SV})$, $t = 1, \dots, 605$, obliczone w modelu LL-SV

Źródło: obliczenia własne.

O ile dla odchyłeń od średniej łatwo można wyróżnić nieliczne podokresy znaczącego wzrostu zmienności i tym samym powiązać je z wydarzeniami na rynkach finansowych, to w przypadku zmienności samej średniej, jak pokazuje przebieg median na rysunku 6, w całym badanym okresie występowały liczne, krótkotrwałe przypadki nasilenia zmienności, których przyczyny trudno jednoznacznie ustalić. Wydaje się jednak, że przynajmniej niektóre z nich mogły być powiązane z czynnikami specyficznymi, związanymi z działalnością spółki. W przypadku Żywca jako przyczyny zwiększenia zmienności w średniej można wymienić: dobre wyniki spółki w pierwszym półroczu 2007 roku, deklaracja o skupie własnych akcji (we wrześniu 2007 i październiku 2008) oraz wypłata dywidendy (w kwietniu 2008).



Rysunek 6. Mediany rozkładów *a posteriori* warunkowej wariancji w równaniu stanu, $\omega_t^2 = \exp(h_{stan,t}^{SV})$, $t = 1, \dots, 605$, obliczone w modelu LL-SV

Źródło: obliczenia własne.

5. ZAKOŃCZENIE

W niniejszym artykule przedstawiono model lokalnego poziomu i jego bayesowską estymację. Dla parametrów w modelu LL, analityczne wyznaczenie charakterystyk rozkładów *a posteriori* jest bardzo trudne, dlatego też w prezentowanym artykule przedstawiono pełny układ rozkładów warunkowych. Do ich oszacowania stosuje się metody Monte Carlo z łańcuchami Markowa, a zwłaszcza próbnik Gibbsa połączony, niekiedy z algorytmem Metropolis i Hastingsa. Przykład empiryczny, zawarty w artykule, dotyczył modelowania szeregu cen akcji spółki Żywiec. Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że modele lokalnego poziomu mają znacznie większą moc objaśniającą niż tradycyjny model stochastycznej zmienności, który zajął czwarte, ostatnie miejsce wśród rozważanych modeli. Traktowanie średniej w modelach LL, jako odrębnego procesu stochastycznego, a nie jako deterministycznej funkcji przeszłości procesu zwiększyło znacząco ich szanse *a posteriori*. Najbardziej prawdopodobny okazał się model LL-SV, czyli model, który zawiera aż trzy odrębne procesy ukryte. Przeprowadzone badania potwierdzają również traktowanie średniej jako procesu z zakłóceniami typu SV. Okazuje się więc, że zarówno w opisie odchyień od średniej, jaki i samej średniej można mówić o okresach nasilenia zmienności. Wspomniane okresowe nasilenia zmienności mogą mieć swoje uzasadnienie w zmieniających się czynnikach rynkowych.

Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu

LITERATURA

- [1] Bos C., [2001], *Time Varying Parameter Models for Inflation and Exchange Rates*, WebDOC, <http://citeseer.ist.psu.edu/479611.html>, (2.04.2008).
- [2] Bos C., Mahieu R.J., Dijk van H.K., [2000], *Daily exchange rate behaviour and hedging of currency risk*, „Journal of Applied Econometrics”, 15, 6, 671-696.
- [3] Doman M., Doman R., [2004], *Ekonometryczne modelowanie dynamiki polskiego rynku finansowego*, Wyd. AE w Poznaniu, Poznań.
- [4] Durbin J., Koopman S.J., [2001], *Time Series Analysis by State Space Methods*, Oxford University Press, Oxford.
- [5] Fiszeder P., [2001], *Jednorównaniowe modele GARCH – analiza procesów zachodzących na GPW w Warszawie*, materiały na V Ogólnopolskie Seminarium Naukowe pt.: Dynamiczne modele ekonometryczne, Toruń, 221-232.
- [6] Geweke J., Whiteman Ch., [2006], *Bayesian Forecasting, Handbook of Economic Forecasting*, 1, red. Elliott G., Granger C.W.J., Timmermann A., 3-78.
- [7] Grassi S., Proietti T., [2008], *Has the volatility of U.S. inflation changed and how?*, wersja niepublikowana.
- [8] Harvey A.C., [1989], *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [9] Harvey A.C., Ruiz E., Sentana E., [1992], *Unobserved component time series with ARCH disturbances*, „Journal of Econometrics”, 52, 129-157.
- [10] Kim C.J., Nelson C.R., [1999], *State-Space Models with Regime Switching*, MIT Press.
- [11] Koop G., [2003], *Bayesian Econometrics*, John Wiley & Sons.
- [12] Koop G., van Dijk H.K., [2000], *Testing for integration using evolving trend and seasonals models: A Bayesian approach*, „Journal of Econometrics”, 97, 2, 261-291.

- [13] Muth J.F., [1960], *Optimal properties of exponentially weighted forecasts*, „Journal of the American Statistical Association”, 55, 299-306.
- [14] Newton M.A., Raftery A.E., [1994], *Approximate Bayesian inference by the weighted likelihood bootstrap (with discussion)*, „Journal of the Royal Statistical Society” B, 56, 3-48.
- [15] Osiewalski J., [1991], *Bayesowska estymacja i predykcja dla jednorównaniowych modeli ekonometrycznych*, Wyd. AE w Krakowie, Kraków.
- [16] Osiewalski J., [2001], *Ekonometria bayesowska w zastosowaniach*, Wyd. AE w Krakowie, Kraków.
- [17] Osiewalski J., Pajor A., Pipień M., [2004], *Bayesowskie modelowanie i prognozowanie indeksu WIG z wykorzystaniem procesów GARCH i SV*, XX Seminarium Ekonometryczne im. Profesora Zbigniewa Pawłowskiego, red. Zeliaś, A., Wyd. AE w Krakowie, Kraków, s. 17-39.
- [18] Osiewalski J., Pipień M., [1999], *Bayesowskie testowanie modeli GARCH i IGARCH*, „Przegląd Statystyczny”, 46, 1, 5-23.
- [19] Pajor A., [2003], *Procesy zmienności stochastycznej SV w bayesowskiej analizie finansowych szeregów czasowych*, Wyd. AE w Krakowie, Kraków.
- [20] Pellegrini S., Ruiz E., Espasa A., [2007], *The relationship between ARIMA-GARCH and unobserved component models with GARCH disturbances*, „Statistics and Econometrics Series”, 7-27.
- [21] Pellegrini S., Ruiz E., Espasa A., [2008], *ARIMA-GARCH and unobserved component models with GARCH disturbances: Are their prediction intervals different?*, wersja niepublikowana, https://editorialexpress.com/cgi-bin/conference/download.cgi?db_name=simposio2008&paper_id=304, (20.04.2010).
- [22] Piłatowska M., [2003], *Modelowanie niestacjonarnych procesów ekonomicznych*, Studium metodologiczne, Wyd. UMK w Toruniu, Toruń.
- [23] Stock J.H., Watson M.W., [2007], *Why has U.S. inflation become harder to forecast?*, „Journal of Money”, Credit, and Banking, 39, 3-33.
- [24] West M., Harrison J., [1989], *Bayesian Forecasting and Dynamic Models*, Springer.

Praca wpłynęła do redakcji we wrześniu 2009 r.

BAYESOWSKA ESTYMACJA MODELU LOKALNEGO POZIOMU O ROZKŁADACH DOPUSZCZAJĄCYCH WARUNKOWY ROZKŁAD t -STUDENTA I ZMIENNĄ WARIANCJĘ

Streszczenie

W artykule omówiono postać i własności modelu lokalnego poziomu, w którym zakłócenia losowe, w równaniu stanu i obserwacji, podlegają procesowi zmienności stochastycznej (SV) lub GARCH(1,1). Zasadniczym celem było opracowanie metod numerycznych wykorzystywanych w schemacie wnioskowania bayesowskiego w kontekście rozważanych modeli. Przykład empiryczny, zawarty w artykule, dotyczył wybranej spółki notowanej na GPW w Warszawie. Uzyskane wyniki wskazują, że najbardziej prawdopodobny okazał się model LL-SV, który uzyskał znaczną przewagę na standardowym modelem stochastycznej zmienności.

Słowa kluczowe: Model lokalnego poziomu, bayesowskie testowanie modeli, warunkowa heteroskedastyczność

BAYESIAN ESTIMATION OF LOCAL LEVEL MODEL WITH STUDENT- t DISTURBANCES AND TIME-VARYING CONDITIONAL VARIANCE

Summary

The paper presents the general LL (Local Level) model with time-varying conditional variance, recently proposed by Stock and Watson. The main purpose is to present the Bayesian estimation and model comparison

of different local level models with Normal GARCH, Student-t GARCH and SV disturbances. We are particularly interested how the different specifications of the conditional variance affect the explanatory power of a set of competing models. We apply the LL models to logarithmic transformations of the original prices of Żywiec, Polish company listed on the WSE. The model selection and posterior estimates provide strong evidence in favor of a model with SV disturbances in the core component, and the transitory component.

Key words: Local level model, Bayesian Model Comparison, Conditional Heteroscedasticity

PAWEŁ CABAŁA

ZASTOSOWANIE WSPÓŁCZYNNIKA KONKORDANCJI W POMIARZE ZGODNOŚCI OCEN EKSPERTÓW

1. UWAGI WSTĘPNE

Według tzw. koherencyjnej teorii prawdy prawdziwe jest to, co jest wewnętrznie spójne, co do czego istnieje zgoda. Zgodność ocen wyrażanych przez ekspertów jest podstawą formułowania sądów ogólnych, które jednak – wbrew postulatam teorii koherencji – nie zawsze okazują się sędami prawdziwymi. Znane z historii biznesu przypadki pomyłek ekspertów doprowadzały do poważnych dysfunkcji wdrażanych rozwiązań, upadku przedsiębiorstw, a także kosztujących życie ludzi katastrof przemysłowych. Mimo ryzyka bezkrytycznego polegania na opiniach ekspertów, błędów jednomyślności i ich skutków społecznych, wydaje się, że nie ma lepszej alternatywy. Ryzyko wystawienia błędnej oceny bywa jeszcze większe, gdy polegamy na jednej tylko opinii.

Weryfikacja zgodności ocen odgrywa doniosłą rolę tak w zakresie badań diagnostycznych jak i w studiach prospektywnych (np. *foresighting*). Rzetelna ocena złożonych zjawisk społeczno-gospodarczych nie jest w praktyce możliwa bez odwoływania się do opinii ekspertów. W analizie i projektowaniu systemów zarządzania przedsiębiorstwem ekspertami są nie tylko konsultanci zewnętrzni, lecz przede wszystkim kadra menedżerska, która jest odpowiedzialna za przygotowanie i wdrażanie strategii.

Jeżeli zgodność wystawionych przez grupę ekspertów ocen jest na odpowiednio wysokim poziomie, to jesteśmy uprawnieni do formułowania sądów ogólnych. Sąd ogólny w tym przypadku jest średnią (lub sumą) wystawionych ocen przez wszystkich ekspertów. Odnotowana rozbieżność ocen nie uprawnia nas do wykonywania takich operacji. Stosowana praktyka odrzucania ocen skrajnych i przyjmowania średniej pozostałych ocen jest również niedopuszczalna z metodologicznego punktu widzenia. Sprawą otwartą pozostaje odpowiedź na pytanie, jakie działania należy podjąć w przypadku braku zgodności w ocenach.

Generalnie istnieją trzy źródła braku zgodności w opiniach na temat danego obiektu. Pierwszym jest niska kompetencja grupy osób oceniających (nie chodzi tyle o niskie kompetencje poszczególnych osób, lecz o brak kompetencji całej grupy oceniających). Drugi powód braku zgodności jest związany z niewłaściwie zorganizowanym procesem oceny. Trzecim źródłem niezgodności jest źle zdefiniowany obiekt oceny.

Stwierdzenie braku zgodności w ocenach umożliwia podjęcie działań mających na celu eliminację przyczyn niezgodności bądź – gdy przyczyny są niemożliwe do usunięcia – powstrzymanie się od formułowania oceny ogólnej.

W praktyce badawczej do oceny zgodności ocen (preferencji) często wykorzystuje się metody analizy korelacji rang. Proces oceny sprowadza się wtedy do realizacji trzech faz badawczych. W fazie pierwszej ustalany jest stopień współzależności między ocenami ekspertów na temat względnej pozycji badanych obiektów. W fazie drugiej przeprowadzane są odpowiednie testy niezależności. Faza trzecia polega na sporządzeniu ostatecznego porządku rangowego badanych obiektów.

Artykuł niniejszy przedstawia zagadnienie analizy zgodności ocen z wykorzystaniem metod korelacji rang oraz dyskusję nad zaletami i ograniczeniami stosowania tych metod. Zwrócono uwagę przede wszystkim na dwa zagadnienia: pomiar zgodności między ocenami co najmniej trzech ekspertów oraz problematykę pomiaru zgodności w przypadkach występowania tzw. rang wiązanych.

2. POMIAR ZGODNOŚCI USZEREGOWAŃ MOCNYCH

Dwa czynniki mają rozstrzygające znacznie w pomiarze zgodności ocen ekspertów. Są to: ilość szeregów preferencyjnych oraz rodzaj skali porządkowej. Szereg preferencyjny odzwierciedla uporządkowanie zbioru obiektów (elementów) dokonane przez danego eksperta (obserwatora, sędziego, jurora). Każdemu obiektowi nadawana jest ranga określająca jego pozycję względem pozostałych obiektów na skali porządkowej. Rodzaj skali porządkowej (mocna lub słaba) ma natomiast wpływ zarówno na sposób obliczeń, jak i na dobór odpowiedniego testu istotności.

Do pomiaru zgodności uporządkowań między dwoma szeregami preferencyjnymi stosuje się współczynnik korelacji rang ρ Spearmana lub współczynnik korelacji rang τ Kendalla. Gdy mamy do czynienia z więcej niż dwoma szeregami rangowymi, wówczas najczęściej stosowanym miernikiem oceny zgodności preferencji jest wskaźnik konkordancji W Kendalla (*concordance coefficient*), zwany współczynnikiem zgodności [1] lub precyzyjniej: współczynnikiem zgodności uporządkowań wielokrotnych [5].

Poniżej skoncentrujemy się na problemie oceny zgodności między więcej niż dwoma uszeregowaniami ($m > 2$). Rozwinięte zostanie również zagadnienie uszeregowania słabych (tzw. rang wiązanych – *tied ranks*), które mimo że komplikuje obliczenia, ma niebagatelne znaczenie praktyczne.

Pomiar stopnia zgodności uporządkowań sprowadza się do konstrukcji współczynnika, w którym licznik wyraża wartość odzwierciedlającą stopień rzeczywistych powiązań między szeregami preferencyjnymi (S), a mianownik analogiczną wartość, jednak dla sytuacji pełnej zgodności uporządkowań rangowych, czyli maksymalnie możliwą do uzyskania (S_{\max}).

Rangę j -tego obiektu (gdzie $j = 1, 2, \dots, n$) nadaną przez i -tego eksperta ($i = 1, 2, \dots, m$) oznaczmy a_{ij} . W wyniku oceny n obiektów dokonanej przez m obserwatorów otrzymujemy macierz uporządkowań, której wiersze przedstawiają szeregi preferencyjne, a kolumny rangi nadane obiektom przez kolejnych ekspertów:

$$\begin{array}{cccc}
 a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\
 a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\
 \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\
 a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn}
 \end{array}$$

Wyróżniamy dwa typy uporządkowań rangowych (czyli szeregów preferencyjnych): mocne i słabe (o rangach niepowiązanych i rangach powiązanych). Najpierw omówimy pierwszy przypadek, czyli zagadnienie pomiaru zgodności między szeregami o uporządkowaniu mocnym.

Rozważmy przykład podany w tabeli 1. Pięciu obiektom A, B, C, D oraz E ($n = 5$) zostały nadane rangi przez trzech ekspertów ($m = 3$). Rang i te nie są powiązane, co oznacza że mamy do czynienia z uporządkowaniem mocnym.

Tabela 1

Przykład trzech szeregów preferencyjnych o uporządkowaniu mocnym

Wyszczególnienie	A	B	C	D	E	Suma szeregów
ekspert 1	4	2	5	1	3	15
ekspert 2	3	1	4	2	5	15
ekspert 3	2	3	5	1	4	15
Suma rang (R_j)	9	6	14	4	12	45

Źródło: opracowanie własne.

W uporządkowaniu mocnym wszystkie liczby oznaczające pozycje ocenianych obiektów są różne. Mówiąc inaczej ekspert jest w stanie rozróżnić ważność ocenianych obiektów (uszeregować je w kolejności ważności). Bez względu na porządek takiego uszeregowania, suma rang dla danego szeregu jest równa sumie n pierwszych liczb naturalnych, czyli $\frac{n(n+1)}{2}$. Jeżeli wszystkie szeregi preferencyjne będą miały porządek mocny, to suma sum tych rang będzie równa $\frac{mn(n+1)}{2}$, a średnia arytmetyczna sum rang $\frac{m(n+1)}{2}$. W zapisie formalnym:

a) suma rang R_j dla j -tego obiektu:

$$R_j = \sum_{i=1}^m a_{ij}, \quad (1)$$

b) suma sum rang wszystkich n obiektów:

$$\sum_{j=1}^n R_j = \frac{mn(n+1)}{2}, \quad (2)$$

c) średnia arytmetyczna sum rang dla wszystkich n obiektów:

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n R_j = \frac{m(n+1)}{2}. \quad (3)$$

Jeżeli sumę kwadratów odchyłeń R_j od średniej \bar{R} oznaczmy jako S , to:

$$S = \sum_{j=1}^n (R_j - \bar{R})^2 = \sum_{j=1}^n \left(R_j - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2. \quad (4)$$

Wielkość S osiąga maksymalną wartość (którą oznaczmy S_{max}) tylko w przypadku pełnej zgodności rang między szeregami preferencyjnymi. W takiej sytuacji sumy rang R_j dla kolejnych obiektów będą równe: $m, 2m, \dots, jm, \dots, nm$ (lub w dowolnym innym porządku). Maksymalną wartość sumy kwadratów odchyłeń R_j od średniej \bar{R} można wyznaczyć w sposób następujący:

$$S_{max} = \sum_{j=1}^n \left(jm - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2 = m^2 \sum_{j=1}^n \left(j^2 - 2j \frac{(n+1)}{2} + \frac{(n+1)^2}{4} \right), \quad (5)$$

a ponieważ suma kwadratów n pierwszych liczb naturalnych wynosi $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, więc

$$S_{max} = m^2 \left(\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{n(n+1)^2}{2} + \frac{n(n+1)^2}{4} \right) = \frac{m^2(n^3 - n)}{12}. \quad (6)$$

Współczynnik zgodności W jest ilorazem rzeczywistej wielkości S i wielkości S_{max} , czyli maksymalnej możliwej do uzyskania. Ostatecznie:

$$W = \frac{S}{S_{max}} = \frac{\sum_{j=1}^n \left(R_j - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2}{\frac{1}{12} m^2 (n^3 - n)}. \quad (7)$$

Współczynnik W osiąga wartości od 0 do 1. W przypadku całkowitej niezgodności uszeregowień S wyniesie zero bądź będzie relatywnie niskie w porównaniu z S_{max} .

Dla przykładu podanego w tabeli 1 stopień zgodności ocen trzech ekspertów wyrażony współczynnikiem konkordancji wynosi:

$$W = \frac{12}{3^2(5^3 - 5)} \sum_{j=1}^n (R_j - 9)^2 = \frac{12 \cdot 68}{1080} = 0,756.$$

3. POMIAR ZGODNOŚCI USZEREGOWAŃ SŁABYCH

Rangi powiązane oznaczają sytuacje, w której eksperci oceniający obiekty uznają, że nie ma różnicy między niektórymi z tych obiektów. Brak różnicy w ocenie oznacza,

że jedna (lub więcej) ranga wiąże co najmniej dwa obiekty. Możemy przy tym rozważyć dwa szczególne przypadki:

a) obserwatorzy proszeni są o uszeregowanie n obiektów w skali od 1 do n i nie są w stanie rozróżnić istotności między niektórymi obiektami, w związku z tym nadają nierozróżnialnym obiektom tę samą rangę. Przykładowo szereg: 6, 2, 3, 1, 3, 4, 8, 7, 6 oznacza, że obserwator nadał rangi 9 obiektom, przy czym nie był w stanie dostrzec różnicy między obiektem 1 i 9 oraz 3 i 5 (pozycje te są związane tą samą rangą),

b) obserwatorzy proszeni są o uszeregowanie n przedmiotów w skali od 1 do k , gdzie k jest liczbą naturalną, ale mniejszą od n . Przykładowo obserwator jest proszony o ocenę 10 obiektów, przy czym ocena ma być dokonana w skali od 1 do 7. Naturalnym jest, że w takim przypadku część obiektów będzie musiała być związana tą samą rangą.

Jeżeli wyniki ocen ekspertów dają szeregi z rangami związanymi i jeżeli chcemy posłużyć się w pomiarze zgodności współczynnikiem konkordancji, konieczne jest zastosowanie metody rang uśrednionych (*mid-rank metod*). Metoda ta polega na uśrednieniu rang powiązanych w taki sposób, by dały szereg analogiczny do szeregu, w którym wszystkie obiekty są rozróżnialne. W wyniku takiego przekształcenia otrzymujemy uszeregowanie, którego suma rang jest równa $\frac{n(n+1)}{2}$, czyli równa sumie analogicznego szeregu o uporządkowaniu mocnym. W tabeli 2 pokazano przykład zamiany rang związanych na rangi uśrednione.

Tabela 2

Przykład przekształcania rang związanych

Numer obiektu	A	B	C	D	E	F	G	H	I	Suma rang
Rangi eksperta:	6	2	3	1	3	4	6	7	6	38
Rangi uśrednione:	7	2	3,5	1	3,5	5	7	9	7	45

Źródło: opracowanie własne.

Jak widać w tabeli 2 surowe wyniki rangowania dają szereg, którego suma jest równa 38. Obiekt D otrzymał rangę 1, a obiekt B rangę 2. Obiekty C oraz E są związane tą samą rangą 3. W celu zamiany na rangi uśrednione należy ich pozycje uśrednić, a ponieważ zajmują one w kolejności rangowania pozycje 3 i 4 (po D i B) więc obiekty te otrzymują rangę $3,5 \left(\frac{3+4}{2} \right)$. Piątą pozycję w kolejności zajmuje obiekt F, który otrzymał rangę 4, lecz ze względu na dwie poprzedzające go rangi związane otrzymuje rangę 5 (przed nim znalazły się już 4 obiekty D, B, C i E). Obiekty A, G i I wiąże z kolei ranga 6, a ponieważ zajmują one kolejne pozycje 6, 7 i 8, to otrzymują rangę $7 \left(\frac{6+7+8}{3} \right)$. Ostatnią pozycję (czyli rangę 9) zajmuje obiekt H, którego pierwotna ranga wyniosła 7. Suma rang w ten sposób uśrednionych wynosi 45 i jak można sprawdzić jest równa sumie pierwszych 9 liczb naturalnych.

Poza uśrednieniem rang należy wprowadzić korektę w mianowniku współczynnika konkordancji (S_{\max}). W tym celu dla szeregów, w których występują rangi powiązane oblicza się wartość T_i :

$$T_i = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^k (t_j^3 - t_j), \quad (8)$$

gdzie k oznacza liczbę grup posiadających tą samą rangę ($j = 1, 2, \dots, k$) w i -tym szeregu, a symbol t_j liczbę identycznych rang wiązanych w danej grupie. W szeregu pokazanym w tabeli 2 występują dwie grupy rang o identycznych rangach wiązanych ($k = 2$); w pierwszej grupie są dwie identyczne rangi wiązane (obiekty C i D otrzymały rangę 3,5, czyli $t_1 = 2$), a w drugiej – trzy takie same rangi wiązane (obiekty A, G, I mają rangę 7, czyli $t_2 = 3$). Stąd:

$$T_1 = \frac{1}{12}((2^3 - 2) + (3^3 - 3)) = 2,5.$$

Dla szeregu o uporządkowaniu mocnym (bez rang związanych) suma kwadratów odchyłeń od średniej wynosi $\frac{n^3 - n}{12}$, czyli w naszym przypadku jest równa 60 ($n = 9$). Wielkość $\frac{n^3 - n}{12} - T_1$ jest sumą kwadratów odchyłeń od średniej szeregu z rangami wiazanymi (w przykładzie: $60 - 2,5 = 57,5$). Można bezpośrednio sprawdzić, że suma kwadratów odchyłeń od średniej dla szeregu z rangami uśrednionymi (drugi wiersz tabeli 2) jest równa 57,5.

Dla m szeregów z rangami wiazanymi wartość T :

$$T = \sum_{i=1}^m T_i \quad (9)$$

oznacza poprawkę na rangi wiązane występujące we wszystkich szeregach. W przypadku pełnej zgodności między m szeregami rangi wiązane dotyczą tych samych obiektów, dlatego wielkość T mnożymy przez m . Ostatecznie współczynnik konkordancji dla rang powiązanych jest równy:

$$W = \frac{S}{S_{\max} - mT} = \frac{\sum_{j=1}^n \left(R_j - \frac{m(n+1)}{2} \right)^2}{\frac{1}{12} m^2 (n^3 - n) - mT}. \quad (10)$$

4. UOGÓLNIONA FORMUŁA WSPÓŁCZYNNIKA KONKORDANCJI I TESTY ISTOTNOŚCI

Poniżej przedstawimy propozycję dogodniejszego sposobu obliczania współczynnika konkordancji, którą warto stosować zwłaszcza w przypadku występowania rang wiązanych:

$$W = \frac{S}{mG}, \quad (11)$$

gdzie

$$G = \sum_{i,j=1}^{m,n} \left(a_{ji} - \frac{(n+1)}{2} \right)^2. \quad (12)$$

Wielkość G jest sumą kwadratów odchyleń wszystkich rang od średniej szeregu. Z definicji średnie wszystkich szeregów są równe i wynoszą $\frac{(n+1)}{2}$, bez względu na występowanie rang powiązanych (i pod warunkiem, że rangi powiązane zostaną uśrednione).

Suma kwadratów odchyleń od średniej szeregu, w którym nie występują rangi wiązane wynosi $\frac{n^3 - n}{12}$. Mając m takich szeregów otrzymujemy:

$$mG = \frac{m^2(n^3 - n)}{12} = S_{\max}. \quad (13)$$

W przypadku występowania rang wiązanych prawdziwe jest z kolei równanie:

$$mG = S_{\max} - mT. \quad (14)$$

Równanie powyższe pozwala na wyznaczenie T , bez konieczności zliczania ilości rang powiązanych, wyznaczania dla każdego szeregu T_i , a następnie sumowania tych wartości. Warto więc w praktyce korzystać z poniższej formuły:

$$T = \frac{S_{\max} - mG}{m} = \frac{\frac{1}{12}m^2(n^3 - n) - mG}{m} = \frac{m(n^3 - n)}{12} - G. \quad (15)$$

Wyznaczanie wielkości T jest niezbędne do przeprowadzenia testu istotności dla szeregów z rangami wiązanych, które przedstawiamy poniżej.

Zakładając, że eksperci w swych opiniach są niezależni, możemy uznać, że pojawienie się konkretnego układu uszeregowania jest równie prawdopodobne jak każdego innego. Na tej podstawie można zidentyfikować rozkład S . Dla danego m i n istnieje $(n!)^m$ wszystkich możliwych uszeregowania rangowych. Dla niskich wartości m i n opracowano tablice rzeczywistego rozkładu prawdopodobieństwa uzyskania określonej wartości S . I tak M. Kendall podaje rozkłady prawdopodobieństwa uzyskania wartości S dla następujących wielkości: a) $n = 3$; $2 \leq m \leq 10$ b) $n = 4$; $2 \leq m \leq 6$, c) $n = 5$, $m = 3$. Bardziej podręczne są tablice rozkładu S na poziomach istotności $\alpha = 0,05$ i $0,01$, dla $3 \leq n \leq 7$ oraz $3 \leq m \leq 20$ ([9], a w polskiej literaturze: [12]).

Dla liczby obiektów większej od siedmiu ($n > 7$) zadowalającym przybliżeniem rzeczywistego rozkładu S jest rozkład chi-kwadrat. Dla uszeregowania mocnych (bez rang wiązanych) wartość statystyki:

$$\chi_r^2 = m(n-1)W = \frac{S}{\frac{1}{12}mn(n+1)}, \quad (16)$$

porównujemy z wartością χ_α^2 odczytaną z tablic rozkładu chi-kwadrat dla $n-1$ stopni swobody (df) oraz dla założonego poziomu istotności α . Jeżeli w szeregach preferencyjnych występują rangi wiązane, to wartość chi-kwadrat obliczamy na podstawie statystyki:

$$\chi_r^2 = \frac{S}{\frac{1}{12}mn(n+1) - \frac{1}{n-1}T}. \quad (17)$$

Testowanie istotności statystycznej współczynnika konkordancji polega na postawieniu hipotezy zerowej (H_0), która głosi że badane szeregi rangowe nie są ze sobą powiązane. Hipotezę zerową odrzucamy, gdy obliczona wartość χ_r^2 (lub wartość S , jeżeli korzystamy z tablic rzeczywistego rozkładu S dla $n \leq 7$) jest równa lub wyższa niż χ_α^2 , czyli wartości odczytanej z tablic rozkładu chi-kwadrat dla $df = n-1$ stopni swobody przy danym poziomie istotności α .

Przykładowo dla szeregów podanych w tab. 1 wartość współczynnika W wyniosła 0,756. Mieliśmy tam do czynienia z oceną pięciu obiektów dokonaną przez trzech ekspertów i wszystkie szeregi miały porządek mocny. W takim wypadku najlepiej jest skorzystać z opracowanych tablic rzeczywistego rozkładu S , z których możemy odczytać, że dla $n = 5$ i $m = 3$ oraz dla $\alpha = 0,05$ wartość krytyczna S wynosi 64,4. Ponieważ rzeczywista wartość S w tym przykładzie wyniosła 68, więc przy $\alpha = 0,05$ hipotezę zerową należy odrzucić na korzyść stwierdzenia, że między badanymi szeregami istnieje statystycznie istotna zależność. Dla porównania z tablic podanych przez M. Kendalla można odczytać, że prawdopodobieństwo uzyskania wartości $S \geq 64$ wynosi 0,045.

5. INTERPRETACJA WYNIKÓW POMIARU

Celem oceny zgodności między szeregami preferencyjnymi jest ustalenie ostatecznego porządku rangowego. Ostateczne rangi są wyznaczane na podstawie średniej (lub sumy) rang dla badanych obiektów. Porządek taki możemy jednak ustalić dopiero po stwierdzeniu satysfakcjonującego poziomu zgodności między ekspertami (obserwatorami). Stąd właśnie wynika potrzeba pomiaru stopnia zgodności.

Odpowiedź na pytanie, jaka wartość współczynnika konkordancji świadczy o zgodności uporządkowań nie jest prosta. Wartość współczynnika W kształtuje się w przedziale od 0 do 1, gdzie 1 oznacza pełną zgodność uporządkowań, a 0 brak zgodności. Bardziej przemawiającym do intuicji są współczynniki korelacji, których wartości kształtują się od -1 do 1, gdzie wartości ujemne odzwierciedlają siłę niezgodności, wartości dodatnie siłę zgodności. Taka interpretacja jest prosta, gdy mamy do czynienia z dwoma szeregami (mówiąc szerzej dwiema zmiennymi). W miarę wzrostu liczby szeregów rośnie jednak ilość rang, które zostaną przypisane temu samemu obiektowi, co sprawia że maleje poziom maksymalnego możliwego nieuporządkowania między szeregami.

Zjawisko to jest wyraźnie widoczne, gdy prześledzimy zależność między współczynnikiem konkordancji a współczynnikiem korelacji rang Spearmana (ρ). Ogólną ocenę zgodności między $m > 2$ szeregami preferencyjnymi można bowiem wyrazić poprzez obliczenie średniej współczynników korelacji rang ρ dla wszystkich możliwych par uporządkowań rangowych.

Powróćmy do przykładu (tab. 1), w którym trzech ekspertów oceniało pięć obiektów na skali porządkowej, a współczynniki konkordancji wyniósł 0,756. Wyrazimy teraz ogólną zgodność ekspertów za pomocą średniej arytmetycznej współczynników ρ . Jak wiadomo współczynniki korelacji rang Spearmana służy do oceny siły związku między dwiema cechami i jest obliczany wg wzoru:

$$\rho = 1 - \frac{6 \sum_{j=1}^n (d_j)^2}{n^3 - n}, \quad (18)$$

gdzie d_j jest różnicą rang dla j -tego obiektu. W przykładzie z tab. 1 mamy 3 możliwe pary uszeregować. Obliczmy $\rho_{1,2}$ (współczynnik korelacji między szeregami eksperta 1 i 2), $\rho_{1,3}$ (między szeregiem eksperta 1 i 3) oraz $\rho_{2,3}$ (czyli między szeregiem 2 i 3), a następnie uśredniamy otrzymane wyniki. Średnia wszystkich możliwych par ρ_{av} wynosi dla naszego przykładu:

$$\rho_{av} = \frac{\rho_{1,2} + \rho_{1,3} + \rho_{2,3}}{3} = \frac{0,6 + 0,7 + 0,6}{3} = 0,633.$$

Jak widać uzyskany wynik (0,633) jest wartością niższą od obliczonego wcześniej współczynnika W (0,756).

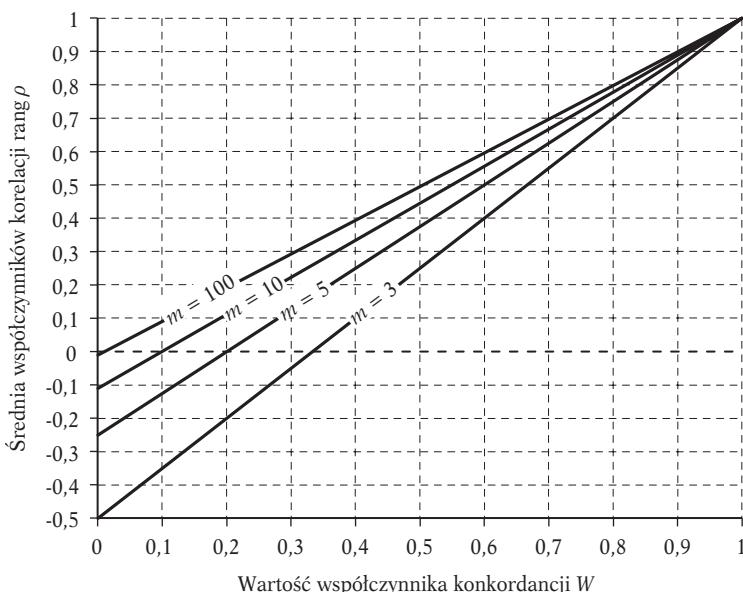
Istnieje relacja liniowa między współczynnikiem konkordancji W a średnią współczynników korelacji rang ρ Spearmana. Dla $\binom{m}{2}$ wszystkich par obserwatorów, a więc i szeregów preferencyjnych można wyznaczyć wartości ρ , a następnie obliczyć średnią dla wszystkich par¹.

Średnia współczynników korelacji rang Spearmana (ρ_{av}) jest powiązana ze współczynnikiem W następująco:

$$\rho_{av} = \frac{mW - 1}{m - 1}. \quad (19)$$

Gdy współczynnik zgodności $W = 0$, to średnia współczynników korelacji rang Spearmana wyniesie $\rho_{av} = -\frac{1}{m-1}$. Jest to najmniejsza wartość jaką może osiągnąć ρ_{av} (w miarę wzrostu liczby szeregów, będzie się zbliżać do zera). Gdy $W = 1$ to $\rho_{av} = 1$. Z kolei dla ρ_{av} równego zero, współczynnik W wyniesie $\frac{1}{m}$. Zależność między tymi współczynnikami dla $m = 3, 5, 10$ i 100 pokazano na rysunku 1. W przypadku analizy więcej niż 100 szeregów wartość ρ_{av} można uznać za równą W (dla $m = 100$, wartości $W = 0$ odpowiada wartość $\rho_{av} = -0,01$).

¹ Jest to przewaga ρ nad τ , dla którego nie ma prostej metody interpretacji w kategoriach średniej z par $m > 2$ uszeregować.

Rysunek 1. Relacje między W a ρ_{av} dla wybranych wartości m

Źródło: opracowanie własne.

Przedstawiona wyżej zależność, pokazuje problemy z właściwą interpretacją współczynnika konkordancji. Rozważmy następujący przykład. Grupa trzech ekspertów ustaliła rangi dla 20 czynników ryzyka w związku z realizacją inwestycji i współczynnik konkordancji wyniósł 0,6. Te same 20 czynników ryzyka dla tej samej inwestycji oceniła inna grupa, tym razem 7 ekspertów i współczynnik W wyniósł 0,8. Widać więc wyraźnie, że druga grupa jest bardziej zgodna w ocenie niż grupa pierwsza. Nie ma jednak jednoznacznej odpowiedzi na pytanie, czy różnica ta jest istotna statystycznie.

6. PRZYKŁAD POMIARU ZGODNOŚCI SZEREGÓW Z RANGAMI WIĄZANYMI

W badaniach mających na celu ustalenie wpływu tzw. gospodarki opartej na wiedzy (GOW) na funkcjonowanie polskich przedsiębiorstw jednym z etapów badawczych było opracowanie zestawu kryteriów oceny pozwalających na ocenę stopnia tego wpływu [4]. Z uwagi na fakt, iż pojęcie GOW jest nieostre uznano, że należy dobrać nie jedno, lecz zestaw kryteriów oceny stopnia takiego wpływu. Przejawem tego wpływu miał być poziom zaawansowania systemu zarządzania wiedzą w przedsiębiorstwie.

Na podstawie studiów literatury przedmiotu zidentyfikowano kilkadziesiąt najczęściej podawanych właściwości systemu zarządzania wiedzą. Ostatecznie uznano, iż najczęściej opisywanymi cechami, które mogłyby stać się kryteriami oceny systemu zarządzania wiedzą w przedsiębiorstwie są: K1 – grupowe rozwiązywanie problemów, K2 – bariery w dzieleniu się wiedzą, K3 – częstotliwość aktualizacji baz danych, K4

– dzielenie się wiedzą z kooperantami, K5 – użyteczność systemów informatycznych, K6 – stopień zaawansowania systemów informacyjnych, K7 – narzędzia wspomagające zarządzanie wiedzą, K8 – znajomość technologii informatycznych, K9 – działalność badawczo-rozwojowa, K10 – współpraca w zakresie rozwoju z innymi firmami, K11 – poziom wykształcenia pracowników, K12 – szkolenia pracowników, K13 – stopień komputeryzacji stanowisk pracy.

Grupę 14 pracowników naukowo-dydaktycznych Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie poproszono o dokonanie oceny stopnia istotności wymienionych kryteriów z uwagi na ocenę wpływu GOW na przedsiębiorstwo. Przyjęto, że kryteria będą oceniane w skali od 1 do 3, gdzie ocena 1 oznaczała umiarkowaną istotność, ocena 2 wysoką istotność, a ocena 3 bardzo wysoką istotność danego kryterium.

Wyniki przeprowadzonej oceny 13 kryteriów (K1 do K13) dokonanej przez 14 ekspertów (E1 do E14) zestawiono w tabeli 3.

Tabela 3

Surowe wyniki oceny istotności dobranych kryteriów

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10	K11	K12	K13
E1	3	3	2	3	1	2	1	2	2	1	1	3	1
E2	1	1	1	1	3	3	3	2	2	2	3	2	1
E3	3	2	3	1	3	1	2	3	2	1	2	1	2
E4	2	3	1	2	2	2	3	1	2	1	3	3	1
E5	1	1	3	3	2	2	2	1	3	2	1	3	1
E6	2	2	2	2	2	3	2	2	3	3	2	3	2
E7	3	2	3	2	3	2	2	1	2	3	3	2	2
E8	3	2	2	2	2	3	3	2	3	2	1	1	1
E9	3	2	2	3	3	2	3	2	2	3	1	2	1
E10	3	3	2	2	1	2	2	2	3	2	2	1	2
E11	3	2	2	1	3	2	2	3	2	1	3	2	2
E12	1	3	3	1	2	3	3	2	3	2	3	2	2
E13	1	1	2	1	3	2	3	3	2	2	3	3	1
E14	2	1	2	1	2	2	3	2	3	1	3	2	2

Źródło: opracowanie własne.

Jak widać z zaprezentowanych w tabeli 3 danych mamy do czynienia z oceną 13 obiektów dokonaną przez 14 obserwatorów ($n = 13$, $m = 14$). Ze względu na przyjętą skalę oceny wszystkie szeregi mają rangi wiązane. W celu obliczenia współczynnika konkordancji konieczne jest przeprowadzenie procedury uśredniania rang wiązanych. I tak w szeregu pierwszym (E1) z tabeli 3 kryteria K1, K2, K4 oraz K12 otrzymały

najwyższą ocenę w przyjętej skali (3). Oznacza to, że pozycje tych kryteriów (obiektów) są sobie równe i jednocześnie najwyższe. Te cztery pierwsze miejsca uśredniamy: $\frac{1+2+3+4}{4}$ i otrzymujemy dla tych obiektów rangę uśrednioną 2,5. Dalej, kryteria K3, K6, K8 i K9 otrzymały tę samą ocenę (2), a zatem je uśredniamy biorąc pod uwagę ich kolejne pozycje w szeregu: $\frac{5+6+7+8}{4} = 6,5$. Ekspert 1 najniżej ocenił (1) kryteria K5, K7, K10, K11 oraz K13. Stąd rangi związane dla tych kryteriów wyniosą: $\frac{9+10+11+12+13}{5} = 11$. Podobnie obliczenia przebiegają dla pozostałych szeregów. Wyniki obliczeń pokazano w tabeli 4.

Tabela 4

Rangi uśrednione dobranych kryteriów

	K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	K8	K9	K10	K11	K12	K13	t_i
E1	2,5	2,5	6,5	2,5	11	6,5	11	6,5	6,5	11	11	2,5	11	20
E2	11	11	11	11	2,5	2,5	2,5	6,5	6,5	6,5	2,5	6,5	11	20
E3	2,5	7	2,5	11,5	2,5	11,5	7	2,5	7	11,5	7	11,5	7	20
E4	7	2,5	11,5	7	7	7	2,5	11,5	7	11,5	2,5	2,5	11,5	20
E5	11	11	2,5	2,5	6,5	6,5	6,5	11	2,5	6,5	11	2,5	11	20
E6	9	9	9	9	9	2,5	9	9	2,5	2,5	9	2,5	9	65
E7	3	9	3	9	3	9	9	13	9	3	3	9	9	38
E8	2,5	7,5	7,5	7,5	7,5	2,5	2,5	7,5	2,5	7,5	12	12	12	24,5
E9	3	8,5	8,5	3	3	8,5	3	8,5	8,5	3	12,5	8,5	12,5	28
E10	2	2	7,5	7,5	12,5	7,5	7,5	7,5	2	7,5	7,5	12,5	7,5	44,5
E11	2,5	8	8	12,5	2,5	8	8	2,5	8	12,5	2,5	8	8	33,5
E12	12,5	3,5	3,5	12,5	9	3,5	3,5	9	3,5	9	3,5	9	9	28
E13	11,5	11,5	7,5	11,5	3	7,5	3	3	7,5	7,5	3	3	11,5	20
E14	7	12	7	12	7	7	2	7	2	12	2	7	7	32
Suma	87	105	95,5	119	86	90	77	105	75	111,5	89	97	137	413,5

Źródło: opracowanie własne.

W ostatnim wierszu tabeli 4 podano sumę rang dla poszczególnych kryteriów (czyli R_j) oraz sumę T_i , czyli poprawkę na rangi związane (T , wzór 9). Suma kwadratów odchyleń R_j od średniej $\bar{R} = \frac{m(n+1)}{2}$ (czyli S) wynosi 3629,5. Tak przygotowane dane pozwalają na obliczenie współczynnika konkordancji (wzór 10):

$$W = \frac{\sum_{j=1}^n \left(R_j - \frac{14(13+1)}{2} \right)^2}{\frac{1}{12} \cdot 14^2 (13^3 - 13) - 14 \cdot 413,5} = \frac{3629,5}{3572 - 5789} = 0,121$$

W praktyce warto stosować zaproponowaną modyfikację w obliczaniu współczynnika konkordancji, dzięki której unikamy konieczności wyznaczania wartości poprawek na rangi związane (ostatnia kolumna tab. 4). Na podstawie tablicy rang uśrednionych (tab. 4) obliczmy:

$$G = \sum_{i=1, j=1}^{m,n} \left(a_{ji} - \frac{(n+1)}{2} \right)^2 = \sum_{i=1, j=1}^{m,n} (a_{ji} - 7)^2 = 2134,5,$$

a stąd

$$W = \frac{S}{mG} = \frac{3629,5}{14 \cdot 2134,5} = 0,121.$$

Korzystając z formuły (15) wyznaczamy wartość T , czyli sumę poprawek na rangi:

$$T = \frac{m(n^3 - n)}{12} - G = \frac{14(13^3 - 13)}{12} - 2134,5 = 413,5.$$

Średnia współczynników korelacji rang Spearmana dla omawianego przypadku wynosi:

$$\rho_{av} = \frac{mW - 1}{m - 1} = \frac{14 \cdot 0,121 - 1}{13} = 0,053.$$

W celach porównawczych obliczono średnią współczynników korelacji liniowej Pearsona (r_{av}). Dla wszystkich 91 par szeregów średnia ta wyniosła $r_{av} = 0,051$. Jak widać różnica między r_{av} a ρ_{av} jest nieznaczna. Wartości współczynników na podstawie których obliczono średnią zawiera tabela 5.

Tabela 5

Współczynniki korelacji r Pearsona dla wszystkich par szeregów

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13
E2	-0,57												
E3	-0,12	-0,12											
E4	0,24	0,36	-0,25										
E5	0,22	-0,01	-0,36	0,00									
E6	0,06	0,26	-0,64	0,00	0,46								

cd. tabeli 5

	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12	E13
E7	-0,26	0,05	0,16	0,00	0,05	-0,06							
E8	0,14	0,14	0,13	0,00	0,14	0,16	-0,05						
E9	0,16	0,03	0,00	0,00	0,30	0,02	0,20	0,57					
E10	0,31	-0,44	0,16	0,00	-0,29	-0,08	-0,06	0,50	-0,04				
E11	-0,12	0,30	0,74	0,15	-0,54	-0,41	0,07	-0,02	-0,24	-0,03			
E12	-0,35	0,43	0,00	0,27	0,04	0,18	-0,04	0,10	-0,45	0,12	0,06		
E13	-0,44	0,79	0,12	0,24	0,12	0,14	-0,05	-0,14	-0,03	-0,62	0,40	0,35	
E14	-0,41	0,55	0,29	0,29	0,00	0,00	0,00	0,16	-0,33	0,00	0,51	0,47	0,55

Źródło: opracowanie własne.

Uzyskanie wyniku świadczą o niskiej zgodności między opiniami ekspertów co do relatywnej istotności rang dla badanych kryteriów. Czy uzyskany wynik jest istotny statystycznie? W przykładzie mamy do czynienia z oceną 13 obiektów dokonaną przez 14 ekspertów. Wszystkie szeregi posiadają rangi wiązane. Dla takiej liczby obiektów i szeregów nie ma tablic rzeczywistego rozkładu S , więc musimy posłużyć się szacunkiem korzystając z rozkładu chi-kwadrat. Obliczamy wartość statystyki (wzór 17):

$$\chi_r^2 = \frac{3629,5}{\frac{14 \cdot 13(13+1)}{12} - \frac{413,5}{13-1}} = 24,599.$$

Z tabel rozkładu chi-kwadrat odczytujemy, że dla $df = 12$ (czyli $n - 1$) i poziomu istotności $\alpha = 0,05$ wartość $\chi_\alpha^2 = 21,0261$, a zatem odrzucamy hipotezę zerową mówiącą o braku zależności między badanymi uporządkowaniami ($\chi_r^2 > \chi_\alpha^2$).

Uwzględnianie wartości T dla szeregów z dużą ilością rang wiązanych jest konieczne w testach istotności. Dla rozpatrywanego przykładu wartość χ_r^2 bez wprowadzenia poprawki na rangi wiązane $\left(\frac{T}{n-1}\right)$ wynosi 19,9423.

8. OGRANICZENIA METOD KORELACJI RANG W POMIARZE ZGODNOŚCI OCEN

W przypadku większej liczby obiektów ($n > 9$) rangowanie w sensie dosłownym stwarza istotne trudności, ponieważ oceniający nie jest w stanie jednocześnie porównywać ze sobą tak dużej liczby obiektów. Sensownym rozwiązaniem jest wtedy odwołanie się do metody porównań parami i na tej podstawie tworzenie porządku rangowego².

² Takie rozwiązanie sugeruje m.in. M. Kendall. Proponowany przez tego autora miernik zgodności u (coefficient of agreement) wyraża stopień zgodności między ocenami obserwatorów, którzy rozważane obiekty porównują parami. W przypadku złożonych i trudnych do oceny obiektów podejście takie wydaje się bardzo wskazane [7].

Zamiast tego w praktyce stosuje się skale oceny o mniejszej rozpiętości, które służą do oceny każdego obiektu z osobna, tak jak to zrobiono w powyższym przykładzie.

Pytanie, jakie w związku z tym się nasuwa to, czy mamy prawo przekształcania ocen wyrażanych w skali punktowej (tutaj od 1 do 3) w szeregi z rangami wiązanymi, zwłaszcza gdy liczba ocenianych obiektów jest większa do przyjętej rozpiętości skali punktowej (w naszym przypadku liczba ocenianych obiektów była równa 13, czyli znacznie większa od 3).

Rozważmy inny przykład. Czterech ekspertów ocenia stopień wpływu na działalność danego przedsiębiorstwa siedmiu określonych zagrożeń. Czy proces oceny polegający na uszeregowaniu tych zagrożeń w kolejności od zagrożenia o największym wpływie aż do zagrożenia o wpływie najmniejszym (czyli rangowanie), będzie równoznaczny z procesem oceny każdego z tych zagrożeń oddzielnie w skali od 1 do 7? Jaki wpływ na proces oceny będzie miało zwiększenie rozpiętości skali punktowej (np. skala od 1 do 9 zamiast od 1 do 7)? Jaki wpływ na proces oceny będzie miało zmniejszenie rozpiętości skali (np. skala od 1 do 3 zamiast od 1 do 7)? Odpowiedzi na powyższe pytania mają fundamentalne znaczenie dla pomiaru zgodności ocen.

Gdy zgodność ocen chcemy wyrazić za pomocą współczynników korelacji rang (dla $m = 2$) lub współczynnika konkordancji (dla $m > 2$), to musimy mieć świadomość, że adekwatny pomiar zgodności będzie możliwy wówczas, gdy mamy do czynienia z rangowaniem obiektów w ścisłym tego słowa znaczeniu. Wydaje się, że rangowanie jest procesem psychologicznie i merytorycznie odmiennym od niezależnej oceny każdego obiektu z osobna – nawet gdy te obiekty należą do jednej klasy (kategorii).

Współczynniki korelacji rang (ρ , τ , czy współczynnik konkordancji) wyrażają stopień ogólnego powiązania między preferencjami grupy ekspertów. Jednak potrzeba pomiaru stopnia zgodności ocen dotyczy nie tylko sytuacji, w których kilku ekspertów wypowiada się na temat kilku obiektów łącznie. Często spotykamy się z praktyką, kiedy oceny są przyznawane niezależnie każdemu z badanych obiektów w określonej skali punktowej. Nie mamy wtedy do czynienia z rangowaniem w sensie ścisłym, ponieważ oceniając każdy z obiektów osobno eksperci mają do dyspozycji każdorazowo skalę o tej samej rozpiętości.

W przypadku współczynnika konkordancji badamy stopień powiązań między rangami. Ranga oznacza miejsce danego obiektu wśród innych ocenianych obiektów, a zatem stosowana w tym przypadku rozpiętość skali porządkowej jest równa $n - 1$. Wyznaczając rangę danego obiektu, każdorazowo zmniejszamy tak rozumianą rozpiętość skali, aż do jej wyczerpania. Dla szeregów słabych, czyli gdy dopuszczamy możliwość nadania tej samej rangi niektórym obiektom, rozpiętość skali będzie mniejsza niż $n - 1$.

Wydaje się, że skala punktowa, za pomocą której n obiektów jest ocenianych niezależnie i która ma rozpiętość wyższą od $n - 1$, jest skalą mocniejszą od skali wynikającej z procesu rangowania. Zależność odwrotna jest mniej oczywista, lecz można w pewnym sensie powiedzieć, że gdy rozpiętość skali punktowej ocen jest mniejsza do $n - 1$, to rangowanie – o ile nie stosuje się rang wiązanых – daje wyniki „mocniejsze” od ocen punktowych.

LITERATURA

- [1] Brzeziński J., Maruszewski T., [1978], *Metoda sędziów kompetentnych i jej zastosowanie w badaniach pedagogicznych*, „Kwartalnik Pedagogiczny”, Nr 1(87).
- [2] Damodaran A., [2009], *Ryzyko strategiczne*, Wydawnictwa Akademickie i Profesjonalne, Warszawa.
- [3] Day S.G., Schoemaker P.J.H., [2006], *Peripheral Vision. Detecting Weak Signals That Will Make or Break Your Company*, Harvard Business School Press, Boston.
- [4] *Doskonalenie struktur organizacyjnych przedsiębiorstw w gospodarce opartej na wiedzy*, [2009], pod red. A. Stabryły, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa.
- [5] Góralski A., [1976], *Metody opisu i wnioskowania statystycznego w psychologii*, PWN, Warszawa.
- [6] Grouard B., Meston F., [1997], *Kierowanie zmianami w przedsiębiorstwie*, Poltex, Warszawa.
- [7] Kendall M., [1962], *Rank correlation methods*, Charles Griffin & Company, London.
- [8] Sharpe N.R., Veaux De R.D., Valleman P.F., [2009], *Business Statistics*, Pearson, New York.
- [9] Siegel S., [1956], *Nonparametric statistics for the behavioral sciences*, McGraw-Hill Company Inc., New York.
- [10] Simons R., [2005], *Czy wiesz jak duże ryzyko ukryte jest w twojej firmie?*, „Harvard Business Review Polska”, kwiecień.
- [11] Stabryła A., [2000], *Zarządzanie strategiczne w teorii i praktyce firmy*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- [12] Steczkowski J., Zeliaś A., [1997], *Metody statystyczne w badaniach zjawisk jakościowych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- [13] *The Delphi Method. Techniques and Applications*, [1975], pod red. H. Linstonea I M. Turoffa, Addiosn-Wesley Publishing Company Inc. London.
- [14] Winer B.J., [1962], *Statistical principles in experimental design*, McGraw-Hill Company Inc., New York.

Praca wpłynęła do redakcji w marcu 2010 r.

ZASTOSOWANIE WSPÓŁCZYNNIKA KONKORDANCJI
W POMIARZE ZGODNOŚCI OCEN EKSPERTÓW

Streszczenie

Celem artykułu jest przedstawienie zagadnienia pomiaru zgodności ocen wyrażonych na skali porządkowej. Istnieje szereg sposobów sprawdzenia stopnia zgodności opinii ekspertów. Z reguły do tego celu stosuje się współczynniki korelacji rang. W artykule skoncentrowano się na przypadku gdzie $m > 2$ ekspertów ocenia n obiektów, z dopuszczeniem rang wiązanych. Dla tak sformułowanego problemu jako miarę zgodności przyjęło się stosować współczynnik konkordancji W Kendalla. W artykule zaproponowano uogólnioną wersję obliczania tego współczynnika, która upraszcza obliczenia w przypadku występowania rang wiązanych. Oprócz przedstawienia procedury badania istotności statystycznej, podniesiono także problem interpretacji otrzymywanych wartości współczynnika konkordancji. W nawiązaniu do zaprezentowanego przypadku podjęto również dyskusję na temat ograniczeń zastosowań współczynników korelacji w ocenie zgodności ekspertów.

Słowa kluczowe: opinie ekspertów, rangi, rangi wiązane, metoda uśredniania rang, korelacja rang, współczynnik konkordancji

USING THE CONCORDANCE COEFFICIENT IN THE MEASUREMENT
OF AGREEMENT AMONG EXPERTS

Summary

In this article the problem of the measurement of agreement among experts is discussed. There are several tools to verify whether opinions expressed by an ordinal scale are reliable. If the objects are ranked, one of correlation coefficients is chosen. At the beginning, the case of $m > 2$ experts ranking n objects is presented; first, using untied ranks and second, tied ranks. To this end Kendall's coefficient of concordance is applied. The method of examination of the statistical significance is also presented. Additionally the issue of the interpretation of the concordance coefficient in reference to the average of Spearman's ρ coefficients is raised. The paper provides an example of using concordance coefficient when ranks are tied and discusses limitations of using rank correlation methods as a tool for evaluating the degree of agreement among experts' opinions.

Key words: experts' opinions, ranks, tied ranks, mid-rank method, rank correlation, concordance coefficient,

MARCIN SALAMAGA

WYKORZYSTANIE MODELOWANIA PANELOWEGO DO ANALIZY WPŁYWU WARTOŚCI I STRUKTURY BEZPOŚREDNICH INWESTYCJI ZAGRANICZNYCH NA HANDEL ZAGRANICZNY POLSKI

1. WPROWADZENIE

W ostatnich kilkunastu latach coraz bardziej widoczny jest wpływ bezpośrednich inwestycji zagranicznych (BIZ) na kształtowanie międzynarodowych stosunków handlowych na świecie. Na uwagę zasługuje nie tylko wysoki poziom BIZ sięgający kilkuset miliardów dolarów w skali roku, ale i ich dynamika wzrostu przewyższająca dynamikę światowego PKB. Naturalny jest więc wpływ BIZ na gospodarki krajów uczestniczących w międzynarodowych transferach kapitału, wiedzy technologicznej i organizacyjnej. W badaniach empirycznych podejmuje się zatem próby oceny wpływu bezpośrednich inwestycji zagranicznych na poziom handlu zagranicznego.

W wielu pracach badawczych do opisu tych zależności stosowany jest model grawitacji handlu zagranicznego, często w zmodyfikowanej wersji. Warto wymienić tutaj pracę Eatona i Tamury [1], w której na przykładzie Stanów Zjednoczonych i Japonii badano zależność między handlem zagranicznym z około 100 krajami partnerskimi i przepływami bezpośrednich inwestycji zagranicznych (oraz innymi zmiennymi makroekonomicznymi). W pracy tej generalnie potwierdzono dodatnią zależność pomiędzy wielkością napływu BIZ i wartościami eksportu oraz importu rozważanych krajów. Jednak pominięty został aspekt zależności między handlem zagranicznym a BIZ w ujęciu sektorów czy działów badanych gospodarek.

Z kolei Fontagné i Pajot [2] badali zależność na przykładzie m.in. Francji, Włoch, Japonii, Szwecji, Holandii pomiędzy BIZ i wymianą handlową tych krajów w ujęciu sektorowym. Wyniki tych badań w zasadzie potwierdziły komplementarny charakter zależności pomiędzy napływem BIZ a obrotami w handlu zagranicznym w poszczególnych sektorach gospodarek krajowych. Podobne rezultaty uzyskali również Lipsey i Weiss [6], którzy badali wpływ bezpośrednich inwestycji zagranicznych na eksport ze Stanów Zjednoczonych i z 13 innych krajów w przekroju sektorów produkcji przemysłowej.

Mekki R. [7] w swoich badaniach dotyczących handlu zagranicznego Tunezji wykazał, że w przypadku części sektorów gospodarki krajowej napływ BIZ i poziom handlu zagranicznego mogą być względem siebie substytucyjne.

W polskiej literaturze przedmiotu bezpośrednim inwestycjom zagranicznym poświęcono sporo miejsca, jednak tylko w nielicznych pracach próbuje się oszacować relacje między napływem BIZ a handlem zagranicznym Polski (por. np. [3], [9]).

Niniejsza praca stanowi próbę oszacowania wpływu bezpośrednich inwestycji zagranicznych w Polsce na wielkość eksportu i importu Polski. Inspiracją przy konstruowaniu odpowiednich modeli były koncepcje zmodyfikowanych modeli grawitacji zawarte w pracach [1], [2] i [7].

2. DANE DO OBLICZEŃ

W obliczeniach wykorzystano dane z lat 2000-2007 pochodzące z baz danych OECD oraz brytyjskiej firmy Euromonitor: *Global Market Information Database* (GMID). Napływ inwestycji zagranicznych (w mln USD) a także wartości eksportu i importu (w mln USD) rozpatrywano w odniesieniu do następujących sektorów produkcyjnych:

- 1) rolno-żywnościowego,
- 2) surowcowego (w tym paliwowego),
- 3) chemicznego,
- 4) wyrobów przemysłowych klasyfikowanych według materiałów,
- 5) maszynowego i transportowego
- 6) innych wyrobów (nieklasyfikowanych gdzie indziej).

Wartość eksportu była ustalana na warunkach FOB¹, natomiast wartość importu ustalano na warunkach CIF². Brak spójności danych z różnych źródeł polegający na odmiennym sposobie klasyfikowania przepływów BIZ (według działów produkcji przemysłowej) oraz wartości eksportu i importu (według działów Standardowej Międzynarodowej Klasyfikacji Handlu – SITC) skłoniły do agregowania niektórych grup wyrobów (według nomenklatury SITC) należących do różnych gałęzi przemysłu. Dotyczy to przede wszystkim wyrobów żywnościowych, zwierząt żywych, tytoniu i napojów, olejów, tłuszczów (sektor rolno-żywnościowy) a także wyrobów przemysłu surowcowego i paliwowego (sektor surowcowy) oraz innych wyrobów przemysłowych i wyrobów gdzie indziej nieklasyfikowanych (pozostałe wyroby).

Wartości PKB w Polsce (w mld USD), PKB na świecie (w bln USD), podobnie jak wartości pozostałych zmiennych w okresie badawczym, wyrażone zostały w cenach bieżących. Wstępne próby oszacowania modeli z wykorzystaniem danych wyrażonych w cenach dostosowanych przy użyciu teorii parytetu siły nabywczej (PPP) nie dały zadowalających rezultatów w sensie statystycznej istotności parametrów oraz dopasowania modeli do danych. Ponadto otrzymane wyniki budziły wątpliwości interpretacyjne, na co w pewnym stopniu mogła mieć wpływ duża labilność kursu amerykańskiej waluty. Dlatego ostatecznie zdecydowano się pozostać przy zmiennych wyrażonych w cenach bieżących.

¹ Free On Board – *franko statek*; klauzula Incoterms (międzynarodowych reguł handlu), w myśl której sprzedający ponosi koszty załadunku towarów na statek a ryzyko zostaje przeniesione na kupującego w momencie, kiedy towary przekroczą burtę statku (por. [8]).

² Cost, Insurance and Freight – *koszt, ubezpieczenie i fracht*, klauzula Incoterms, w myśl której sprzedający ponosi koszty ubezpieczenia towarów do momentu rozładunku w porcie przeznaczenia (por. [8]).

3. ESTYMACJA MODELI PANELOWYCH EKSPORTU I IMPORTU

Do określenia wpływu bezpośrednich inwestycji zagranicznych w Polsce na poziom eksportu i importu wykorzystano model grawitacji handlu zagranicznego.

Do opisu wartości eksportu towarów z Polski zaproponowano następujący model:

$$\ln Y_{1it} = \alpha_0 + \beta_1 \ln X_{1it} + \beta_2 \ln X_{2t} + u_{it} \quad (1)$$

dla $i = 1, 2, \dots, 6$ oraz $t = 1, 2, \dots, 8$,

gdzie:

Y_{1it} – wartość eksportu z Polski w mln USD w i -tym sektorze w okresie t ,

X_{1it} – wartość BIZ w Polsce w mln USD w i -tym sektorze w okresie t^3 ,

X_{2t} – wartość PKB na świecie w bln USD w okresie t ,

$\alpha_0, \beta_1, \beta_2$ – parametry strukturalne modelu (1),

u_{it} – składnik losowy równania (1).

Zmienna X_{2t} przedstawia symptom koniunktury światowej kształtującej popyt na dobra eksportowane.

Z kolei wartość importu towarów do Polski opisano wykorzystując model postaci:

$$\ln Y_{2it} = \alpha_0 + \beta_1 \ln X_{1it} + \beta_2 \ln X_{3t} + u_{it} \quad (2)$$

dla $i = 1, 2, \dots, 6$ oraz $t = 1, 2, \dots, 8$,

gdzie:

Y_{2it} – wartość importu do Polski w mln USD w i -tym sektorze w okresie t ,

X_{1it} – wartość BIZ w Polsce w mln USD w i -tym sektorze w okresie t^4 ,

X_{3t} – wartość PKB w Polsce w mld USD w okresie t ,

$\alpha_0, \beta_1, \beta_2$ – parametry strukturalne modelu (2),

u_{it} – składnik losowy równania (2).

Zmienna X_{3t} przedstawia symptom koniunktury wewnętrznej kształtującej popyt na dobra importowane.

Ze względu na panelowy charakter danych, szacując parametry modeli (1) i (2) wykorzystano estymator efektów stałych (FE) oraz estymator efektów losowych (RE). Następnie, aby rozstrzygnąć, który rodzaj estymacji pozwoli na lepsze oszacowanie zależności pomiędzy rozpatrywanymi zmiennymi, posłużono się testem Hausmana.

Estymator efektów stałych stosuje się przy założeniu, że efekty indywidualne dla poszczególnych jednostek nie są losowe i istnieje możliwość ich oszacowania [4]. W celu estymacji odpowiedniego modelu, macierz wartości k -zmiennych objaśniających

³ Czynniki pobudzający eksport w kierunku światowej sieci handlowej związanej z inwestorem zagranicznym.

⁴ Czynniki pobudzający m.in. import zaopatrzeniowy inwestora zagranicznego.

obserwowalnych w T okresach i opisujących N obiektów można połączyć z macierzą efektów indywidualnych, w wyniku czego otrzymujemy „poszerzoną” macierz X o wymiarach $NT \times (K + N)$.

Wtedy model ekonometryczny można zapisać macierzowo w następujący sposób:

$$y = X\alpha + \varepsilon, \quad (3)$$

gdzie:

y – wektor wartości zmiennej objaśnianej,

X – macierz wartości zmiennych objaśniających (z uwzględnieniem efektów indywidualnych),

α – wektor parametrów strukturalnych równania (3),

ε – wektor składników losowych.

Odpowiednie macierze w równaniu (3) mają postać [5]:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}_{NT \times 1}, X = \begin{bmatrix} c & 0 & \dots & \dots & 0 & X_1 \\ 0 & \ddots & \ddots & & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & c & X_N \end{bmatrix}_{NT \times (N+K)}, \alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \\ \alpha_{FE} \end{bmatrix}_{(N+K) \times 1},$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}, X_i = \begin{bmatrix} x_{i1,1} & \dots & x_{i1,K} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{iT,1} & \dots & x_{iT,K} \end{bmatrix},$$

gdzie:

c – wektor składający się z T jedynek.

Przy estymacji parametrów w modelu (3) wymagane jest spełnienie klasycznych założeń MNK oraz założenia głoszącego niezależność wartości wektora ε a także wartości zmiennych X_i , tzn.: $E(\varepsilon_{it}, x_{ik}) = 0$ dla $t = 1, 2, \dots, T$ i $k = 1, 2, \dots, K$.

Ponieważ estymacja modelu (3) wymaga odwrócenia macierzy niekiedy dużego rzędu, stosowane są dodatkowe przekształcenia wartości zmiennych w macierzach X , y . Polegają one na odjęciu od wartości zmiennych x_i i y_i dla i -tego obiektu odpowiadających im średnich arytmetycznych.

Wówczas oceny parametrów w wektorze α_{FE} można obliczyć zgodnie ze wzorem [5]:

$$\hat{\alpha}_{FE} = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(x_{it} - \bar{x}_i)^T \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_i)(y_{it} - \bar{y}_i)^T. \quad (4)$$

Ocenę efektów stałych pozwala wyznaczyć następujący wzór:

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_i - \bar{x}_i^T \hat{\alpha}_{FE}.$$

W przypadku stosowania estymatora efektów losowych, efekty indywidualne są traktowane jako elementy składnika losowego. Składnik losowy v_{it} jest sumą losowych efektów indywidualnych α_i , stałych w czasie, lecz różnych dla poszczególnych obiektów oraz niezależnych składników losowych ε_{it} .

Zatem odpowiedni model w postaci macierzowej można zapisać następująco [4]:

$$y = X\beta + v, \quad (5)$$

gdzie:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}_{NT \times 1}, X = \begin{bmatrix} c & X_1 \\ \vdots & \vdots \\ c & X_N \end{bmatrix}_{NT \times (K+1)},$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_K \end{bmatrix}_{(K+1) \times 1}, v = \begin{bmatrix} \alpha_1 c + \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \alpha_N c + \varepsilon_N \end{bmatrix}_{NT \times 1},$$

$$y_i = \begin{bmatrix} y_{i1} \\ \vdots \\ y_{iT} \end{bmatrix}, \varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iT} \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, X_i = \begin{bmatrix} x_{i1,1} & \cdots & x_{i1,K} \\ \vdots & & \vdots \\ x_{iT,1} & \cdots & x_{iT,K} \end{bmatrix}.$$

Ponieważ w powyższym modelu występuje autokorelacja składnika losowego, to można go oszacować wykorzystując uogólnioną metodę najmniejszych kwadratów UMNK. Estymator parametrów strukturalnych modelu (5) ma następującą postać [5]:

$$\beta_{RE} = [X^T \Omega^{-1} X]^{-1} X^T \Omega^{-1} y \quad (6)$$

przy czym macierz Ω jest macierzą blokową diagonalną, a jej odwrotnością jest macierz:

$$\Omega^{-1} = \begin{bmatrix} \omega^{-1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \omega^{-1} \end{bmatrix},$$

Elementy głównej przekątnej macierzy Ω^{-1} oblicza się według wzoru:

$$\omega^{-1} = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \left[I - \frac{\sigma_\alpha^2}{\sigma_\varepsilon^2 + T\sigma_\alpha^2} u \cdot u^T \right], \quad (7)$$

gdzie:

u – wektor reszt modelu (5) oszacowanego przy użyciu KMNK,

σ_ε^2 – wariancja składnika losowego ε_i ,

σ_α^2 – wariancja losowych efektów indywidualnych α_i .

Szacując elementy macierzy Ω^{-1} , nieznane wariancje σ_ε^2 i σ_α^2 zastępuje się wartościami ich estymatorów.

4. WYNIKI BADAŃ

Wyniki oszacowań parametrów w modelu eksportu (1) i importu (2) przy zastosowaniu estymatora efektów stałych (FE) oraz estymatora efektów losowych (RE) przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1

Oszacowania parametrów modeli eksportu i importu przy użyciu estymatora efektów stałych i estymatora efektów losowych

Parametr modelu	Model eksportu		Model importu	
	estymator FE	estymator RE	estymator FE	estymator RE
β_1	0,2354 (0,0000)	1,5397 (0,3311)	0,0932 (0,04920)	0,0028 (0,9338)
β_2	2,0114 (0,0000)	0,0759 (0,0842)	1,3048 (0,0002)	1,3099 (0,0000)
$\alpha_0^{*)}$	-----	1,3376 (0,0000)	-----	2,0756 (0,1445)
Wsp. determinacji R^2	77,8%	77,6%	56,5%	56,4%
Test Hausmana	23,5311 (0,0000)		12,1120 (0,0023)	

*) wyniki oszacowania efektów stałych w przypadku estymatora FE podano w tabeli 2.

Źródło: obliczenia własne.

Dopasowania wszystkich oszacowanych modeli do danych empirycznych w sensie wartości współczynnika determinacji (zarówno w modelach eksportu, jak i importu) są na poziomie co najmniej średnim. Tylko w wyniku zastosowania estymatora efektów stałych FE w modelach (1) i (2) wszystkie oszacowane parametry były statystycznie istotne na poziomie istotności 0,05.

Aby rozstrzygnąć, który rodzaj modelu lepiej opisał zależność między rozpatrywanymi zmiennymi, posłużono się testem Hausmana (patrz tab. 1). Rezultaty testu zarówno w modelu eksportu, jak i w modelu importu wskazują, że estymator efektów stałych jest nieobciążony, a estymator efektów losowych jest obciążony. Zatem w obu wypadkach wzięto pod uwagę oszacowania modeli przy użyciu estymatora FE i tylko one są poddane dalszej analizie.

Parametry modelu eksportu (1) są dodatnie i statystycznie istotne. Sugeruje to, że bezpośrednie inwestycje zagraniczne w Polsce i eksport z Polski są względem siebie komplementarne. Podobnie jest w przypadku światowego PKB i eksportu z Polski.

Jeżeli wartość bezpośrednich inwestycji zagranicznych wzrośnie w Polsce o 1%, to wartości eksportu z Polski wzrośnie średnio o ok. 0,235% przy założeniu *ceteris paribus*. Z kolei wzrost światowego PKB o 1% przy niezmiennym poziomie BIZ wywoła wzrost eksportu Polski średnio o ok. 2,011%. Zatem silniejszy wpływ na poziom eksportu Polski ma światowa produkcja dóbr i usług w porównaniu z napływem BIZ do Polski.

Również w modelu (2) stwierdzamy dodatnią zależność pomiędzy bezpośrednimi inwestycjami zagranicznymi w Polsce i wartością importu towarów do Polski. Jeżeli wartość bezpośrednich inwestycji zagranicznych wzrośnie w Polsce o 1%, to wartości importu Polski wzrośnie średnio o ok. 0,093% przy założeniu *ceteris paribus*. Natomiast wzrost krajowego PKB o 1% przy niezmiennym poziomie BIZ wywoła wzrost wartości importu do Polski średnio o ok. 1,305%. Wynika stąd, że silniejszy wpływ na poziom importu Polski ma krajowa produkcja dóbr i usług w porównaniu z napływem BIZ do Polski.

Szczegółową analizę relacji między wartością eksportowanych (lub importowanych) dóbr i usług w Polsce, napływem BIZ do Polski oraz PKB na świecie (lub w Polsce) w ujęciu sektorowym umożliwiają oceny efektów stałych. Ich interpretację przeprowadzono na podstawie potęgowych modeli ekonometrycznych (8) i (9) równoważnych odpowiednim modelom (1) i (2):

$$Y_{lit} = e^{\alpha_0} X_{lit}^{\beta_1} X_{2t}^{\beta_2} e^{u_{it}} \quad (8)$$

$$Y_{2it} = e^{\alpha_0} X_{lit}^{\beta_1} X_{3t}^{\beta_2} e^{u_{it}}. \quad (9)$$

Tabela 2 zawiera oceny efektów stałych w wygodnej do interpretacji postaci $\exp(\alpha_0)$.

Tabela 2

Oszacowania efektów stałych w modelu eksportu (8) i w modelu importu (9)

<i>i</i>	Sektor działalności gospodarczej	Model eksportu	Model importu
1	sektor rolno-żywnościowy	1,2898	4,5951
2	sektor surowcowy (w tym paliwowy)	1,4477	4,6693
3	sektor chemiczny	1,4956	5,8066
4	sektor wyrobów przemysłowych klasyfikowanych według materiałów	2,1752	6,2090
5	sektor maszynowy, transportowy	1,2803	4,7588
6	pozostałe wyroby	1,4182	4,8211

Źródło: obliczenia własne.

Jeżeli napływ BIZ do *i*-tego sektora w Polsce wyniósłby 1 mln USD, poziom światowego PKB wyniósłby 1 bln USD (w modelu 1) i poziom PKB w Polsce wyniósłby 1 mld USD (w modelu 2), to:

- w sektorze rolno-spożywczym wartość eksportu w Polsce wyniosłaby ok. 1,290 mln USD, a wartość importu w wyniosłaby ok. 4,595 mln USD,
- w sektorze surowcowym wartość eksportu w Polsce wyniosłaby ok. 1,448 mln USD, a wartość importu wyniosłaby ok. 4,669 mln USD,
- w sektorze chemicznym wartość eksportu w Polsce wyniosłaby ok. 1,5 mln USD, a wartość importu wyniosłaby ok. 5,807 mln USD,
- w sektorze wyrobów przemysłowych klasyfikowanych według materiałów wartość eksportu w Polsce wyniosłaby ok. 2,175 mln USD, a wartość importu wyniosłaby ok. 6,209 mln USD,
- w sektorze maszynowym i transportowym wartość eksportu w Polsce wyniosłaby ok. 1,280 mln USD, a wartość importu wyniosłaby ok. 4,759 mln USD,
- wartość eksportu pozostałych wyrobów (niesklasyfikowanych w wymienionych sektorach) w Polsce wyniosłaby ok. 1,418 mln USD, a wartość importu wyniosłaby ok. 4,821 mln USD.

Zauważmy, że wszystkie efekty są dodatnie i sugerują komplementarne relacje pomiędzy napływem BIZ i eksportem (importem) we wszystkich rozpatrywanych sektorach produkcji w Polsce. Na podstawie wyników z tabeli 2 można stwierdzić, że pod względem eksportu (a także importu) towarów najbardziej wrażliwym sektorem na napływ BIZ i wartość produkcji dóbr i usług, jest sektor wyrobów przemysłowych klasyfikowanych według materiałów (maksymalne wartości efektów stałych w obu modelach).

Porównując oceny efektów stałych w modelach eksportu i importu można zauważyć, że we wszystkich rozpatrywanych sektorach produkcyjnych mamy do czynienia z ujemnym saldem handlu zagranicznego. Gdyby napływ BIZ do *i*-tego sektora w Polsce wyniósł 1 mln USD, poziom światowego PKB wyniósłby 1 bln USD (w modelu 1) i poziom krajowego PKB wyniósłby 1 mld USD (w modelu 2), to największy deficyt w handlu zagranicznym wystąpiłby w sektorze chemicznym (–4,311 mln USD), a najmniejszym deficytem charakteryzować się będzie sektor surowcowy (–3,222 mln USD). Z kolei największe obroty w handlu zagranicznym będą odnotowane w sektorze wyrobów przemysłowych klasyfikowanych według materiałów (8,384 mln USD), a najmniejszy poziom obrotów w handlu zagranicznym wystąpi w sektorze rolno-żywnościowym (5,885 mln USD).

5. PODSUMOWANIE

Przedstawione wyniki uzyskane na podstawie zmodyfikowanego modelu grawitacji wymiany handlowej pokazały jednoznacznie pozytywny wpływ bezpośrednich inwestycji zagranicznych w latach 2000-2007 na poziom handlu zagranicznego Polski we wszystkich rozważanych produkcyjnych sektorach gospodarki. Stopień komplementarności poziomu BIZ i wartości wymiany handlowej Polski z zagranicą zależy od rozpatrywanego sektora produkcji. Szczególnie silny wpływ mają BIZ na aktywność

tych firm, które eksportują bądź importują wyroby przemysłowe klasyfikowane według materiałów.

Otrzymane rezultaty mówiące o komplementarnej relacji między poziomem BIZ i handlem zagranicznym nie są nowe w świetle prowadzonych badań empirycznych w Polsce i na świecie. Jednak większość z tych badań pomija aspekt sektorowy koncentrując się przeważnie na bilateralnych stosunkach handlowych między krajami bądź ugrupowaniami państw. Tymczasem wydaje się, że analiza sektorowa zależności BIZ, eksportu i importu pozwala na bardziej wszechstronną ocenę oddziaływania inwestycji zagranicznych na handel zagraniczny.

Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

LITERATURA

- [1] Eaton J., Tamura A., [1994], *Bilateralism and Regionalism in Japanese and U.S. Trade and Direct Foreign Investment Patterns*, „Journal of the Japanese and International Economics”, Vol. 8.4, pp. 478-510.
- [2] Fontagné L., Pajot M., [1997], *How Foreign Direct Investment Affects International Trade and Competitiveness: an Empirical Assessment*, CEPII, document de travail n° 97-17.
- [3] Frejtag-Mika E., [2009], *Wpływ bezpośrednich inwestycji zagranicznych na konkurencyjność polskiej gospodarki*, PWE, Warszawa.
- [4] Greene W., [2000], *Econometric Analysis*, Prentice Hall International.
- [5] Kośko M., Osińska M. (red.), Stempińska J., [2007], *Ekonometria współczesna*, Wydawnictwo „Dom Organizatora”, Toruń.
- [6] Lipsey R.E., Weiss M.Y., [1984], *Foreign Production and Exports of Individual firms*, The Review of Economics and Statistics, Vol. 66, pp. 304-308.
- [7] Mekki R., [2005], *The Impact of Foreign Direct Investment on Trade: Evidence from Tunisia's Trade, Capital Flows and Foreign Direct Investments in Emerging Markets*, Palgrave Macmillan, p. 133.
- [8] Rymarczyk J. (red.), [2005], *Handel zagraniczny. Organizacja i technika*, PWE, Warszawa.
- [9] Zysk W., [2004], *Związki bezpośrednich inwestycji zagranicznych ze zmianami struktury eksportu i importu w Polsce*, Nierówności społeczne a wzrost gospodarczy, zeszyt nr 5, Wydawnictwo Uniwersytetu Rzeszowskiego, s. 423-437.

ŹRÓDŁA INTERNETOWE

<http://www.euromonitor.com/>

<http://puck.sourceoecd.org/>

Praca wpłynęła do redakcji w styczniu 2010 r.

WYKORZYSTANIE MODELOWANIA PANELOWEGO DO ANALIZY WPLYWU WARTOŚCI I STRUKTURY BEZPOŚREDNICH INWESTYCJI ZAGRANICZNYCH NA HANDEL ZAGRANICZNY POLSKI

Streszczenie

Celem artykułu jest propozycja wykorzystania modelu panelowego, którego inspiracją był model grawitacji, do oceny wpływu bezpośrednich inwestycji zagranicznych na międzynarodową wymianę handlową dóbr i usług w Polsce. W obliczeniach wykorzystano dane dotyczące m.in. wartości bezpośrednich inwe-

stycji zagranicznych w Polsce oraz wartości eksportu i importu z lat 2000-2007 w wybranych sektorach produkcyjnych.

Do oszacowania parametrów modelu wykorzystano estymator efektów stałych (FE) oraz estymator efektów losowych (RE). Oceny efektów stałych umożliwiły szczegółową analizę relacji między handlem zagranicznym Polski i napływem bezpośrednich inwestycji zagranicznych w ujęciu sektorowym.

Słowa kluczowe: model grawitacji handlu, estymator FE, bezpośrednie inwestycje zagraniczne, handel zagraniczny

AN APPLICATION OF THE PANEL DATA MODELING TO INVESTIGATE THE INFLUENCE OF FOREIGN DIRECT INVESTMENTS ON FOREIGN TRADE IN POLAND

Summary

The main purpose of the article is an application of the panel data model inspired by the gravitational model to investigate the influence of foreign direct investments (FDI) on foreign trade in Poland. In the research there are used data about foreign direct investment, export and import in manufacturing industries in 2000-2007. For estimation of the gravitational model there used fixed-effect estimator and random effect estimator. Individual effect values enable a detailed analysis of the relationship between Polish foreign trade and FDI inflows by industry.

Key words: gravitational model, FE estimator foreign direct investment, international trade

ARTUR MIKULEC

PORÓWNANIE EFEKTYWNOŚCI SYSTEMÓW EMERYTALNYCH KRAJÓW UE I EFTA W 2005 I 2006 R.¹

1. WSTĘP

Ocena efektywności systemów emerytalnych przedstawiona w niniejszym artykule bazuje na wynikach porządkowania liniowego systemów emerytalnych 25 krajów UE, bez Bułgarii i Rumunii, z uwzględnieniem 2 krajów EFTA, tj. Islandii i Norwegii oraz na rezultatach analizy skupień systemów emerytalnych tych krajów w latach 2005-2006.

W artykule dokonano analizy opisowej poszczególnych zmiennych diagnostycznych oraz przedstawiono wyniki oceny stopnia efektywności systemów emerytalnych w latach 2005-2006. W konstrukcji syntetycznego wskaźnika stopnia efektywności wykorzystano 9 zmiennych diagnostycznych z zakresu adekwatności, stabilności i modernizacji systemów emerytalnych². Cechy wykorzystane w analizie dotyczyły: sfery dochodowej osób starszych (stopa zastąpienia dochodów, nierównomierność rozkładu dochodów), ubóstwa (koszt redukcji ubóstwa poprzez świadczenia emerytalne), aktywności na rynku pracy (stopa zatrudnienia osób w wieku 55-64 lata), kosztów administracyjnych i obciążenia demograficznego systemu emerytalnego oraz oceny jego „nierówności” ze względu na płeć.

W dalszej części artykułu przedstawiono wyniki grupowania systemów emerytalnych 27 krajów UE i EFTA pod względem efektywności, ze szczególnym uwzględnieniem polskiego systemu emerytalnego na tle systemów krajów Europy Środkowo-Wschodniej.

2. EFEKTYWNOŚĆ SYSTEMÓW EMERYTALNYCH

Na gruncie teorii funkcjonowania systemów zabezpieczenia społecznego można stwierdzić, że techniki zabezpieczenia społecznego wywołują wiele skutków, które z reguły są realizacją zamierzonych idei i celów tego zabezpieczenia, lecz wywołują także

¹ Artykuł opracowany na podstawie wyników projektu badawczego Nr N N111 436734 – pracy naukowej finansowanej ze środków na naukę w latach 2008-2009.

² Szczegóły dotyczące konstrukcji wskaźnika syntetycznego, stanowiącego propozycję własną autora, przedstawiono w artykule: *Konstrukcja syntetycznego miernika efektywności systemów emerytalnych*, skierowanym do druku w Pracach Naukowych Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu – *Ubezpieczenia wobec wyzwań XXI wieku*.

skutki nieoczekiwane, w tym niepożądane. Faktyczne i obiektywne skutki wywołane przez funkcjonowanie zabezpieczenia emerytalnego są wyznacznikiem jego funkcji, wobec czego „pozytywne” funkcje poszczególnych systemów są ich celami. Ze względu jednak na wywoływanie przez systemy emerytalne także dodatkowych i niepożądanych skutków funkcje systemów niekoniecznie muszą pokrywać się z ich celami. Z kolei uwarunkowania systemów emerytalnych to czynniki wpływające na ich stan i funkcjonowanie, a więc warunki nabywania uprawnień (wiek emerytalny, minimalny okres nabywania uprawnień), liczba uprawnionych i korzystających ze świadczeń, konstrukcja i forma systemu emerytalnego [9].

W 2000 r. między krajami UE i EFTA wprowadzono Metodę Otwartej Koordynacji (MOK) systemów emerytalnych, tj. rodzaj współpracy w dziedzinie zabezpieczenia społecznego. MOK definiuje trzy podstawowe grupy celów systemu emerytalnego w zakresie adekwatności emerytur (*adequacy*), wypłacalności systemów emerytalnych (*sustainability*) oraz ich modernizacji (*modernization*). Wymienione grupy celów stanowiły punkt wyjścia przy konstrukcji miernika syntetycznego stopnia efektywności systemów emerytalnych [1]:

- przez adekwatność emerytur rozumie się zdolność systemów do wypełniania celów społecznych, takich jak: zapewnienie, aby osoby przechodzące na emeryturę nie były narażone na ubóstwo; zapewnienie odpowiedniego poziomu i standardu życia po przejściu na emeryturę; wspieranie solidarności w ramach i między generacjami,
- finansowa wypłacalność systemów emerytalnych, to zapewnienie solidnej podstawy finansowej systemów poprzez: osiągnięcie wysokiego poziomu zatrudnienia; zapewnienie skutecznych bodźców dla aktywności zawodowej starszych pracowników; utrzymywanie równowagi między osobami pracującymi i emerytami; wspieranie rozwoju prywatnych i publicznych kapitałowych systemów emerytalnych,
- modernizacja systemów emerytalnych to: wbudowanie w system emerytalny wymogów elastyczności i bezpieczeństwa rynku pracy; przestrzeganie zasady równego traktowania kobiet i mężczyzn oraz zwiększenie przejrzystości i zdolności adaptacji systemów emerytalnych do zmieniających się warunków funkcjonowania.

Przekładając teoretyczne rozważania Żukowskiego [9] o celach systemów emerytalnych na ocenę ich skuteczności i efektywności należy zauważyć, że:

- jeżeli w analizie rozważa się funkcjonowanie systemów emerytalnych tylko i wyłącznie z punktu widzenia pozytywnych skutków wywoływanych przez systemy emerytalne, które z reguły wiążą się z oceną wielkości wydatków przeznaczanych na realizację celów systemu (z uwzględnieniem przychodów, składek), to należy mówić o analizie skuteczności systemów emerytalnych [6],
- jeżeli natomiast: do oceny funkcjonowania systemów oprócz ich podstawowych celów przyjmuje się także inne, nieoczekiwane (niepożądane) skutki wywoływane przez systemy emerytalne; w budowie wskaźników diagnostycznych będą występowały dane dotyczące nakładów i kosztów systemu; konstruowane miary będą miały relatywny i wartościujący charakter (lub będzie to wynikało z ich interpretacji); wskaźniki będą dotyczyły warunków zewnętrznych ściśle związanych z funkcjonowaniem i otoczeniem systemów w danym kraju, to należy mówić o analizie efektywności systemów emerytalnych.

Zagadnienie efektywności systemów emerytalnych nie jest dostatecznie rozwinięte w literaturze przedmiotu, dlatego też niniejszy artykuł wpisuje się w nurt badań nad efektywnością, który z pewnością będzie kontynuowany.

3. CHARAKTERYSTYKA ZMIENNYCH DIAGNOSTYCZNYCH

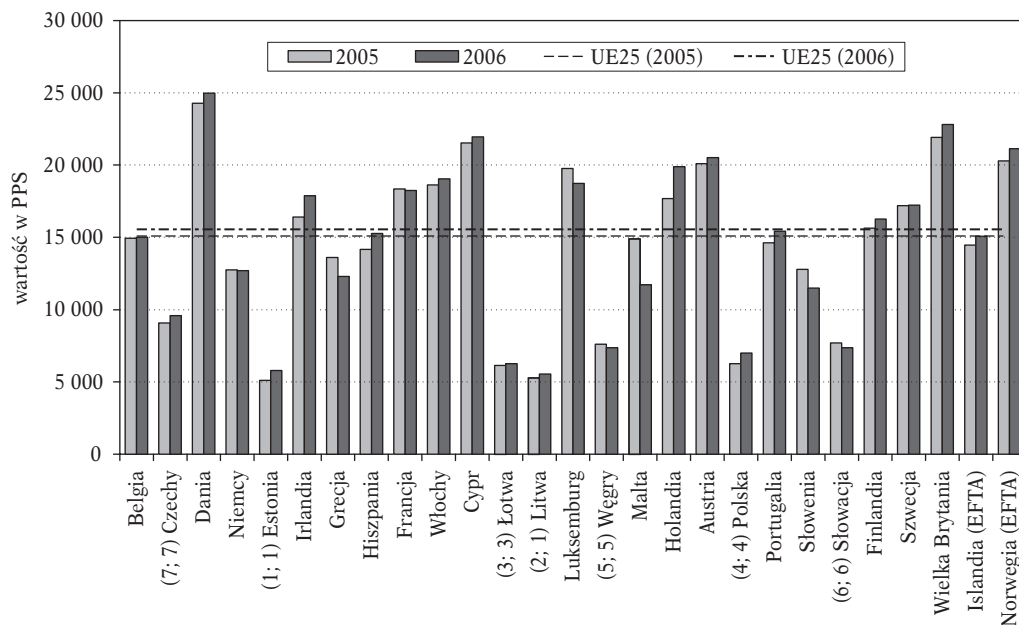
Mając na uwadze wymienione trzy grupy celów systemów emerytalnych (MOK) na podstawie danych z baz ESSPROS, SDS (EUROSTAT) oraz OECD.Stat.Extracts, zdefiniowano listę kilkudziesięciu cech potencjalnych z zakresu efektywności systemów emerytalnych. W wyniku wstępnej analizy danych uzyskano zestaw 21 dopuszczalnych cech diagnostycznych, a ostatecznie do analizy wybrano 9 cech diagnostycznych. Zaproponowany do analizy efektywności systemów emerytalnych miernik syntetyczny stanowi koncepcję własną autora, a przykładową analizę systemów przeprowadzono na danych z lat 2005-2006.

Skrajne wartości w zakresie zagregowanej stopy zastąpienia dochodów przez emeryturę dla grup wieku 65-74 lata i 50-59 lat w latach 2005-2006 (stymulanta) odnotowano dla Cypru (po 28%) i dla Austrii (67% i 65%). Z 13 krajów, które w 2005 r. miały zagregowaną stopę zastąpienia dochodów wyższą niż średnia dla UE-25 wynosząca 51% w 2006 r. pozostało 10, a średnia dla 25 krajów UE się nie zmieniła. Polska na tle innych krajów miała stosunkowo wysoką stopę zastąpienia dochodów przez emeryturę, odpowiednio 58% w 2005 r. i 59% w 2006 r.

Średni, jednostkowy koszt redukcji ubóstwa w grupie osób w wieku 65 lat i więcej poprzez świadczenia emerytalne według PPS (parytetu siły nabywczej pieniądza) stanowił propozycję własną wskaźnika efektywności systemu emerytalnego w łagodzeniu ubóstwa wśród osób starszych (zob. rysunek 1). W budowie tego wskaźnika uwzględniono wiele informacji z zakresu, m.in. wielkości redukcji stóp ubóstwa w wyniku transferów emerytalnych, średniej liczby ludności w wieku 65 lat i więcej, kwoty transferów emerytalnych czy głębokości ubóstwa. Wskaźnik informuje, jaki jest średni koszt redukcji ubóstwa wśród osób starszych wynikający ze świadczeń emerytalnych, przy czym niższy koszt wskazuje na bardziej efektywny system emerytalny, który niższym kosztem dokonuje redukcji ubóstwa wśród emerytów. Omawiany wskaźnik w większym stopniu dotyczył oceny efektywności systemu, niż tylko adekwatności świadczeń, a ze względu na ujęcie kosztowe w analizie efektywności systemów emerytalnych został potraktowany jak destymulanta. W 2005 i 2006 r. odnotowano 12 krajów, w których jednostkowe wydatki w tym zakresie przekroczyły poziom średni wskaźnika dla UE-25 (systemy mniej efektywne), wobec 15 krajów, w których omawiany koszt redukcji ubóstwa był niższy wobec średniej dla całej UE-25 (systemu bardziej efektywne).

Kwintylowy wskaźnik rozkładu dochodów osób w wieku 65 lat i więcej, tj. wskaźnik nierównomierności rozkładu dochodów wśród osób starszych, to miara adekwatności systemu emerytalnego (destymulanta). W większości krajów UE stosunek kwintyli, odpowiednio osób o najwyższych dochodach najniższych dochodach w tej grupie wieku w analizowanym okresie wyniósł od 2 do 4. Największe wartości omawianego miernika występowały w Portugalii, Grecji, na Cyprze, we Francji i we Włoszech. W Polsce stopień nierównomierności dochodów w latach 2005–2006 wyniósł odpowiednio 3,6

i 3,5, a więc stosunek dochodów 20% osób w wieku 65 lat i więcej o najwyższych i najniższych dochodach (kwintyl górny i dolny) był ponad 3 krotny.



Rysunek 1. Średni, jednostkowy koszt redukcji ubóstwa w grupie osób w wieku 65 lat i więcej poprzez świadczenia emerytalne według PPS^a

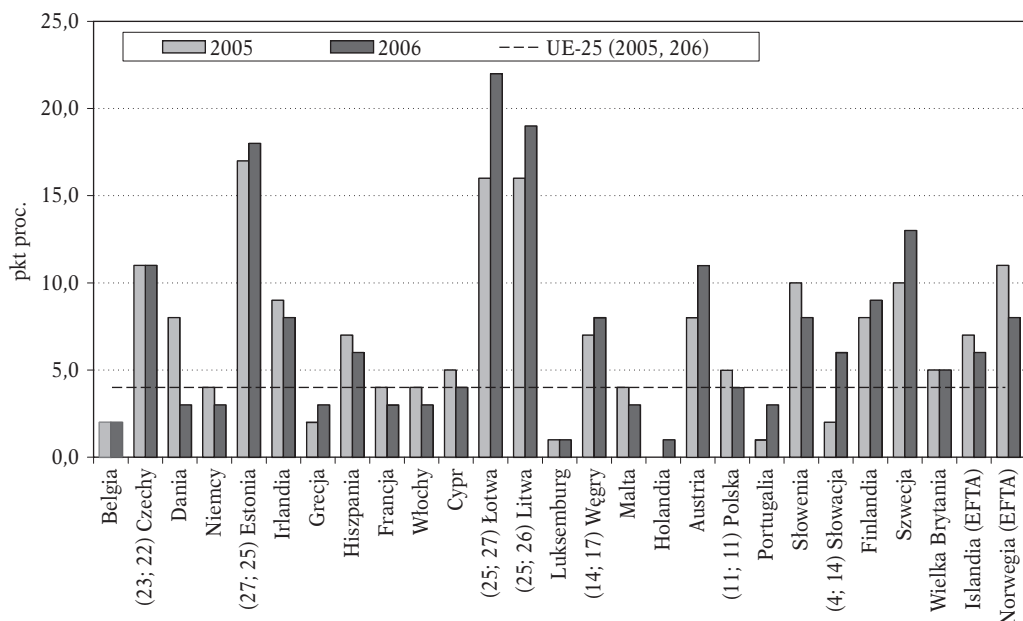
^a Dla Polski oraz innych krajów Europy Środkowo-Wschodniej podano na wykresie pozycje zajmowane przez te kraje na tle innych analizowanych krajów UE i EFTA w latach 2005-2006.

Źródło: opracowanie własne.

Stopa zatrudnienia ogółem osób w grupie wieku 55-64 lata stanowiła ważną stymulantę wypłacalności systemu emerytalnego. Na tle analizowanych krajów w 2006 r. szczególnie wysokim odsetkiem osób pracujących w grupie wieku 55-64 lata wyróżniały się: Islandia i Norwegia, odpowiednio 84,3% i 67,4% (kraje EFTA), a wśród krajów UE: Szwecja 69,6% i Dania 60,7%. W Polsce odsetek pracujących w tej grupie wyniósł 28,1% i był najniższy wśród wszystkich analizowanych krajów.

Z punktu widzenia udziału kosztów administracyjnych systemu emerytalnego w kwocie wypłat emerytur związanych z wiekiem, czyli wskaźnika kosztów systemu emerytalnego, niekorzystnie wypadły systemy emerytalne Irlandii i Holandii. W 2006 r. ich wskaźniki w wysokości 7,6% i 5,5% znacznie odbiegały od średniej dla UE-25, wynoszącej 3,26% (w 2005 r. wartości miernika W2 dla tych krajów i średnia dla UE kształtowały się podobnie). W przypadku Polski odnotowano spadek kosztów systemu z 2,3% do 2,0%, a więc poprawę efektywności systemu, która z jednej strony jest wynikiem zmniejszenia się jego kosztów, z drugiej natomiast zwiększenia się kwoty wypłacanych świadczeń.

Ostatnim z przyjętych do analizy wskaźników, charakteryzującym wypłacalność systemu emerytalnego, był cząstkowy współczynnik obciążenia demograficznego, który stanowił destymulantę wypłacalności systemu emerytalnego. Zarówno dla 2005, jak i 2006 r. średnia liczba osób w wieku 65 lat i więcej przypadająca na 100 osób w wieku 15-64 lata wyniosła w krajach UE-25 po 25 osób. Najbardziej zaawansowanymi pod względem starości demograficznej krajami były Włochy (29-30 osób) oraz Niemcy (28-29 osób). Z kolei na tle analizowanych krajów najmniejszym obciążeniem demograficznym, wynoszącym 16 osób starszych na 100 osób w wieku 15-64 lata, wyróżniała się Słowacja. Polska, w której w latach 2005-2006 na 100 osób w wieku 15-64 lata przypadało jedynie 19 osób w wieku 65 lat i więcej znajdowała się z grupie krajów o relatywnie niskiej wartości omawianego miernika.



Rysunek 2. Wskaźnik bezwzględnej różnicy wielkości redukcji stopy ubóstwa osób starszych według płci po transferach emerytalnych^a

^a Dla Polski oraz innych krajów Europy Środkowo-Wschodniej podano na wykresie pozycje zajmowane przez te kraje na tle innych analizowanych krajów UE i EFTA w latach 2005-2006.

Źródło: opracowanie własne.

Pozostałe trzy wskaźniki wykorzystane w analizie z zakresu modernizacji systemów uwzględniają różnice występujące wśród uczestników systemów emerytalnych według płci lub pomiędzy generacjami. W tym celu jako destymulantę zaproponowano wskaźnik bezwzględnej różnicy wielkości redukcji stopy ubóstwa osób starszych w wieku 65 lat i więcej według płci, wynikającej z transferu świadczeń emerytalnych. Dane na

rysunku 2 wskazują, że w 2006 r. największe różnice w zakresie redukcji stopy ubóstwa wśród kobiet i mężczyzn, wynoszące powyżej 18 pkt proc., występowały na Łotwie, Litwie i Estonii. We wszystkich trzech przypadkach świadczenia zapewniały wyższą redukcję stopy ubóstwa wśród mężczyzn. W Szwecji, Austrii, Finlandii i Norwegii różnice pod względem redukcji stopy ubóstwa według płci wyniosły od 8 do 13 pkt proc., przy czym wyższą efektywność świadczeń (wyższą redukcję ubóstwa) zapewniały świadczenia mężczyzn niż świadczenia kobiet. W Holandii, Luksemburgu i Belgii wielkość redukcji stopy ubóstwa osób starszych ze względu na płeć była prawie jednakowa, a w przypadku Polski należy odnotować zmniejszenie się różnicy omawianych stóp ubóstwa według płci z 5 do 4 pkt proc. – w obliczeniach tego wskaźnika nie brano pod uwagę głębokości ubóstwa.

Dużo większe rozbieżności między krajami występowały pod względem bezwzględnej różnicy median relatywnych dochodów osób starszych w grupach wieku 65+/0-64 lata według płci. Wskaźnik ten stanowił destymulantę w przedmiotowej analizie, przy czym podobnie jak w przypadku konstrukcji pierwszego wskaźnika z zakresu modernizacji systemów emerytalnych pomijany był w nim poziom, przy którym występuje różnica ze względu na płeć. Najmniej korzystnie pod względem wartości tego miernika wypadły Polska, Węgry, Austria i Portugalia. W 2006 r. w Polsce mediana relatywnych dochodów wśród mężczyzn w wieku 65+ do dochodów mężczyzn w wieku 0-64 lata wyniosła 121%, a wśród kobiet w podanych grupach wieku 89% – tym samym wartość omawianego wskaźnika w postaci bezwzględnej różnicy wyniosła aż 32 pkt proc. W przypadku Węgier różnica 24 pkt pomiędzy medianami relatywnych dochodów osób starszych na korzyść mężczyzn wynikała z wartości 113% i 89%, natomiast różnica 21 pkt w przypadku Austrii wynikała z wartości 103% i 82%. Jedynie dla Portugalii różnica median relatywnych dochodów porównywanych grup wieku, wynosząca 18 pkt proc. występowała na rzecz kobiet (wartości 67% i 85%). Warto przy tym zauważyć, że średnia wartość mediany relatywnych dochodów dla analizowanych grup wieku w UE-25 w 2006 r. wyniosła 87% dla mężczyzn i 81% dla kobiet, a zatem dużo większe różnice w poszczególnych krajach w poziomie dochodów między generacjami występują ze względu na wiek niż ze względu na płeć.

Kolejnym sposobem ujęcia rozbieżności występujących w systemach emerytalnych poszczególnych krajów ze względu na płeć jest porównanie bezwzględnych różnic zagregowanych stóp zastąpienia dochodów przez emerytury dla grup wieku 65-74/50-59 według płci (destymulanta). Pod tym względem w 2006 r. najsłabiej wypadły Włochy z różnicą omawianych stóp zastąpienia dochodów przez emerytury rzędu 18 pkt proc. na rzecz mężczyzn (stopa zastąpienia dochodów wśród mężczyzn 64%, a wśród kobiet 46%), a w dalszej kolejności Estonia, dla której omawiana różnica wyniosła 15 pkt proc. na rzecz kobiet (40% dla mężczyzn, 55% dla kobiet). W przypadku Polski na ogólną stopę zastąpienia dochodów przez emerytury w 2006 r. w wysokości 59% złożyły się wartość stopy zastąpienia w wysokości 67% wśród mężczyzn i w wysokości 57% wśród kobiet (różnica 10 pkt proc. na korzyść mężczyzn). Z kolei w skali całej UE-25 omawiana różnica stóp zastąpienia dochodów przez emerytury według płci wyniosła jedynie 4 pkt proc. (54% dla mężczyzn i 50% dla kobiet).

4. OCENA STOPNIA EFEKTYWNOŚCI SYSTEMÓW EMERYTALNYCH

Wyniki obliczeń w zakresie porządkowania liniowego pozwoliły na porównanie i ocenę względnego stopnia efektywności systemów emerytalnych 25 krajów UE i 2 krajów EFTA w latach 2005-2006.

Tabela 1

Ocena jakości wyników porządkowania liniowego według stopnia efektywności systemów emerytalnych

Wyszczególnienie	System wag	Normalizacja	Kryterium oceny, wariancja kierunkowa miernika M^*	
			2005	2006
Wariant 1	równe	unitaryzacja zerowana $\langle 0;1 \rangle$	0,0390	0,0376
Wariant 2	równe	unitaryzacja na przedziale $\langle -1;0 \rangle$	0,0390	0,0376
Wariant 3	równe	unitaryzacja: $a_j = 0$, $b_j = \max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}$	0,0390	0,0376
Wariant 4	równe	standaryzacja: $a_j = \bar{x}_j$, $b_j = s_j$	0,5810	0,6045
Wariant 5	równe	standaryzacja: $a_j = 0$, $b_j = s_j$	0,5810	0,6045
Wariant 6	korelacyjne	unitaryzacja zerowana $\langle 0;1 \rangle$	0,0334	0,0321
Wariant 7	korelacyjne	unitaryzacja na przedziale $\langle -1;0 \rangle$	0,0334	0,0321
Wariant 8	korelacyjne	unitaryzacja: $a_j = 0$, $b_j = \max_i x_{ij} - \min_i x_{ij}$	0,0334	0,0321
Wariant 9	korelacyjne	standaryzacja: $a_j = \bar{x}_j$, $b_j = s_j$	0,4942	0,5180
Wariant 10	korelacyjne	standaryzacja: $a_j = 0$, $b_j = s_j$	0,4942	0,5180

Źródło: obliczenia własne.

Rezultaty analiz uzyskane w oparciu o zestaw 9 zmiennych diagnostycznych i kryteria przyjęte w zakresie systemu wag (równych, korelacyjnych) i normalizacji (standaryzacji, unitaryzacji), przy niezmiennych pozostałych założeniach analizy były do siebie w poszczególnych latach „mniej lub bardziej” podobne. Dopiero transformacja obliczonych mierników syntetycznych na wynik rzutowania ortogonalnego punktów na prostą oraz ocena jakości uzyskanych wyników za pomocą wariancji kierunkowej zmiennej syntetycznej, zaproponowanej przez Kolendę [4], pozwoliły na wybór ostatecznego rozwiązania (zob. tabela 1). Ranking o najwyższej wariancji kierunkowej zmiennej syntetycznej uzyskano przy przyjęciu równej ważności wszystkich cech diagnostycznych oraz klasycznej standaryzacji zmiennych (wariant 4) lub przez skalowanie zmiennych (wariant 5). Szczegółowe rezultaty najlepszego uporządkowania systemów emerytalnych dla wariantu 5, czyli wyniki oceny systemów według wartości miernika syntetycznego M , równoważne z wynikiem rzutowania obiektów na prostą M^* , dla którego suma odległości rzutów ortogonalnych o_i' wszystkich obiektów o_i na

tę prostą jest najmniejsza, przedstawiono w tabeli 2. Wyniki zaprezentowane zostały uporządkowane według pozycji systemów emerytalnych dla 2006 r.

Tabela 2

Wyniki porządkowania liniowego stopnia efektywności systemów emerytalnych według wariantu o najwyższej wariancji kierunkowej^a

Kraj	Miernik syntetyczny M	Pozycja w rankingu	Miernik M^*	Wariancja kierunkowa	Miernik syntetyczny M	Pozycja w rankingu	Miernik M^*	Wariancja kierunkowa
	2005 r.				2006 r.			
Luksemburg (LU)	3,476	3	0,937	0,8788	3,491	1	1,901	3,6154
Słowacja (SK)	3,766	1	1,807	3,2667	3,281	2	1,272	1,6178
Islandia (IS) (EFTA)	3,699	2	1,607	2,5813	3,241	3	1,153	1,3292
Szwecja (SE)	3,475	4	0,937	0,8770	3,106	4	0,747	0,5581
Finlandia (FI)	3,303	7	0,420	0,1766	3,090	5	0,700	0,4901
Cypr (CY)	3,193	12	0,089	0,0079	3,055	6	0,594	0,3527
Hiszpania (ES)	3,258	8	0,284	0,0809	3,031	7	0,523	0,2733
Wielka Brytania (UK)	3,214	11	0,152	0,0230	3,016	8	0,478	0,2285
Republika Czeska (CZ)	3,377	6	0,641	0,4105	2,947	9	0,269	0,0724
Norwegia (NO) (EFTA)	3,070	17	-0,280	0,0786	2,896	10	0,118	0,0139
Węgry (HU)	3,420	5	0,769	0,5918	2,883	11	0,078	0,0062
Niemcy (DE)	3,110	15	-0,160	0,0257	2,873	12	0,049	0,0024
Dania (DK)	3,038	20	-0,376	0,1415	2,867	13	0,032	0,0010
Estonia (EE)	3,043	19	-0,360	0,1299	2,866	14	0,029	0,0008
Malta (MT)	3,254	9	0,271	0,0734	2,853	15	-0,011	0,0001
Litwa (LT)	2,979	21	-0,553	0,3056	2,825	16	-0,096	0,0093
POLSKA (PL)	3,150	14	-0,041	0,0017	2,797	17	-0,180	0,0326
Holandia (NL)	3,233	10	0,209	0,0436	2,748	18	-0,327	0,1071
Francja (FR)	2,876	24	-0,863	0,7450	2,741	19	-0,346	0,1200
Belgia (BE)	3,179	13	0,048	0,0023	2,724	20	-0,399	0,1592
Austria (AT)	3,045	18	-0,355	0,1257	2,721	21	-0,409	0,1670
Portugalia (PT)	3,077	16	-0,260	0,0677	2,686	22	-0,513	0,2634
Grecja (GR)	2,895	23	-0,805	0,6474	2,653	23	-0,610	0,3724

cd. tabeli 2

Kraj	Miernik syntetyczny M	Pozycja w rankingu	Miernik M^*	Wariancja kierunkowa	Miernik syntetyczny M	Pozycja w rankingu	Miernik M^*	Wariancja kierunkowa
	2005 r.				2006 r.			
Słowenia (SI)	2,760	27	-1,210	1,4646	2,546	24	-0,933	0,8699
Łotwa (LV)	2,925	22	-0,715	0,5109	2,416	25	-1,324	1,7519
Włochy (IT)	2,761	26	-1,207	1,4578	2,405	26	-1,356	1,8394
Irlandia (IE)	2,835	25	-0,985	0,9705	2,378	27	-1,438	2,0665
SUMA	x	x	x	0,5810	x	x	x	0,6045

^a Z punktu widzenia jakości uzyskanego wyniku wariant 4 i 5 zarówno dla 2005 i dla 2006 r. są równoważne.

Źródło: obliczenia własne w programie MS Excel 2003 oraz *Taksonomia numeryczna 2006* [4].

W 2005 r. krajami o najbardziej efektywnych systemach emerytalnych okazały się (1) Słowacja, (2) Islandia (EFTA) oraz (3) Luksemburg. Polska znalazła się na 14 miejscu w rankingu, a ostatnie trzy miejsca w zestawieniu zajęły: (25) Irlandia, (26) Włochy oraz (27) Słowenia. W 2006 r. w wyniku zmian w rankingu pozycję (1) zajął Luksemburg, (2) Słowacja, a (3) Islandia (EFTA). Polska spadła z 14 na 17 miejsce, a na ostatnich pozycjach znalazły się (25) Łotwa, (26) Włochy oraz (27) Islandia (EFTA).

5. ANALIZA SKUPIEŃ DLA WYNIKU PORZĄDKOWANIA LINIOWEGO SYSTEMÓW EMERYTALNYCH

W powyższych rozważaniach na temat efektywności systemów emerytalnych poszczególnych krajów nie zdefiniowano progu, według którego należy rozpatrywać „mniej, lub bardziej efektywne” systemy emerytalne. Na podstawie wyników analizy z lat 2005-2006 zamieszczonych w tabeli 2 można umownie przyjąć, że grupę krajów o najbardziej efektywnych systemach emerytalnych stanowią: (1) Luksemburg, (2) Słowacja, (3) Islandia (EFTA) oraz (4) Szwecja. Jednak fakt, że na podstawie wyników uporządkowania systemów nie można ocenić istotności różnic pomiędzy miejscami zajmowanymi w rankingu sprawia, że powyższy podział może również okazać się subiektywny.

W tym momencie pomocna okazuje się analiza skupień systemów emerytalnych, dokonana na podstawie ich pozycji w rankingach w latach 2005–2006, która pozwala wyłonić grupy systemów podobnych z punktu widzenia analizowanego zjawiska w ramach uzyskanych rankingów efektywności systemów emerytalnych. W tym celu dokonano klasyfikacji systemów z zastosowaniem metody aglomeracyjnej Warda oraz uogólnionej odległości *GDM*, właściwej dla danych porządkowych [7]. Wykorzystując pozycje 27 systemów emerytalnych krajów UE i EFTA dla 2005 i 2006 r. w rankingach efektywności uzyskano podział na 5 skupień systemów podobnych:

- Skupienie 1: Austria, Portugalia, Belgia, POLSKA, Malta i Holandia.
- Skupienie 2: Niemcy, Norwegia (EFTA), Dania, Estonia i Litwa.
- Skupienie 3: Francja, Grecja, Łotwa, Irlandia, Włochy i Słowenia.
- Skupienie 4: Cypr, Wielka Brytania, Hiszpania, Finlandia, Republika Czeska i Węgry.

– **Skupienie 5: Islandia (EFTA), Słowacja, Luksemburg i Szwecja.**

Drugi wariant oceny efektywności systemów emerytalnych na podstawie wyników ich porządkowania w latach 2005-2006 zawężono do 24 krajów UE i EFTA, wyłączając Cypr, Luksemburg oraz Maltę. Postawiono hipotezę, że „niewielkie rozmiary” tych krajów mogą mieć wpływ na dobrą lub bardzo dobrą ocenę efektywności systemu emerytalnego, zaburzając tym samym w ocenie efektywności kolejność pozostałych systemów emerytalnych. Na podstawie wyników porządkowania systemów 24 krajów UE i EFTA uzyskano 6 grup systemów podobnych:

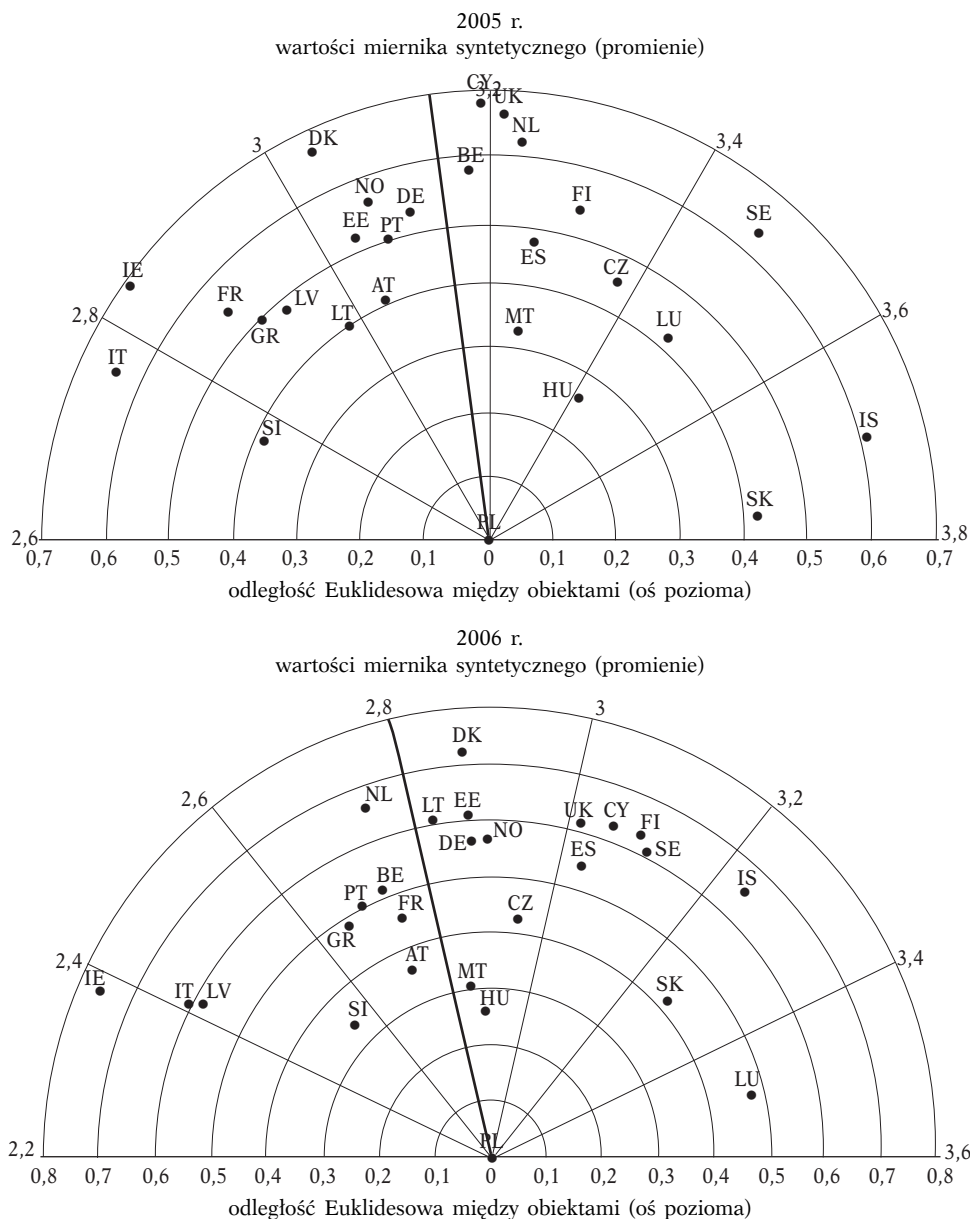
- Skupienie 1: Austria, Litwa i Francja.
- Skupienie 2: Niemcy, POLSKA, Dania, Estonia i Norwegia (EFTA).
- Skupienie 3: Belgia, Holandia, Portugalia.
- Skupienie 4: Grecja, Łotwa, Irlandia, Włochy i Słowenia.
- Skupienie 5: Republika Czeska, Węgry, Hiszpania, Finlandia oraz Wielka Brytania.

– **Skupienie 6: Islandia (EFTA), Szwecja i Słowacja.**

Porównanie wyników obydwu wariantów grupowania pozwoliło potwierdzić przyjęte wcześniej umowne założenie, iż najbardziej efektywnymi systemami emerytalnymi w latach 2005-2006 były (**Luksemburg**), **Słowacja**, **Islandia (EFTA)** oraz **Szwecja** – wymienione kraje w obydwu przypadkach utworzyły odrębne skupienia.

6. MAPA EFEKTYWNOŚCI SYSTEMÓW EMERYTALNYCH

Problem przy szczegółowej analizie porównawczej wyników porządkowania liniowego, który nie dotyczy obiektu znajdującego się na pozycji pierwszej w rankingu, polega na tym, że obiekty znajdujące się blisko siebie w rankingu wcale nie muszą być do siebie podobne [4]. Dla przykładu, efektywność polskiego systemu emerytalnego sklasyfikowanego w latach 2005-2006, odpowiednio na 14 i 17 pozycji wcale nie oznacza, że powinien on „poprawiać efektywność” w stosunku do wszystkich, odpowiednio 13 i 16 systemów znajdujących się przed nim w rankingu. Wystarczy, aby polski system emerytalny upodabniał się do jednego z systemów z pierwszych miejsc w rankingu, wówczas „poprawa” jego pozycji będzie następowała także wobec innych systemów, znajdujących się na dalszych miejscach w rankingu, lecz odpowiednio przed 14 i 17 pozycją w zestawieniu.



^a Promienie od prawej do lewej określają pozycje obiektów w rankingu. Pogrubiony promień na rysunku wyznacza, odpowiednio 14 i 17 pozycję polskiego systemu emerytalnego w rankingu za 2005 i 2006 r. Obiekty po prawej stronie od tego promienia znajdują się na pozycjach lepszych (po lewej na pozycjach gorszych) niż polski system emerytalny. Symbole nazw poszczególnych krajów zamieszczono w tabeli 2 i 3.

Rysunek 3. Wartości miernika syntetycznego i odległości Euklidesowe polskiego systemu emerytalnego na tle systemów innych krajów UE i EFTA – mapa dla obiektów^a

Rozszerzoną analizę porównawczą umożliwia mapa dla obiektów zaproponowana przez Kolendę [4], będąca połączeniem odległości metrycznych (np. euklidesowych) między obiektami wyznaczonymi na podstawie ich cech diagnostycznych oraz wyników uporządkowania obiektów w oparciu o wartości miernika syntetycznego. Wyniki analiz pozycji i podobieństwa polskiego systemu względem pozostałych systemów emerytalnych przedstawione na rysunku 3 wskazują, że w latach 2005-2006 **najbardziej zbliżonym w sensie efektywności do polskiego systemu emerytalnego, był system Węgier (HU)**. Mimo jego spadku z 5 na 11 miejsce nadal plasował się na pozycji „wyższej” (lepiej) w rankingu względem polskiego systemu emerytalnego. Biorąc pod uwagę spadek w rankingu systemu Węgier (HU) oraz pomijając (ze względu na ich nieporównywalny rozmiar wobec polskiego systemu emerytalnego) systemy Malty (MT) i Luksemburga (LU) **za drugi „wzorcowy” dla Polski z punktu widzenia efektywności można uznać system emerytalny Słowacji (SK)**. W podobnej odległości od polskiego systemu emerytalnego oprócz systemu Słowacji (SK) znajdował się również system Czech (CZ), lecz pierwszy z nich plasował się w czołówce analizowanych systemów w badanym okresie. Warto zauważyć, że systemy emerytalne krajów nordyckich, takich jak Szwecja, Norwegia, Finlandia, postrzeganych jako kraje dobrobytu (*welfare*), choć znalazły się w rankingach na pozycjach bliższych względem Polski, to w sensie odległości były dla niej nieosiągalne.

Tabela 3

Wyniki analizy efektywności i podobieństwa systemów emerytalnych 25 krajów UE i 2 krajów EFTA na podstawie analizy map dla obiektów

KRAJ	Pozycja w rankingu efektywności	Zbliżony w sensie efektywności system emerytalny spośród:		Pozycja w rankingu efektywności	Zbliżony w sensie efektywności system emerytalny spośród:	
		lepszyc w rankingu	gorszych w rankingu		lepszyc w rankingu	gorszych w rankingu
	2005 r.			2006 r.		
Belgia (BE)	13	FI-7	DE-15	20	DE-12	GR-23
Republika Czeska (CZ)	6	SK-1	FI-7	9	SK-2	HU-11
Dania (DK)	20	FI-7	SI-27	13	FI-5	NL-18
Niemcy (DE)	15	BE-13	GR-23	12	ES-7	BE-20
Estonia (EE)	19	CZ-6	LV-22	14	SE-4	LV-25
Irlandia (IE)	25	NL-10	SI-27	27	NL-18	–
Grecja (GR)	23	PT-16	FR-24	23	FR-19	IT-26
Hiszpania (ES)	8	FI-7	DE-15	7	FI-5	UK-8
Francja (FR)	24	GR-23	IT-26	19	DE-12	GR-23
Włochy (IT)	26	FR-24	SI-27	26	GR-23	IE-27

cd. tabeli 3

KRAJ	Pozycja w rankingu efektywności	Zbliżony w sensie efektywności system emerytalny spośród:		Pozycja w rankingu efektywności	Zbliżony w sensie efektywności system emerytalny spośród:	
		lepszyc w rankingu	gorszych w rankingu		lepszyc w rankingu	gorszych w rankingu
	2005 r.			2006 r.		
Cypr (CY)	12	UK-11	NO-17	6	FI-5	UK-8
Łotwa (LV)	22	EE-19	SI-27	25	EE-14	IT-26
Litwa (LT)	21	EE-19	SI-27	16	EE-14	LV-25
Luksemburg (LU)	3	SK-1	MT-9	1	–	SK-2
Węgry (HU)	5	LU-3	PL-14	11	CZ-9	PL-17, AT-21
Malta (MT)	9	LU-3	SI-27	15	HU-11	SI-24
Holandia (NL)	10	FI-7	BE-13	18	DK-13	BE-20
Austria (AT)	18	LU-3	GR-23	21	HU-11	SI-24
POLSKA (PL)	14	HU-5 SK-1	AT-18 SI-27	17	HU-11 SK-2	AT-21 SI-24
Portugalia (PT)	16	ES-8	GR-23	22	ES-7	GR-23
Słowenia (SI)	27	MT-9	–	24	MT-15	LV-25
Słowacja (SK)	1	–	CZ-6	2	LU-1	CZ-9
Finlandia (FI)	7	SE-4	DE-15	5	SE-4	UK-8
Szwecja (SE)	4	IS-2	FI-7	4	IS-3	FI-5
Wielka Brytania (UK)	11	FI-7	NO-17	8	ES-7	NO-10
Islandia (IS) (EFTA)	2	SK-1	NO-17	3	LU-1	NO-10
Norwegia (NO) (EFTA)	17	UK-11	DK-20	10	UK-8	GR-23

Źródło: obliczenia własne w programie MS Excel 2003 oraz Taksonomia numeryczna 2006 [4].

Analizując systemy krajów znajdujących się na miejscach dalszych (gorszych) w rankingu niż Polska (zob. rysunek 3) należy wskazać na Austrię (AT) oraz Słowenię (SI), odpowiednio z miejsc 18 i 27 (2005 r.) oraz 21 i 24 (2006 r.) jako na kraje również posiadające najbardziej zbliżone do Polski w sensie odległości systemy emerytalne³. Na podstawie analizy map dla każdego systemu skonstruowano tablicę powiązań między efektywnością systemów emerytalnych w latach 2005-2006 (zob. tabela 3). Dla każdego z nich wskazano system emerytalny najbardziej „zbliżony” pod względem

³ W porównaniu tym pominięto Litwę (LT), która awansowała z 21 na 16 pozycję w rankingu, wyprzedzając Polskę w zestawieniu.

efektywności i znajdujący się odpowiednio na „niższych” (lepszyc) oraz „wyższych” (gorszych) pozycjach w rankingu.

Idea mapy dla obiektów wskazuje, że dla właściwej oceny wyników rankingu i wyciągnięcia wniosków nie wystarcza sama analiza kolejności porządkowania obiektów i należy również wziąć pod uwagę odległości między obiektami. To z kolei wskazuje na zasadność przeprowadzenia analizy skupień dla wyniku porządkowania obiektów lub też dokonania pogłębionej analizy skupień na podstawie wartości cech diagnostycznych. W obydwu przypadkach wymagana jest wstępna znajomość liczby k poszukiwanych grup oraz znajomość metod oceny liczby skupień w zbiorze danych.

7. KLASYFIKACJA SYSTEMÓW EMERYTALNYCH Z PUNKTU WIDZENIA EFEKTYWNOŚCI

Analiza skupień systemów emerytalnych metodami aglomeracyjnymi w oparciu o zestaw omawianych w artykule cech diagnostycznych, wskazała, m.in. na podobieństwo systemów emerytalnych krajów Europy Środkowo-Wschodniej. Dla 2005 i 2006 r. uzyskano identyczne skupienie systemów emerytalnych tych krajów, choć obydwa rozwiązania różniły się pod względem liczby i struktury pozostałych grup systemów podobnych.

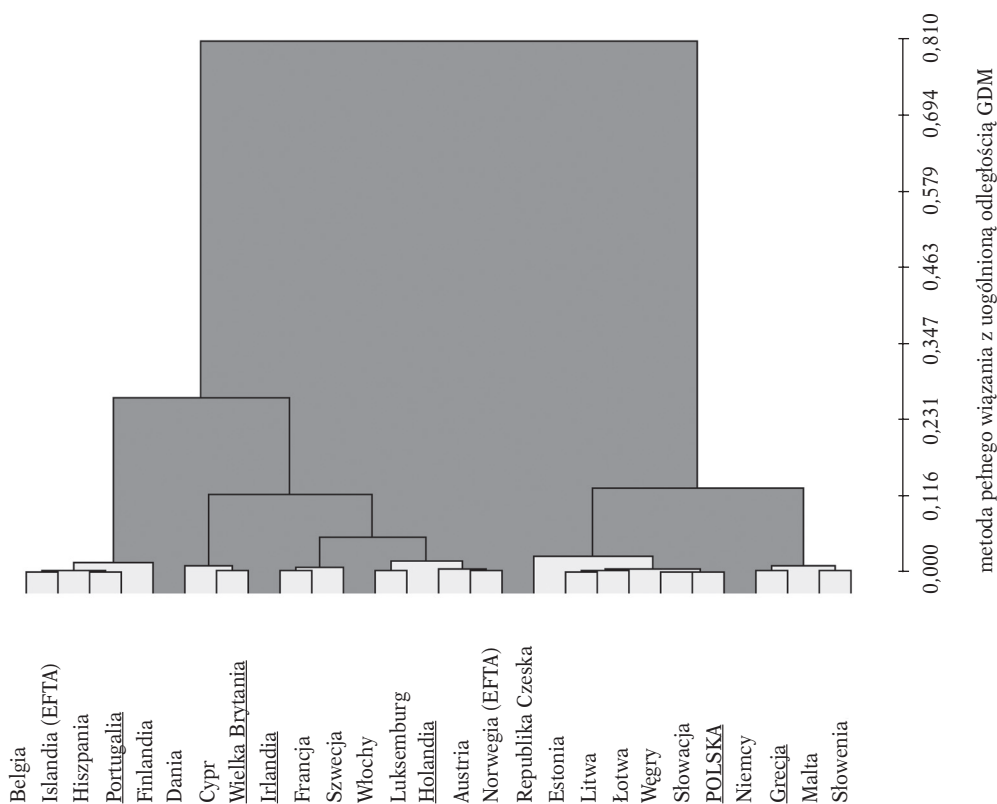
Wynik klasyfikacji systemów emerytalnych dla 2006 r., uzyskany za pomocą metody aglomeracyjnej pełnego wiązania na bazie uogólnionej odległości *GDM*, a poprzedzony oceną jakości grupowania i analizą replikacji (stabilności) wyników to najlepszy rezultat grupowania systemów z punktu widzenia efektywności:

- Skupienie 1: Belgia, Islandia, Hiszpania, Portugalia oraz Finlandia.
- Skupienie 2: Dania, Cypr oraz Wielka Brytania.
- Skupienie 3: Irlandia, Francja oraz Szwecja.
- Skupienie 4: Włochy, Luksemburg, Holandia, Austria oraz Norwegia.
- **Skupienie 5: Republika Czeska, Estonia, Litwa, Łotwa, Węgry, Słowacja oraz POLSKA.**

- Skupienie 6: Niemcy, Grecja, Malta i Słowenia.

Uzyskany podział systemów jest w dużym stopniu zgodny ze znanym w literaturze modelowym podziałem systemów emerytalnych (rezydualny, uniwersalny, korporacyjny, elementarny i postkomunistyczny) sformułowanym dla krajów UE-15. Uzyskany dla 2006 r. wynik klasyfikacji systemów emerytalnych z punktu widzenia oceny stopnia ich efektywności, okazał się również zbieżny w wynikami grupowania krajów w zakresie oceny skuteczności polityki społecznej, dokonanego na podstawie zupełnie innego zestawu cech diagnostycznych z uwzględnieniem krajów postkomunistycznych [3].

Krajami o najbardziej podobnych z punktu widzenia stopnia efektywności, systemach emerytalnych są (zob. rysunek 4): Polska, Słowacja i Węgry, następnie Polska, Łotwa, Litwa i Estonia, a dopiero w dalszej kolejności są do siebie zbliżone systemy Polski i Republiki Czeskiej. Jeśli spojrzeć na wymienione kraje w ujęciu historycznym, na okres transformacji ustrojowej, to pod względem funkcjonowania i rozwoju polityki społecznej, w tym systemów emerytalnych oraz stopnia starzenia się demograficznego ludności, można wskazać na liczne podobieństwa pomiędzy Polską, Republiką Czeską, Słowacją i Węgrami, a także Litwą, Łotwą i Estonią – zaliczanymi do państw Europy Środkowo-Wschodniej [5].



Rysunek 4. Wynik analizy skupień efektywności systemów emerytalnych 25 krajów UE i 2 krajów EFTA dla 2006 r.

Źródło: obliczenia własne w programie Clustangraphics 8 [8].

Podobieństwa pomiędzy wymienionymi krajami można również odnaleźć śledząc historię reform systemów emerytalnych krajów Europy Środkowo-Wschodniej. Podjęły one wiele istotnych, parametrycznych lub strukturalnych zmian, będących wyrazem poszukiwania coraz bardziej efektywnych rozwiązań systemu zabezpieczenia społecznego. Pierwsze reformy zapoczątkowano w Republice Czeskiej w 1994 r., na Węgrzech w 1998 r., w Polsce w 1999 r., na Łotwie⁴ w 2001 r., w Estonii w 2002 r., na Litwie w 2004 r., a na Słowacji w 2005 r. [2]. Przegląd reform w systemach emerytalnych krajów sąsiadujących z Polską wskazuje, że to działania w zakresie ograniczania przywilejów i wydłużania w czasie momentu przejścia na emeryturę oraz ulgi podatkowe dla uczestników mogą mieć kluczowe znaczenie dla poprawy efektywności systemów emerytalnych.

⁴ Fundamentalne reformy I filara oraz wprowadzenie systemu NDC przeprowadzono na Łotwie już w 1996 r.

Na zakończenie można postawić hipotezę, że jeśli za dodatkowy aspekt oceny efektywności systemów emerytalnych analizowanych krajów uznać fakt przeprowadzenia w nich w ostatnich latach reform emerytalnych oraz porównać istotność wprowadzonych zmian, to właśnie systemy emerytalne krajów Europy Środkowo-Wschodniej należałoby na tle systemów innych krajów UE i EFTA uznać za rozwijające się najbardziej efektywnie. Ten punkt widzenia oraz możliwość uwzględnienia w analizie danych za kolejne lata stanowią przesłanki do prowadzenia dalszych badań oceny stopnia efektywności systemów emerytalnych. Warto dodać, że wyniki zamieszczone w tabeli 3 i na rysunku 3 mogą stanowić podstawę dla dalszych szczegółowych analiz pozycji i odległości systemów innych krajów UE i EFTA oraz umożliwiają kontynuowanie porównań efektywności systemów emerytalnych w czasie.

8. ANALIZA EFEKTYWNOŚCI POLSKIEGO SYSTEMU EMERYTALNEGO

Wyniki oceny efektywności systemów emerytalnych uzyskane za pomocą metod porządkowania liniowego na podstawie danych za lata 2005-2006 (14 i 17 pozycja Polski) oraz interpretacja map systemów emerytalnych (zob. tabela 3, rysunek 3) sugerują, że w celu poprawy efektywności systemu emerytalnego w Polsce należy wzorować się na systemie Węgier (HU) lub Słowacji (SK). Wartości poszczególnych wskaźników cząstkowych wykorzystanych do obliczeń w latach 2005-2006 ukazują mocne i słabe strony polskiego systemu emerytalnego na tle systemu Węgier czy Słowacji.

W latach 2005-2006 polski system emerytalny zajmując pod względem nierównomierności rozkładu dochodów (adekwatność emerytur) pozycje 15 i 14 osiągnął wynik gorszy, niż system Węgier (pozycje 4; 9) czy Słowacji (pozycje 2; 5). Ze względu na zagregowaną stopę zastąpienia dochodów przez emerytury Polska zajęła miejsca (6; 4), Węgry (3; 9), a Słowacja (11; 8). Natomiast z punktu widzenia jednostkowego kosztu redukcji ubóstwa w grupie wieku 65 lat i więcej poprzez świadczenia emerytalne (rysunek 1) system w Polsce dwukrotnie osiągnął wysoką 4 pozycję, podobnie jak systemy Węgier i Słowacji (dwukrotnie) odpowiednio 5 i 6 miejsce.

W zakresie wypłacalności systemów charakteryzowanej przez stopę zatrudnienia osób w grupie wieku 55-64 lata Polska w latach 2005-2006 znajdowała się na ostatniej, 27 pozycji w rankingu. Wartości omawianej stopy zatrudnienia, wynoszące w Polsce odpowiednio 27,2% i 28,1%, kształtowały się znacznie poniżej wartości średnich dla UE, wynoszących odpowiednio 42,6% i 43,7%. Wskaźnik kosztów systemu emerytalnego zapewnił Polsce w 2006 r. pozycję lepszą niż Węgrom (pozycja 9 wobec 10) oraz zdecydowanie lepszą niż Słowacji, która zajęła 24 miejsce w rankingu. W latach 2005-2006 Polska była krajem o stosunkowo niskim obciążeniu demograficznym osób w wieku 15-64 lata osobami w wieku powyżej 65 lat i więcej, wynoszącym 19 osób, a krajami o najniższym stopniu obciążenia demograficznego, wynoszącym 16 osób, okazały się Słowacja i Irlandia. Ostatecznie pod względem obciążenia demograficznego, będącego destymulantą w ocenie efektywności systemów emerytalnych, Polska zajęła w latach 2005-2006 pozycję 5 w rankingu, wyprzedzając Węgry (dwukrotnie 13 pozycja) i ustępując 1 i 2 miejsca Słowacji.

Głównym celem cech przyjętych do analizy z zakresu modernizacji systemów emerytalnych było ukazanie różnic występujących w systemach ze względu na płeć

uczestników. W latach 2005–2006 pod względem bezwzględnej różnicy wielkości redukcji stopy ubóstwa osób starszych według płci po transferach emerytalnych (zob. rysunek 2) polski system dwukrotnie uplasował się na 11 pozycji w rankingu. Natomiast z punktu widzenia dwóch ostatnich zmiennych przyjętych do analizy, tj. bezwzględnej różnicy median relatywnych dochodów osób starszych (65+/0-64) według płci oraz bezwzględnej różnicy zagregowanej stopy zastąpienia dochodów przez emerytury dla grup wieku 65-74/50-59 według płci system Polski, na tle systemu Węgier i Słowacji, zajął dalekie pozycje w zestawieniu.

Na podstawie ogólnej charakterystyki systemów emerytalnych krajów UE i EFTA przedstawionej w punkcie 3 artykułu oraz krótkiej analizy efektywności polskiego systemu emerytalnego przedstawionej w tym punkcie, źródła „umiarkowanej” efektywności polskiego systemu emerytalnego na tle innych krajów UE i EFTA można określić następująco:

- w Polsce występuje zbyt wysoki poziom nierówności dochodowych osób w wieku 65 lat i więcej, a stosunek dochodów 20% osób, odpowiednio o najwyższych i najniższych dochodach w tej grupie wieku (wskaźnik kwintylowy), choć kształtuje się poniżej średniej dla UE, to na tle innych krajów wciąż pozostaje wysoki,

- w porównaniu z innymi krajami w Polsce występuje zbyt niska stopa zatrudnienia osób w grupie wieku 55-64 lata, a wartość omawianego wskaźnika jest wciąż daleka od jego średniego poziomu dla UE-25. Do pozytywnych zmian w tym zakresie, jakie zaistniały od dnia 1 stycznia 2009 r., zaliczyć należy ograniczenie i racjonalizację możliwości przechodzenia pracowników na wcześniejszą emeryturę,

- polski system emerytalny charakteryzuje się zbyt dużymi wartościami wskaźników modernizacji, oceniających różnice w zakresie ubóstwa i świadczeń według płci, tj. różnicą median relatywnych dochodów osób w wieku 65 lat i więcej oraz różnicą zagregowanych stóp zastąpienia dochodów przez emerytury między generacjami.

9. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono rezultaty analiz stopnia efektywności systemów emerytalnych krajów UE i EFTA w latach 2005-2006 przy zastosowaniu: metody porządkowania liniowego systemów na podstawie wartości miernika syntetycznego, grupowania systemów w oparciu o wyniki ich porządkowania, mapy efektywności systemów emerytalnych oraz klasycznej analizy skupień systemów na podstawie cech diagnostycznych z zakresu ich efektywności.

Porządkowanie jest do pewnego stopnia analizą uproszczoną, gdyż jest prowadzone na podstawie unormowanych wartości zmiennych w sposób „niezależny” dla każdego systemu (obiektu), a jedynie parametry normalizacji są ustalane na podstawie całego zbioru cech diagnostycznych systemów emerytalnych (obiektów). Jednocześnie trudno jest ocenić różnice między poszczególnymi systemami (obiektami) i tylko dodatkowa analiza skupień na podstawie wyników porządkowania liniowego może wskazać pewne grupy systemów podobnych. Jak wyjaśniono, odległe 14 i 17 miejsce polskiego systemu emerytalnego nie musi wcale oznaczać jego gorszej pozycji wobec, odpowiednio wszystkich 13 i 16 systemów znajdujących się przed nim na wyższych pozycjach w rankingu.

Dlatego też metody rozszerzające analizę, jak mapa systemów emerytalnych bazująca na wyniku porządkowania liniowego i macierzy odległości między systemami (np. odległości euklidesowej), która nie dostarcza informacji o strukturze skupień, może stanowić użyteczne narzędzie analizy.

Wydaje się, że największą wartość poznawczą wciąż zapewniają metody analizy skupień, opierające się na wielowymiarowej macierzy odległości między systemami, biorące pod uwagę relacje niepodobieństwa między wszystkimi analizowanymi obiektami. Należy jednak zauważyć, że wyniki wspomnianych metod analizy raczej się uzupełniają. Każda z nich ma swoje „wady i zalety”, lecz dopiero wspólna analiza uzyskanych na ich podstawie wyników daje pełny obraz w zakresie oceny stopnia efektywności systemów emerytalnych.

Uniwersytet Łódzki

LITERATURA

- [1] Council of the European Union, [2001], *Quality and viability of pensions – Joint report on objectives and working methods in the area of pensions*.
- [2] European Communities, [2006], *Adequate and sustainable pensions. Synthesis report 2006*, Luxembourg.
- [3] Fenger H., [2007], *Welfare regimes in central and eastern Europe: incorporating post-communist countries in a welfare regime typology*, „Contemporary Issues and Ideas in Social Sciences” 2007, Vol. 3, No. 2.
- [4] Kolenda M., [2006], *Taksonomia numeryczna. Klasyfikacja, porządkowanie i analiza obiektów wielocechowych*, AE Wrocław, Wrocław.
- [5] Księżopolski M., [1999], *Polityka społeczna. Wybrane problemy porównań międzynarodowych*, Wydawnictwo Śląsk, Katowice.
- [6] Mikulec A., [2008], *Disparity of expenditures of pension systems in European Union countries*, [w:] Starzyńska W., Wiktorowicz J. (red.), *European integration – sectoral and social approaches*, (s. 213-233), Uniwersytet Łódzki, Łódź.
- [7] Walesiak M., [2006], *Uogólniona miara odległości w statystycznej analizie wielowymiarowej*, AE Wrocław, Wrocław.
- [8] Wishart D., [2006], *Custangraphics primer: a guide to cluster analysis, (4th edition)*, Clustan Limited, Edinburgh.
- [9] Żukowski M., [1997], *Wielostopniowe systemy zabezpieczenia emerytalnego w Unii Europejskiej i w Polsce. Między państwem a rynkiem*, AE Poznań, Poznań.

Praca wpłynęła do redakcji w lutym 2010 r.

PORÓWNANIE EFEKTYWNOŚCI SYSTEMÓW EMERYTALNYCH KRAJÓW UE I EFTA W 2005 I 2006 R.

Streszczenie

Głównym celem artykułu było przedstawienie wyników analizy empirycznej oceny stopnia efektywności systemów emerytalnych krajów UE i EFTA w latach 2005-2006 w oparciu o zaproponowany miernik syntetyczny.

Omówiono wyniki analizy wstępnej, porządkowania liniowego systemów emerytalnych, „map efektywności systemów” oraz grupowania (analizy skupień). Zaprezentowane wyniki pozwoliły wskazać, m.in. grupę krajów o najwyższym stopniu efektywności systemów emerytalnych oraz kraje podobne do Polski pod względem badanej efektywności. Uzyskane rezultaty potwierdziły także znaczne podobieństwo systemów emerytalnych krajów Europy Środkowo-Wschodniej.

Słowa kluczowe: adekwatność, stabilność i modernizacja systemów emerytalnych; syntetyczny miernik efektywności systemów emerytalnych; kraje UE i EFTA

COMPARISON OF PENSION SYSTEMS' EFFICIENCY OF THE EU AND EFTA COUNTRIES IN THE YEARS 2005-2006

Summary

The aim of the article is to present the results of the empirical analysis of the level of pension systems' efficiency of EU and EFTA countries in the years 2005–2006 on the basis of the proposed synthetic measure.

We discuss the results of the initial analysis, linear ordering of pensions systems, “maps of systems efficiency” and grouping (cluster analysis). The presented results allow us to show a group of countries with the highest level of pension systems' efficiency and countries similar to Poland with respect to the examined efficiency. The obtained results reveal a close similarity between pension systems of countries of Central and Eastern Europe.

Key words: adequacy, sustainability and modernization of pension systems; synthetic measure of pension systems' efficiency; EU and EFTA countries

DYDAKTYKA I NAUKA

MIROSLAW SZREDER

O WERYFIKACJI I FALSYFIKACJI HIPOTEZ

Opracowanie to dedykuję Doktorantom

WPROWADZENIE

Prawdopodobnie artykuł ten nie powstałby, gdyby nie coraz częściej pojawiające się w pracach młodych naukowców sformułowania typu: „testowana hipoteza okazała się prawdziwa”, „hipoteza zerowa została pozytywnie zweryfikowana”, „można więc przyjąć, że weryfikowana hipoteza H_0 jest prawdziwa”. Tego rodzaju sformułowania, będące często konkluzją przeprowadzonych badań empirycznych, są dla statystyka trudne do zaakceptowania. Odnosi się to w szczególności do hipotez statystycznych, ale nie wyłącznie. Strategie weryfikacji hipotez w badaniach naukowych i w życiu codziennym, stanowiące przedmiot zainteresowania filozofów i psychologów, rzadko zawierają możliwość przesądzenia o tym, że weryfikowana hipoteza jest prawdziwa¹.

Celem tego opracowania jest przypomnienie zasad statystycznej teorii weryfikacji hipotez, wzbogacenie jej interpretacji, a także pokazanie logicznej zgodności, jaka istnieje między decyzjami podejmowanymi w procesie testowania hipotez naukowych i statystycznych. Przez hipotezy naukowe będziemy rozumieli przypuszczenia o charakterze uniwersalnym (globalnym), wywodzące się z odpowiedniej teorii. Hipoteza statystyczna natomiast, rozumiana będzie jako przypuszczenie dotyczące szczegółowych kwestii odnoszących się do ściśle zdefiniowanej populacji, które zweryfikować można w oparciu o próbę losową reprezentującą tę populację.

W zagadnieniach ekonomicznych, podobnie jak w socjologii, psychologii, medycynie, poprawna interpretacja wyników weryfikacji hipotez jest ważna, gdyż dostarcza przesłanek do podejmowania decyzji odnoszących się do całych, nieraz bardzo

¹ Interesujące omówienie poglądów filozofów i psychologów na weryfikację hipotez, jako na element poznania naukowego można znaleźć m.in. w pracach D.J. Glass i N. Hall [2008], J. Klayman i Y. Ha [1987], K. Popper [1995].

dużych populacji, o których badacz wypowiada się na podstawie informacji zawartych w próbie. Biorąc pod uwagę to, że próba stanowi zwykle niedużą frakcję populacji (ułamek procenta lub promila), ważne jest zarówno zastosowanie właściwej procedury weryfikacji hipotez, jak i poprawne zinterpretowanie jej wyników.

1. DOWODZENIE PRZEZ ZAPRZECZENIE (DOWODZENIE NIEPRAWDZIWOŚCI HIPOTEZY)

W statystycznej teorii weryfikacji hipotez, której twórcami są E.S. Pearson i J. Neyman, sprawdzaną hipotezę nazywa się *hipotezą zerową* i oznacza się przez H_0 . Równolegle formułuje się konkurencyjną wobec niej tzw. *hipotezę alternatywną* (H_1), która w przeciwieństwie do hipotezy zerowej ma najczęściej charakter złożony. Oznacza to, że hipoteza alternatywna nie określa jednej wartości parametru populacji, którego dotyczy wnioskowanie, lecz dopuszcza różne jego wartości, inne od tej, którą zawiera hipoteza zerowa. Na przykład: hipoteza zerowa stwierdza, że współczynnik korelacji między dwiema cechami w populacji jest równy zero, a hipoteza alternatywna głosi, że współczynnik ten jest większy od zera (czyli przyjąć może jedną z nieskończonej liczby wartości większych od zera, lecz nie równą zero). Mimo że hipotezą sprawdzaną (testowaną) jest hipoteza zerowa, to formułowana jest ona w taki sposób, aby dowieść jej **nieprawdziwości**. Jest to jedna z kluczowych kwestii w dobrym rozumieniu teorii wnioskowania statystycznego. Aby dowieść istnienia statystycznie istotnej korelacji między dwiema cechami, stawia się hipotezę, że współczynnik korelacji między tymi cechami jest równy zero. Odrzucenie tej hipotezy (**stwierdzenie jej nieprawdziwości**) stanowi statystyczny dowód na to, że między badanymi cechami istnieje istotna zależność korelacyjna. Podobnie jest w przypadku hipotez nieparametrycznych, odnoszących się nie do parametrów, lecz pewnych atrybutów populacji. Aby dowieść, że między dwiema cechami w populacji istnieje współzależność, sprawdzaną hipotezę formułuje się na zasadzie zaprzeczenia, tj. że analizowane cechy są niezależne. Także tutaj odrzucenie sprawdzanej hipotezy w oparciu o wynik próby losowej będzie statystycznym dowodem na to, że cechy te są zależne. Zanim omówimy powody takiego postępowania (pkt 2), wyjaśnimy najpierw, co właściwie oznacza odrzucenie hipotezy i dlaczego decyzję tę traktujemy jako dowód statystyczny nieprawdziwości hipotezy zerowej.

Procedura weryfikacji hipotez statystycznych zakłada, że hipoteza zerowa jest dotąd prawdziwa, dopóki nie znajdą się silne przesłanki każące wątpić w jej prawdziwość². Jedynym źródłem możliwych przesłanek mogą być – w klasycznym ujęciu – informacje pochodzące z próby losowej. Odrzucenie testowanej hipotezy następuje wówczas, gdy bardzo małe jest prawdopodobieństwo wystąpienia (realizacji) zaobserwowanej próby, przy założeniu że prawdziwa jest hipoteza zerowa. Na przykład, jeżeli hipoteza H_0 głosi, że w populacji średni wzrost osób wynosi 177 cm, a z próby losowej uzyskano średni wzrost 155 cm, to możemy albo przyjąć, że zrealizowało się zdarzenie o bardzo małym prawdopodobieństwie (wylosowano nietypową próbę zdominowaną przez naj-

² A null hypothesis is regarded as valid unless the evidence suggests that it is not true, J. Kmenta [1990], s. 112. Por. także Cz. Domański [1990].

niższe osoby z tej populacji), albo że hipoteza zerowa jest nieprawdziwa³. Jeżeli mielibyśmy uznać, że realizacja próby była zdarzeniem o prawdopodobieństwie mniejszym od pewnego minimalnego α (np. 0,01), to skłonni jesteśmy raczej odrzucić hipotezę zerową, czyli stwierdzić, że jest nieprawdziwa. Podejmując decyzję o odrzuceniu H_0 możemy jednak popełnić błąd, gdy hipoteza ta będzie w rzeczywistości prawdziwa. Na szczęście znamy prawdopodobieństwo popełnienia takiego błędu. Odrzucenie sprawdzanej hipotezy, gdy jest ona prawdziwa, oznacza, że zrealizowała się próba losowa o prawdopodobieństwie mniejszym od α . Jeżeli $\alpha = 0,01$, to próba taka zdarzać się będzie nie częściej niż średnio jeden raz na sto prób. Podejmując decyzję o odrzuceniu (stwierdzeniu nieprawdziwości) hipotezy zerowej wiemy, z jakim prawdopodobieństwem może to być decyzja błędna. Nie tylko znamy to prawdopodobieństwo, ale sami jego wielkość ustalamy. Posługujemy się więc procedurą, która może być zawodna z prawdopodobieństwem nie większym niż α . Właśnie z tego powodu, iż w pełni kontrolujemy prawdopodobieństwo podjęcia błędnej decyzji, mamy prawo twierdzić, że odrzucenie hipotezy zerowej jest statystycznym dowodem jej nieprawdziwości, a tym samym prawdziwości hipotezy konkurencyjnej H_1 (najczęściej złożonej).

2. PRÓBA STATYSTYCZNA A PRAWDZIWOŚĆ TESTOWANEJ HIPOTEZY

Jeżeli zastosowanie testu statystycznego dla danego zbioru obserwacji w próbie nie prowadzi do odrzucenia hipotezy zerowej, to właściwą w tych okolicznościach decyzją jest stwierdzenie, że brak jest podstaw do odrzucenia H_0 . Innymi słowy – próba nie dostarczyła wystarczających przesłanek do odrzucenia sprawdzanej hipotezy. Z kolei **brak przesłanek do stwierdzenia nieprawdziwości hipotezy H_0 nie oznacza dowodu na jej prawdziwość**. W teorii wnioskowania statystycznego nie istnieje konkluzja o stwierdzeniu prawdziwości hipotezy zerowej, a jedynie o braku podstaw do uznania jej za nieprawdziwą. Nie są to kategorie tożsame⁴. Wyjaśnienie, dlaczego empiryczne bada-

³ Zauważmy, że im większa liczebnie będzie próba, a także im mniejsze rozproszenie (dyspersja) wzrostu osób w tej populacji, tym trudniej będzie zaakceptować tak duże (22 cm) odchylenie średniej w próbie od średniej w populacji. Szczególnie warto tu zwrócić uwagę na znaczenie liczebności próby. Im większa próba, tym mniej prawdopodobne jest wystąpienie dużej różnicy między danym parametrem populacji a jego odpowiednikiem (estymatorem) w próbie. W codziennym myśleniu nie zawsze relację tę bierzemy pod uwagę, stając się „niewrażliwi na liczebność próby” (ang. *insensitivity to sample size*). A. Tversky i D. Kahneman [1974] oraz M.H. Bazerman i D. Moore [2009] ilustrują to następującym przykładem: W pewnym mieście funkcjonują dwa szpitale. W większym z nich rodzi się dziennie około 45 noworodków, a w mniejszym – około 15 noworodków. Jak wiadomo, przeciętnie 50% noworodków jest płci męskiej. Jednak rzeczywisty udział chłopców wśród noworodków jest różny każdego dnia, bywa mniejszy lub większy od 50%. Przez jeden rok każdy z tych szpitali notował dni, w których udział względny urodzonych chłopców przekraczał 60%. Na pytanie, który ze szpitali zanotował więcej takich dni w roku, pada często odpowiedź, że szpitale te zanotowały w przybliżeniu tę samą liczbę dni. W rzeczywistości jednak, przy dużej liczbie urodzin (dużej liczebności próby) zdarzenie polegające na znacznym odchyleniu proporcji w próbie (o 10 pkt proc.) w stosunku do proporcji w populacji jest mniej prawdopodobne, niż w przypadku małej liczby urodzin. Mniejszy szpital będzie więc rejestrował więcej takich dni w roku.

⁴ W jęz. angielskim do wyrażenia tej myśli używa się powszechnie stwierdzenia *absence of evidence is not evidence of absence*. Brak dowodów (np. współzależności cech) nie jest dowodem braku (współzależności tych cech).

nie **nie może** stanowić podstawy do stwierdzenia prawdziwości testowanej hipotezy, ma podstawy logiczne, statystyczne i filozoficzne. Te ostatnie, jako że dotyczą szerzej rozumianych hipotez (naukowych), zostaną zaprezentowane w odrębnym punkcie (pkt 3).

Logiczne uzasadnienie podanej wyżej tezy wymaga przypomnienia, że w procedurze weryfikacji hipotez statystycznych jednym z ważnych etapów jest przyjęcie założenia o prawdziwości hipotezy H_0 . Przy założeniu, że sprawdzana hipoteza jest prawdziwa, następuje obliczenie zarówno wartości statystyki testowej, jak i wyznaczenie prawdopodobieństwa krytycznego (ang. *p-value*)⁵. Dopuszczenie możliwości stwierdzenia prawdziwości hipotezy zerowej w wyniku zastosowania procedury testowania prowadziłoby do następującej sprzeczności logicznej. Najpierw zakłada się, że hipoteza H_0 jest prawdziwa, stosuje się odpowiednią procedurę testową, aby w jej efekcie dojść do wniosku, że hipoteza H_0 jest prawdziwa. Ale przecież założono na wstępie, że jest prawdziwa! Warto więc powtórzyć, że:

a) logicznej sprzeczności unika się, gdy możliwymi decyzjami w procesie weryfikacji hipotez są: albo odrzucenie sprawdzanej hipotezy, albo stwierdzenie o braku wystarczających podstaw do jej odrzucenia;

b) rzeczywista użyteczność testowania statystycznego przejawia się przede wszystkim w możliwości stwierdzenia nieprawdziwości sprawdzanej hipotezy (odrzuconiu H_0 na rzecz konkurencyjnej hipotezy H_1).

Statystyczne uzasadnienie niemożności stwierdzenia prawdziwości hipotezy zerowej brzmi najbardziej przekonująco w ogólniejszym kontekście wnioskowania statystycznego. Odwołamy się tu w szczególności do estymacji przedziałowej. Zwróćmy uwagę, że w większości testów parametrycznych określona statystyka testowa służy także do konstrukcji przedziału ufności dla parametru populacji θ , którego dotyczy wnioskowanie. Informacje uzyskane z próby pozwalają zarówno obliczyć wartość statystyki testowej, jak i skonstruować odpowiedni przedział ufności dla θ . Jeżeli w wyniku testowania hipotezy zerowej otrzymano wartość statystyki leżącą poza obszarem krytycznym, a więc stwierdzono brak podstaw do odrzucenia H_0 na poziomie istotności α , to w kontekście estymacji oznacza to, że z dużym prawdopodobieństwem $(1 - \alpha)$ parametr θ mieści się w przedziale zawierającym wartość hipotetyczną θ_0 (tj. wartość parametru θ wyspecyfikowaną w hipotezie zerowej). Innymi słowy oznacza to, że **z dużym prawdopodobieństwem można twierdzić, że jedną z możliwych wartości nieznanego parametru populacji θ jest θ_0** . Nie jest ona jedyną wartością (co dawałoby podstawy do stwierdzenia, że udowodniono prawdziwość $H_0 : \theta = \theta_0$), a zaledwie jedną z nieskończonej liczby wartości mieszczących się w przedziale ufności dla θ . Zilustrujemy to niżej prostym przykładem.

Przykład 1.

Przyjmijmy, że w populacji o rozkładzie normalnym, w której odchylenie standardowe (σ) wynosi 4, nieznaną jest wartość średnia μ . W oparciu o losową próbę $n = 16$ elementów, z której obliczono średnią ($\bar{X} = 11$), należy na poziomie istotności

⁵ Przez prawdopodobieństwo krytyczne rozumie się najmniejszą wartość poziomu istotności, na którym może być odrzucona hipoteza zerowa.

$\alpha = 0,10$ zweryfikować hipotezę, że średnia w populacji μ jest równa 10. Hipotezy zerową i alternatywną sformułowano następująco:

$$H_0: \mu = 10$$

$$H_1: \mu \neq 10$$

Wartość odpowiedniej statystyki testowej Z , obliczona przy założeniu prawdziwości hipotezy zerowej, równa się:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma} \cdot \sqrt{n} = \frac{11 - 10}{4} \cdot 4 = 1.$$

Wartość ta nie mieści się w obszarze krytycznym $(-\infty, -1,64) \cup (1,64, +\infty)$, stąd właściwą decyzją jest stwierdzenie o braku podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 . Dlaczego nie jest to tożsame z uznaniem hipotezy zerowej za prawdziwą? Prezentując uzyskany wynik z próby w kontekście estymacji przedziałowej:

$$P\left\{\bar{X} - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right\} = 1 - \alpha$$

$$11 - 1,64 \cdot \frac{4}{4} \leq \mu \leq 11 + 1,64 \cdot \frac{4}{4}$$

$$9,36 \leq \mu \leq 12,64$$

oznacza on, że z prawdopodobieństwem 90% można twierdzić, iż nieznana średnia w populacji μ zawiera się w przedziale (9,36; 12,64) i że prawdziwa wartość tej średniej może być dowolną liczbą z tego przedziału. Może to być także wartość 10 (ujęta w sprawdzanej hipotezie), ale nie jest ona jedyną możliwą wartością. A skoro nie jedyną, to nie możemy twierdzić, że wskazana w hipotezie wartość jest prawdziwa, gdyż wykluczałoby to prawdziwość jakiegokolwiek innej wartości z przedziału (9,36; 12,64).

Głównym powodem tego, że wynik z próby losowej nie rozstrzyga o prawdziwości hipotezy określającej konkretną wartość parametru populacji jest niedoskonałość mechanizmu losowania⁶. Każda technika losowania jest obciążona błędem losowania, sprawiającym że uzyskana próba prawie nigdy nie jest doskonałą reprezentacją populacji. Wynik z próby, który prowadzi do stwierdzenia braku podstaw do odrzucenia sprawdzanej hipotezy statystycznej, nie jest dowodem prawdziwości tej hipotezy. Analogiczne do tego rozumowanie jest szeroko stosowane także w odniesieniu do hipotez naukowych.

3. FALSYFIKACJA HIPOTEZ NAUKOWYCH

Przedstawiona wyżej w pkt 1 i 2 interpretacja procedury testowania hipotez statystycznych jest zgodna z zasadami stosowanymi w odniesieniu do hipotez naukowych.

⁶ Szerzej o naturze błędu losowania por. M. Szreder [2010], s. 170-173.

W obu przypadkach ważna jest możliwość stwierdzenia nieprawdziwości weryfikowanej hipotezy, możliwość jej obalenia. E. Babbie w książce pt. *Badania społeczne w praktyce* pisze: „Każda znacząca hipoteza musi być obalalna. Jeżeli nie jesteś w stanie określić, jakie odkrycia empiryczne stanowiłyby zaprzeczenie twojej hipotezy, nie jest to prawdziwa hipoteza w naukowym znaczeniu tego słowa” (E. Babbie [2004], s. 474). W obu też przypadkach – hipotez statystycznych i hipotez naukowych – podkreśla się niemożność udowodnienia prawdziwości hipotezy na podstawie cząstkowych (próbkowych) danych empirycznych. „Żadna liczba białych łabędzi nie ustala tego, że wszystkie łabędzie są białe” – pisze Karl Popper [1995], s. 121⁷. I dalej dodaje: „Gdy mówimy, że nasza wiedza nie jest pewna, mamy na myśli tylko to, że nigdy nie możemy być pewni, czy nasze przypuszczenia są prawdziwe. Gdy stwierdzamy, że hipoteza nie jest prawdziwa lub przynajmniej że nie wydaje się stanowić lepszego przybliżenia do prawdy niż jej konkurentki, możemy ją odrzucić. Hipotezy nigdy nie są weryfikowalne, można je jednak sfalsyfikować. Można je krytykować i sprawdzać” (K. Popper [1995], s. 226). Termin „sfalsyfikować” oznacza wykazać lub ustalić nieprawdziwość (fałszywość) hipotezy. Formułowanie pewnych hipotez, obalanie niektórych z nich i na tej podstawie stawianie nowych – to jedna z dróg poznania naukowego.

Oczywiście, obserwacje empiryczne (także statystyczne) mogą potwierdzać pewne hipotezy lub je wspierać, ale znaczenie takiego faktu jest dla nauki mniejsze niż wykazanie nieprawdziwości hipotezy. W codziennym życiu bywa odmiennie. Staramy się niekiedy poszukiwać faktów lub interpretować je w taki sposób, aby potwierdzały nasze pierwotne aprioryczne przekonania (nasze hipotezy). Zjawisko to nazywane jest „pozytywnym testowaniem hipotez” (ang. *positive hypothesis testing*) i ściśle łączone jest z tzw. błędem konfirmacji (ang. *confirmation bias*), por. M.H. Bazerman, D. Moore [2009], s. 8-9. Błąd ten polega na poszukiwaniu i przetwarzaniu tych informacji, które potwierdzają postawioną hipotezę, z jednoczesnym pomniejszaniem znaczenia obserwacji, które hipotezie tej przeczą. W działalności naukowej tego typu skłonność prowadzić może do nierzetelnych lub fałszywych wyników. Analogią z zakresu wnioskowania statystycznego byłoby postępowanie, którego celem jest zwiększanie liczebności próby dla wzmocnienia siły argumentacji o prawdziwości hipotezy zerowej. Tymczasem, jak stwierdziliśmy wcześniej, nawet przy bardzo dużej próbie nie da się wykazać prawdziwości sprawdzanej hipotezy, a jedynie pokazać, iż próba wspiera tę hipotezę (nie daje przesłanek do jej odrzucenia). Statystyk, filozof, psycholog – wszyscy oni zainteresowani są takim formułowaniem hipotez, których fałszywość można udowodnić materiałem empirycznym i w ten sposób potwierdzić hipotezę konkurencyjną (alternatywną).

LITERATURA

- Babbie E., [2004], *Badania społeczne w praktyce*, PWN, Warszawa.
Bazerman M.H., Moore D., [2009], *Judgment in managerial decision making*, (7th edition), J. Wiley.
Calaprice, A., [2005], *The new quotable Einstein*, Princeton University Press.

⁷ Podobne stwierdzenie przypisuje się też Einsteinowi: „Żadna liczba eksperymentów nie przekona mnie, że mam rację; jeden eksperyment może udowodnić, że nie mam racji” (na podst. A. Calaprice [2005], s. 291).

- Domański Cz., [1990], *Testy statystyczne*, PWE, Warszawa.
- Glass D.J., Hall N., [2008], *A brief history of the hypothesis*, „Cell” Vol. 134, No. 3.
- Klayman J., Ha Y.W., [1987], *Confirmation, disconfirmation, and information in hypothesis testing*, „Psychological Review”, Vol. 94, No. 2.
- Kmenta J., [1990], *Elements of econometrics*, Macmillan Publishing Company, New York.
- Popper K.R., [1995], *Mit schematu pojęciowego. W obronie nauki i racjonalności*, Książka i Wiedza, Warszawa.
- Szreder M., [2010], *Metody i techniki sondażowych badań opinii*, PWE, Warszawa.
- Tversky A., Kahneman D., [1974], *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*, „Science”, Vol. 185, pp. 1124-1131.

POLSCY STATYSTYCY I MATEMATYCY

SYLWETKA NAUKOWA PROFESORA ZBIGNIEWA CZERWIŃSKIEGO (1927-2010)

2 maja 2010 r. odszedł na zawsze Profesor Zbigniew Czerwiński, Uczony i Mistrz, jeden z najwybitniejszych współczesnych ekonomistów polskich reprezentujących nurt ilościowy w ekonomii, obejmujący: ekonomię matematyczną, teorię podejmowania decyzji, cybernetykę ekonomiczną oraz ekonometrię i prognozowanie. Wszechstronnie wykształcony ekonomista, filozof, logik. W każdej z tych dyscyplin miał niekwestionowany autorytet oraz ogromne zasługi w ich powstawaniu i rozwoju.

Urodził się 9 października 1927 roku w Warszawie, w rodzinie wyższego oficera Wojska Polskiego. W latach bezpośrednio poprzedzających II wojnę światową mieszkał w Poznaniu, gdzie jego ojciec, dowódca pułku artylerii konnej, pełnił służbę wojskową. Lata wojny spędził kolejno w Wilnie, Warszawie i powiecie myślenickim, gdzie brał udział w partyzantce AK. Maturę zdał w Warszawie w 1945 roku. W latach 1945-1949 studiował ekonomię na Wydziale Prawno-Ekonomicznym Uniwersytetu Poznańskiego (magisterium uzyskał u prof. Edwarda Taylora), a następnie, w latach 1950-1952, logikę na Wydziale Filozoficzno-Historycznym tegoż Uniwersytetu. W 1957 roku na podstawie rozprawy *Zagadnienie prawomocności indukcji w ujęciu probabilistycznym* uzyskał stopień naukowy doktora filozofii (promotor: prof. K. Ajdukiewicz). W roku akademickim 1958/1959 odbył roczne studia specjalistyczne na Uniwersytecie Harwarda w USA (u prof. W. Leontiefa). Habilitował się w zakresie ekonomii na Uniwersytecie Warszawskim w 1963 r. na podstawie pracy: *Problematyka planowania cen w ujęciu matematycznym*. Był profesorem nadzwyczajnym od 1973 roku, a zwyczajnym od 1977 r. Na Uniwersytecie im. Adama Mickiewicza pracował w latach 1949-1961, początkowo w Katedrze Nauk Ekonomicznych, a później w Katedrze Logiki i Metodologii Nauk. Od 1961 roku do ostatnich dni, tj. przez prawie 50 lat swojego niezwykle pracowitego życia związany był z obecnym Uniwersytetem Ekonomicznym (wcześniej: Wyższą Szkołą Ekonomiczną i Akademią Ekonomiczną) w Poznaniu, gdzie początkowo pracował w Katedrze Planowania, następnie w stworzonym przez siebie Zakładzie Ekonometrii, włączonym później do Instytutu Cybernetyki Ekonomicznej, którym kierował nieprzerwanie aż do przejścia na emeryturę.

Profesor Zbigniew Czerwiński jest autorem 11 książek, ponad 100 artykułów naukowych, a także tłumaczeń 5 monografii i podręczników akademickich z języka angielskiego. Wykładał na Uniwersytecie Poznańskim, w Akademii Ekonomicznej w Poznaniu i Katowicach, na uniwersytecie w Lund (Szwecja), w Instytucie Inżynierjno-Ekonomicznym w Charkowie, na uniwersytecie w Glasgow (Szkocja), na uniwersytecie

w Aix-en-Provence (Francja), na uniwersytecie w Tsukuba (Japonia), na uniwersytecie w Tizi-Ouzou (Algieria).

Na szczególne podkreślenie zasługuje duża aktywność Profesora w pracach czasopism naukowych: „Studia Logica”, „Przeglądu Statystycznego” (redaktor naukowy w latach 1981-1993), „Ekonomisty” oraz „Ruchu Prawnego, Ekonomicznego i Socjologicznego”.

Profesor przez wiele lat był członkiem Centralnej Komisji ds. Tytułu Naukowego i Stopni Naukowych, członkiem Komitetu Statystyki i Ekonometrii PAN, Komitetu Nauk Ekonomicznych PAN, Poznańskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk oraz Polskiego Towarzystwa Ekonomicznego.

Aktywność zawodowa Profesora przypadła na lata początkowego rozwoju zastosowań metod matematycznych w ekonomii na świecie. Był inicjatorem badań nad matematyczną teorią optymalizacji gospodarczej w Polsce. Jego podręcznik *Wstęp do programowania liniowego z elementami algebry wyższej* (1961) był pierwszą w polskiej literaturze ekonomicznej książką z tej problematyki. Na podręczniku tym wykształciły się całe pokolenia ekonomistów i specjalistów z badań operacyjnych. W późniejszych latach Profesor Zbigniew Czerwiński wydał wraz z zespołem jeszcze książkę *Optymalna organizacja działań* (1983), która do dziś stanowi bogatą inspirację dla osób zajmujących się optymalizacją decyzji menadżerskich. Profesor był pionierem i głównym architektem badań w Polsce w zakresie ekonomii matematycznej. Wydana na początku lat 60. praca Profesora *Problematyka planowania cen w ujęciu matematycznym* była wówczas bodaj pierwszą w Polsce publikacją naukową z ekonomii matematycznej, a artykuł *Stopa inwestycji i maksymalizacja spożycia* („Ekonomista” 1/1965) powstał niemal równolegle z pierwszymi światowymi zastosowaniami teorii sterowania optymalnego w ekonomii. W 1973 r. opublikował monografię *Podstawy matematycznych modeli wzrostu gospodarczego* (PWE), która utrwaliła pozycję Profesora Zbigniewa Czerwińskiego jako niekwestionowanego lidera polskiej matematycznej teorii wzrostu. Z późniejszych prac należy wymienić *Matematyczne modelowanie procesów ekonomicznych* (PWN, 1982) oraz (we współautorstwie) *Modelowanie i planowanie wzrostu gospodarki narodowej* (PWN, 1982; nagroda w konkursie O. Lanego, 1984).

Prof. Zbigniew Czerwiński – wspólnie z przyjaciółmi: prof. Z. Hellwigiem z Wrocławia, prof. Z. Pawłowskim z Katowic oraz prof. W. Welfe z Łodzi – stworzył nową jakość w ekonomii polskiej, polską ekonometrię. Interesowały go jednak nie tyle techniki ekonometryczne, co metodologia ekonometrii. W tej specjalizacji Profesor Zbigniew Czerwiński, dzięki rozległym studiom logicznym, filozoficznym, ekonomicznym, matematycznym i statystycznym, pozostanie zapewne na długo niedoścignętym wzorem, i to nie tylko na skalę polską, ale światową. Prawdopodobnie nie ma dziś w Polsce, a i na świecie trudno byłoby znaleźć osobę, która równie wszechstronnie jak Profesor potrafiłaby analizować różne praktyczne i metodologiczne aspekty podejścia ekonometrycznego. Z tego zakresu pozostawił Profesor wiele ważkich i ciągle niezwykle aktualnych publikacji naukowych.

Co najmniej cztery dzieła Profesora należą do fundamentalnych z punktu widzenia zastosowań metod ilościowych w ekonomii. Pierwsze (historycznie) to *Podstawy matematycznych modeli wzrostu gospodarczego* (PWE, 1973). Monografia ta utrwaliła wówczas pozycję Profesora jako niekwestionowanego lidera polskiej matematycznej

teorii wzrostu. Drugim dziełem jest *Matematyka na usługach ekonomii* (PWN, 6 wydań) – najwybitniejsza w Polsce i jedna z nielicznych w świecie praca metodologiczna, integrująca wszystkie kierunki nurtu ilościowego w ekonomii. Odegrała ona nie tylko ważną rolę w kształceniu wielu pokoleń ekonometryków polskich, ale także w propagowaniu wśród ekonomistów niematematycznych nowoczesnych metod analizy ilościowej zjawisk ekonomicznych. Książka była wyróżniona nagrodą Wydziału I PAN. Pozycją niezwykle są *Dylematy ekonomiczne* (PWE, 1992), w których śp. Profesor w niezwykle piękny i przystępny sposób omawia centralne problemy ilościowego modelowania w ekonomii. W jubileuszowej monografii *Kapitał ludzki i wiedza w gospodarce XXI wieku* (Wydawnictwo AEP, 2007 r.), dedykowanej Profesorowi Czerwińskiemu z okazji 80-lecia urodzin, w słowie wstępnym autorstwa śp. prof. Bogusława Guzika, umiłowanego ucznia Profesora, czytamy: „Jest to dzieło uczzonego, świadomego swej mądrości, ale jednocześnie wyrozumiałego dla nieporadności młodszych kolegów lub osób mniej wykształconych. Ma schemat esejów, których piękno i mądrość najlepiej wyrażają przykładowe tytuły: *Cyganka, prorocy, uczeni, czyli o prognozowaniu zjawisk ekonomicznych, Jak porównywać jutrzejszy dobrobyt z dzisiejszą biedą, czyli o optymalnej intensywności inwestowania, ..., Kto skosił zboże – kosiarz czy kosa, czyli o czynnikach wzrostu produkcji*”. Książka została wyróżniona nagrodą Prezesa RM w 1994 r. Kolejne dzieło to *Moje zmagania z ekonomią* (2002). Obrazuje ono doskonale talent, wszechstronność zainteresowań naukowych Profesora oraz Jego drogę życiową w nauce: od logiki, poprzez badania operacyjne, ekonomię matematyczną, ekonometrię, aż do filozofii nauki. Charakteryzuje znakomicie temperament badawczy Profesora, niezwykle kulturę słowa oraz umiejętność dostrzegania i formułowania problemów badawczych.

Profesor Z. Czerwiński był promotorem 17 ukończonych przewodów doktorskich. Z grona Jego bezpośrednich uczniów ośmiu uzyskało stopień doktora habilitowanego, a czterech tytuł naukowy profesora. Przez całe swoje życie uczył szacunku dla niezależności poglądów naukowych, umiłowania prawdy, nie poddawania się modom naukowym oraz uproszczonym poglądom. Praca naukowa i dydaktyczna była sensem Jego życia. Za swoje zasługi dydaktyczne i naukowe Profesor był odznaczony Medalem Komisji Edukacji Narodowej, Krzyżem Komandorskim i Kawalerskim Orderu Odrodzenia Polski.

Kiedyskolwiek sięgam pamięcią wstecz, zawsze widzę w gabinecie Profesora sentencje 3 wielkich ludzi:

– poety K.I. Gałczyńskiego

*Nie wolno używać takich słów jak: zagadnienie i koncepcja.
Trzeba pracować...,*

– filozofa prof. T. Kotarbińskiego

*Człecz! Przez żywot cały, od koleb do siwizn,
Szczanuj względność w ocenach, alias – relatywizm...
Ośleń natury nie lżę, choć w jej wzgardzie wzrośtem,
Dobrze, gdy osłem osioł, źle, gdy poseł osłem...,*

– i szczególnie mu bliskiego matematyka i filozofa R. Kartezjusza
...nie przyjmować nigdy
żadnej rzeczy za prawdziwą, zanim jej nie poznam
z całą oczywistością jako takiej: to znaczy unikać
starannie pośpiechu i uprzedzeń i nie obejmować
swoim sądem niczego poza tym, co się przedstawi
memu umysłowi tak jasno i wyraźnie, iż nie miałbym
żadnego powodu podania tego w wątpliwość...

(przekład T. Boy-Żeleński).

Zasady te przyświecały całemu życiu Profesora, doskonale charakteryzując Jego temperament, pasję, skromność i rzetelność badawczą. Służąc własnym przykładem zaszczepił je również w dużej mierze swoim uczniom¹.

Emil Panek

BIBLIOGRAFIA PRAC PROF. Z. CZERWIŃSKIEGO (WYBÓR)

I. Książki

1. *Wstęp do teorii programowania liniowego z elementami algebry wyższej*, PWN, Poznań 1961.
2. *Problematyka planowania cen w ujęciu matematycznym*, Prace Komisji Nauk Społecznych PTPN, Poznań 1963.
3. *Matematyka na usługach ekonomii*, PWN, wyd. 1-6, Warszawa, (1969-1984).
4. *Podstawy matematycznych modeli wzrostu gospodarczego*, PWE, Warszawa, 1973.
5. *Prognozowanie ekonometryczne. Podstawy i metody* (współautor Bogusław Guzik), PWE, Warszawa 1980.
6. *Matematyczne modelowanie procesów ekonomicznych*, PWN, Warszawa 1982.
7. *Modelowanie i planowanie wzrostu gospodarki narodowej* (współautorzy: Bogusław Guzik, Witold Jurek, Emil Panek, Henryk Runka, Wojciech Śledziński), PWN, Warszawa 1982.
8. *Optymalna organizacja działań* (współautorzy: Wojciech Borecki, Zbigniew Rzemeykowski, Wojciech Sikora), PWE, Warszawa 1983.
9. *Ekonometria – nadzieje, osiągnięcia, niedostatki* (współautorzy: Wojciech Maciejewski, Antoni Smoluk, Krzysztof Zadora), PWN, Warszawa 1987.
10. *Dylematy ekonomiczne*, PWE, Warszawa 1992.
11. *Moje zmagania z ekonomią*, Wyd. AE w Poznaniu, Poznań 2002.

Artykuły naukowe

1. *O stosunku logiki formalnej do marksistowskiej dialektyki* (1953 – nieopublikowana).
2. *W sprawie walki z nominalizmem*, „Myśl Filozoficzna” 4 (24), 1956.
3. *Zagadnienie „całości”*, „Zeszyty Problemowe Nauki Polskiej”, t. 12, 1956.

¹ We Wspomnieniu wykorzystano, obok materiałów źródłowych, dwa teksty: prezentację sylwetki naukowej Profesora zamieszczoną w „Przeglądzie Statystycznym” nr 1/2 w 1996 r. z okazji 70-lecia urodzin (autorstwa B. Guzika, E. Ignasiaka i E. Panka) oraz w dedykowanej Profesorowi z okazji 80-lecia urodzin monografii *Kapitał ludzki i wiedza w gospodarce XXI wieku* (Wydawnictwo UEP, Poznań 2007 r; prezentacja sylwetki Profesora autorstwa B. Guzika). Z tych samych źródeł oraz z książki *Moje zmagania z ekonomią* (Wyd. AEP, Poznań 2002) pochodzi też zasadnicza część zamieszczonej poniżej bibliografii prac Profesora.

4. *Jeszcze raz o nominalizmie*, „Mysł Filozoficzna” 1 (27), 1957.
5. *Zagadnienia probabilistycznego uzasadnienia indukcji enumeracyjnej*, „Studia Logica”, t. 5, 1957.
6. *On the Relation of Statistical Inference to Traditional Induction and Deduction*, „Studia Logica”, t. 7, 1958.
7. *O paradoksie implikacji*, „Studia Logica”, t. 7, 1958.
8. *Niektóre problemy teoretyczne planowania cen*, „Roczniki i Sprawozdania PTE w Poznaniu”, t. 61, 1958/59.
9. *O pojęciu przyczyny i kanonach Milla*, „Studia Logica”, t. 9, 1960.
10. *Degree of Confirmation and Critical Region*, „Studia Logica”, t. 10, 1960.
11. *Enumerative Induction and the Theory of Games*, „Studia Logica”, t. 10, 1960.
12. *O pojęciu wnioskowania dedukcyjnego*, „Studia Filozoficzne” 4 (19), 1960.
13. *Uwagi o stosowaniu matematyki w ekonomii*, „Roczniki i Sprawozdania PTE w Poznaniu”, t. 8, 1960.
14. *O matematycznym ujęciu prawa wartości*, „Ekonomista” nr 1, 1961.
15. *On the Notion of Deductive Inference*, „Studia Filozoficzne (obcojęzyczny)”, nr 1, 1962.
16. *Wartość a planowanie cen*, „Roczniki Ekonomiczne”, t. 15, 1963.
17. *Nauczanie przedmiotów ekonometrycznych w wyższych uczelniach ekonomicznych*, „Życie Szkoły Wyższej”, nr 5, 1963.
18. *Programy liniowe a wyznaczanie cen*, „Ekonomista”, nr 3, 1964.
19. *Zadania analityczne, logika i doświadczenie*, [w:] „Rozprawy logiczne. Księga pamiątkowa ku czci K. Ajdukiewicza”, PWN, Warszawa 1964.
20. *Elementy algebry wyższej*, Wyd. WSE Poznań, 1965, 1972.
21. *Stopa inwestycji a maksymalizacja spożycia*, „Ekonomista”, nr 1, 1965.
22. *O stosunku wnioskowania statystycznego do dedukcji i indukcji matematycznej*, [w:] „Zagadnienia teorii nauki”, PWN, Warszawa 1966.
23. *Problematyka indukcji w pracach i działalności Kazimierza Ajdukiewicza*, „Studia Logica”, t. 16, 1965.
24. *O interpretacji równań ekonometrycznych*, „Przegląd Statystyczny”, 1966, nr 3.
25. *Cybernetyka a ekonomia (na marginesie książki Oskara Langego, Wstęp do cybernetyki ekonomicznej)*, „Roczniki Ekonomiczne”, t. 19, 1966/67.
26. *Sieci PERT a programowanie liniowe* (współautor: Edmund Ignasiak), „Przegląd Statystyczny”, 1967, nr 4.
27. *Wstęp do ekonometrii* (redakcja), Wyd. WSE Poznań, 1967.
28. *Liniowe modele optymalizacji działalności układów produkcyjnych*, [w:] „Zastosowanie metod cybernetycznych w budownictwie”, Poznań 1969.
29. *Podstawowe problemy konstrukcji racjonalnego systemu cen w gospodarce socjalistycznej*, „Poznańskie Roczniki Ekonomiczne”, t. 22, 1969.
30. *O kryteriach wyznaczania parametrów nieliniowych funkcji regresji* (współautor: Jerzy Kowalak), „Przegląd Statystyczny”, 1969, nr 3/4.
31. *O mierze zależności stochastycznej. Propozycja modyfikacji współczynnika Z. Hellwiga*, „Przegląd Statystyczny”, 1970, nr 2.
32. (współautor) *Model optymalnego rozłożenia produkcji przedsiębiorstwa przemysłu metalowego w czasie*, ZN WSE, seria 1, nr 35, Poznań 1970.
33. *Dynamiczny model dostosowania procesów produkcyjnych i inwestycyjnych do planowania wzrostu spożycia*, „Prace Zakładu Nauk Ekonomicznych PAN”, 1972, nr 6, Warszawa.
34. *Naukowo-dydaktyczni*, „Życie Szkoły Wyższej”, 1972, nr 4-5.
35. *O klasycznych modelach ekonometrycznych*, „Ekonomista” 1973, nr 1.
36. *Osiągnięcia i kierunki rozwoju ekonometrii*, „Biblioteka Wiadomości Statystycznych”, t. 21, 1973.
37. *A Mathematical Model of Optimal Price System in Central Planned Economy*, „Colloquia Mathematica Societatis Janos Bolyai”, nr 12, Progress in Operation Research, Eger 1974.
38. *Optymalny podział inwestycji między dwa sektory*, „Ekonomista”, 1974, nr 5.
39. *O „blokowaniu tras” i rozwiązywaniu zamkniętego zagadnienia transportowego z kryterium czasu*, „Przegląd Statystyczny”, 1974, nr 2.
40. *O pewnej metodzie rozwiązywania zagadnienia przydziału*, „Zeszyty Naukowe AE” Poznań, Seria 1, 1974, Poznań.
41. *On „Classical” Econometric Models*, „Oeconomica Polona”, 1974, nr 1.

42. *Prognoza, plan, prawdopodobieństwo*, „*Ekonomista*”, 1975, nr 1.
43. *Przyczynek do dyskusji nad problemem „dobrego” modelu ekonometrycznego*, „*Przegląd Statystyczny*”, 1976, nr 4.
44. *The Role of Quantitative Methods in the Central Planning in Poland*, „*Frontiers of Quantitative Economics*”, Vol. 3, North Holland Publishing Co., 1977.
45. *Forecasting, Planning and Probability*, „*Oeconomica Polona*”, 1976, nr 4.
46. *On the Optimal Allocation of Investment Between Two Sectors*, [w:] *Problems of Formalization in the Social Science*, Ossolineum, Kraków 1977 oraz [w:] „*New Trends in Mathematical Modelling*”, Wrocław 1978.
47. (współautor), *O sposobie budowy sieci opisujących przedsięwzięcie*, „*Organizacja i Kierowanie*”, 1978, nr 2 (8).
48. *Prices in a Planned Economy: Theory and Practice*, „*Soviet Studies*”, nr 3, Glasgow 1978.
49. *Instytuty – za duże i za małe*, „*Życie Szkoły Wyższej*” 1979, nr 9.
50. (współautor) *Opis procesu narastania kapitału i jego oddziaływania na produkcję w matematycznych modelach wzrostu gospodarczego*, [w:] „*Modelowanie systemowe społeczno-gospodarczego rozwoju kraju*”, 1979, PWN, Warszawa.
51. (współautor) *Zastosowanie dynamicznego modelu Leontiefa w planowaniu gospodarki narodowej*, „*Ekonomista*”, 1979, nr 6.
52. *On the Optimal Allocation of Investment Between Two Sectors*, [w:] „*New Trends in Mathematical Modeling*”, Ossolineum, Wrocław 1978.
53. *O różnych koncepcjach regresji*, „*Przegląd Statystyczny*”, 1980, nr 3/4.
54. (współautor) *On the Application of the Dynamic Leontief Model in Planning*, „*Oeconomica Polona*” nr 4, 1980.
55. *Węzłowe problemy problemów węzłowych*, „*Życie Szkoły Wyższej*”, 1981, nr 1.
56. (współautor) *Mierzenie stopnia nierównowagi na rynku konsumenta – próba estymacji ekonometrycznej*, „*Ekonomista*”, 1984, nr 4.
57. (współautor) *Ustalanie harmonogramu produkcji prefabrykatów budowlanych. Algorytm, program obliczeniowy*, ZN AE Poznań, nr 111, 1984.
58. *O jakości modelu ekonometrycznego*, „*Przegląd Statystyczny*” 1985, nr 3.
59. (współautor) *Investment Policy in the light of the Optimum Control Theory*, ZN AE Poznań, nr 147, 1986.
60. *Sterowanie systemami ekonomicznymi*, „*Postępy Cybernetyki*”, nr 4, 1986.
61. *Modele matematyczne a teoria gospodarki socjalistycznej*, „*Ekonomista*”, 1988, nr 3-4.
62. *System Analysis of Real and Monetary Flows in a Planned Economy* (współautorzy: Witold Jurek, Emil Panek), „*Control and Cybernetics*”, Vol. 18, 1989, No. 2.
63. *Mathematical Models and the Theory of Socialist Economy*, „*Oeconomica Polona*”, 1989, nr 1.
64. *Ekonometria czy liniowa regresja?*, „*Przegląd Statystyczny*” nr 1-2, 1990.
65. *Czy istnieje cybernetyka ekonomiczna?*, ZN AE Poznań, nr 189, 1991.
66. (współautor) *A Medium-term Model of the Polish Economy, An Approach to Transition Problems*, „*Control and Cybernetics*”, Vol. 22, 1993, No. 1-2.
67. *Nauka, modele ekonometryczne, prawda i prawdopodobieństwo*, [w:] „*Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*”, KSiE PAN i AE w Krakowie, Kraków 1995.
68. *Statystyka a prawda*, „*Biblioteka Wiadomości Statystycznych*” t. 44, 1995.
69. *Problematyka gospodarcza w projektach konstytucji RP*, „*Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny*”, r. 57, 1995, z. 2.
70. *Modelowanie ekonometryczne na tle dyskusji o koincydencji i współliniowości, Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych*, KSiE PAN i AE w Krakowie, Kraków 1996.
71. *Makroekonomiczny średniookresowy model gospodarki polskiej KEMPO 94* (współautorzy: Roman Kiedrowski, Michał Konopczyński, Emil Panek), IRiSS, nr 30, Warszawa 1996.
72. *Czy ekonomia jest nauką?*, „*Ruch Prawniczy, Ekonomiczny i Socjologiczny*”, rok 58, 1996, z. 1.
73. *Model KEMPO jako podstawa scenariuszy rozwoju gospodarki polskiej w podziale na sektory instytucjonalne. Modele i modelowanie makroekonomiczne* (współautorzy: Roman Kiedrowski, Emil Panek), Raporty IRiSS nr 56, Warszawa 1997.
74. *Neyman – Pearson’s Theory of Testing Statistical Hypotheses Against the Background of Traditional Teaching of Logic*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, zeszyt 743, 1997.

75. *O paradoksie Serbelloni*, „Przegląd Statystyczny”, 1998, nr 1.
76. *Budowa makroekonomicznych scenariuszy rozwoju gospodarki polskiej na podstawie modelu KEMPO* (współautorzy: Roman Kiedrowski, Michał Konopczyński, Emil Panek), raport nr 66, IRISS, Warszawa 1998.
77. *Modelling Economic In Transition*, [w:] „Proceeding of the Conference in Jurata”, 1998.
78. *Gospodarka polska do roku 2008 w świetle modelu KEMPO* (współautorzy: Roman Kiedrowski, Michał Konopczyński, Emil Panek), „Gospodarka Narodowa” 1998, nr 11-12.
79. *Informatyka a nauka ekonomii*, „Informan”, 1999, nr 4.
80. *Granice stosowalności teorii prawdopodobieństwa*, [w:] „Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych”, KSiE PAN i AE w Krakowie, Kraków 1999.
81. *Jeszcze raz o prognozach*, [w:] „Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych”, KSiE PAN i AE w Krakowie, Kraków 2000.
82. *Is Economic a Science?*, [w:] „Contemporary Problems of Statistical and Econometric Research”, Wyd. AE Kraków, 2001.
83. *Statystyka a prawda*, „Badania Operacyjne i Decyzje”, 2001, nr 1.
84. *PKB – rozważania definicyjne i statystyczne*, [w:] „Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych”, KSiE PAN i AE w Krakowie, Kraków 2001.
85. *Matematyczne modelowanie problemu optymalnego opodatkowania*, [w:] Przestrzenno-czasowe modelowanie i prognozowanie zjawisk gospodarczych (red. A. Zeliaś), materiały XVIII Ogólnopolskiego Seminarium Naukowego, zorganizowanego przez Zakład Teorii Prognoz Katedry Statystyki Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Wyd. AE Kraków, 2006.
86. *Nauka ekonomii pół wieku temu i dziś*, wykład wygłoszony z okazji uroczystej inauguracji roku akademickiego 2007/2008 w Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, w: „Kapitał ludzki i wiedza w gospodarce. Wyzwania XXI wieku”, Wydawnictwo AE w Poznaniu, Poznań 2007.

SYLWETKA NAUKOWA PROFESOR ZOFII ZARZYCKIEJ (1925-2010)



Profesor Zofia Zarzycka urodziła się 3 listopada 1925 r. w miejscowości Godziesze Wielkie, koło Kalisza. Ojciec był nauczycielem, kierownikiem szkoły powszechnej i znanym regionalnym działaczem społecznym.

W 1939 r. Zofia Zarzycka ukończyła pierwszą klasę gimnazjalną w Kaliszu. W czasie okupacji w latach 1940-1944 zabrano ją na roboty przymusowe; w charakterze pomocy domowej w rodzinie niemieckiej. W ostatnim roku wojny pracowała w fabryce broni „Zollenwerke” w Kaliszu. Wiosną 1945 r. podjęła przerwana naukę w gimnazjum, a następnie w liceum w Kaliszu, które ukończyła w 1947 r. W okresie 1946-1947 pracowała w księgowości, w hurtowni Spółdzielni Pracy „Społem” w Kaliszu. Po ukończeniu szkoły średniej rozpoczęła studia wyższe w Łódzkim Oddziale Szkoły Głównej Handlowej (przekształcona później w Wyższą Szkołę Ekonomiczną w Łodzi, która została powołana w 1949 r.). Studia pierwszego stopnia ukończyła w 1951 r., a trzy lata później uzyskała dyplom magistra ekonomii w Wyższej Szkole Ekonomicznej w Łodzi.

Pracę zawodową rozpoczęła w 1950 r. już w czasie studiów jako zastępca asystenta w Katedrze Statystyki Wyższej Szkoły Ekonomicznej w Łodzi. Rada Wydziału Ekonomicznego Uniwersytetu Łódzkiego (Wydział Ekonomiczny UŁ powstał w 1960 r. po połączeniu WSE z UŁ) nadała Jej stopień naukowy doktora nauk ekonomicznych w 1964 r. na podstawie rozprawy pt. „Problemy pracy zawodowej kobiet obciążonych dziećmi”, przygotowanej pod kierunkiem profesora Edwarda Rosseta. W 1982 r. Rada Wydziału Ekonomiczno-Socjologicznego UŁ nadała Jej stopień doktora habilitowanego nauk ekonomicznych, na podstawie rozprawy habilitacyjnej pt. „Praca zawodowa kobiet a budżet rodzinny”, Acta Universitatis Lodzensis, Łódź 1982. Po habilitacji w 1983 r. uzyskała stanowisko docenta. Tytuł profesor nauk ekonomicznych otrzymała w 1991 r.

Najbardziej dojrzałe owoce nauczyciela akademickiego znajdują się w umysłach i sercach studentów oraz młodych adeptów nauki. Owoce te ujawniają się w kształceniu i formowaniu studentów, asystentów i doktorów wraz z przygotowaniem ich do trudnej pracy poznawania, rozwijania i tworzenia nauki, poprzez przygotowanie i kierowanie ich rozpraw na kolejne stopnie i tytuły zawodowe.

Wszeczhronna działalność Profesor Zofii Zarzyckiej obejmowała:

- problemy pracy zawodowej kobiet obciążonych obowiązkami rodzinnymi,
- demograficzne i społeczne czynniki wpływające na wzorce konsumpcyjne,
- problemy ekonomiczne wynikające z procesu starzenia się ludności.

Zagadnienia aktywności ekonomicznej kobiet były przedmiotem nie tylko rozprawy doktorskiej, ale również tematem licznych Jej publikacji. W pracach tych zwracała uwagę na ogromną rolę kobiety pracującej zawodowo; pełniącej funkcję zawodową oraz prowadzącej równocześnie gospodarstwo domowe. Stąd też podejmowała w nich nie tylko kwestie przydatności i aktywności zawodowej kobiet w różnych fazach rozwoju rodziny, ale również zagadnienia budżetu czasu pracujących kobiet oraz wpływu uzyskiwanych przez nie zarobków na sytuację dochodową gospodarstw domowych. Problematyka pracy zawodowej kobiet pojawiała się często także w późniejszych Jej pracach w powiązaniu z analizą rynku i warunków bytu ludności. Świadczy to o Jej wrażliwości społecznej, wyrażającej się, w przypadku człowieka nauki, w podejmowaniu problemów trudnych, czego najlepszym przykładem są badania aktywności ekonomicznej kobiet w Łodzi – spauperyzowanym mieście pracujących zawodowo kobiet.

Problematyce badań konsumpcji w znacznej części poświęcona była również rozprawa habilitacyjna Profesor Zofii Zarzyckiej pt. „Praca zawodowa kobiet a budżet rodzinny”. Głównym przedmiotem rozważań w omawianej rozprawie jest wpływ pracy zawodowej kobiet na dochody i wydatki gospodarstwa domowego. Podjęcie pracy przez kobietę, z jednej strony zwiększa dochody gospodarstwa, z drugiej jednak ogranicza czas, jaki może ona poświęcić na prace domowe oraz powoduje zmiany w hierarchii potrzeb gospodarstwa.

Zwężeniem dorobku naukowego Profesor Zarzyckiej nad analizą konsumpcji jest wydana przez nią monografia pt. *Czynniki demograficzne i społeczne w analizie konsumpcji* (Wyd. UŁ Łódź, 1992). Monografia ta stanowi doskonałą syntezę Jej badań z tej dziedziny, będąc niezwykle interesującym, pełnym refleksji przekazem doświadczeń wynikających z długoletnich badań nad wzorcami konsumpcji, realizowanymi w gospodarstwach domowych. Przeprowadzona została także gruntowna analiza wpływu na decyzje konsumpcyjne pozaekonomicznych determinant.

Profesor Zarzycka zaproponowała wykorzystanie metod taksonomicznych, umożliwiających porównanie różnych obiektów jednocześnie, z punktu widzenia wielu cech, do przestrzennych badań porównawczych warunków życia. Z dużym zainteresowaniem przyjęte były także Jej prace ukazujące międzywojewódzkie zróżnicowanie warunków życia ludności oraz traktujące o wykorzystaniu zmiennych syntetycznych w analizach porównawczych stanu zdrowia ludności (por. np. *Z badań nad wybranymi problemami w zakresie ochrony zdrowia ludności*, Kraków 1996).

Profesor Zofia Zarzycka zajmowała się w latach siedemdziesiątych również metodologią szacowania indeksów cen w sferze usług niematerialnych na potrzeby badań związanych z opracowaniem, w cenach porównywalnych, tzw. rozwiniętego bilansu gospodarki narodowej, budowanego zgodnie z założeniami systemu rachunków narodowych ONZ.

Profesor Zofia Zarzycka wielokrotnie badała następstwa aktywności zawodowej kobiet dla ich sytuacji rodzinnej, w tym również pośrednio dla kształtowania się podstaw małżeńskich i prokreacyjnych. Już w latach sześćdziesiątych w swoich pracach zwracała uwagę, że aktywność zawodowa kobiet poza rolnictwem jest czynnikiem redukującym skłonność do wydawania na świat dzieci, zwłaszcza w przypadkach urodzeń trzecich i dalszych. W badaniach swoich wykazywała zatem, że praca zawodowa kobiet, z jednej strony przyczyniła się do wzrostu dochodów w gospodarstwach domowych,

z którymi były one związane, z drugiej zaś, modyfikowała zachowanie demograficzne tych gospodarstw.

W przypadku badań starzenia się populacji ludzkich, podobnie jak przy śledzeniu innych zjawisk demograficznych, Profesor Zarzycką szczególnie interesowały różnorodne, zwłaszcza społeczne i ekonomiczne konsekwencje tych zjawisk.

Badała również wpływ czynników społeczno-demograficznych na wyposażenie gospodarstw domowych w dobra trwałego użytku, jak również następstwa przeobrażeń demograficznych dla potrzeb edukacyjnych i mieszkaniowych.

Świadectwem wysokiej oceny osiągnięć Profesor Zofii Zarzyckiej w środowisku polskich demografów było powołanie Jej między innymi do zespołu koordynującego pracami w ramach Centralnego Problemu Badań Podstawowych 09.1 („Uwarunkowania demograficzne rozwoju społeczno-gospodarczego Polski”). Zespół ten zatwierdzał zgłaszane projekty zadań badawczych i tematów do realizacji w wymienionym problemie centralnie sterowanym. Przyjmował i akceptował też gotowe opracowania autorskie.

Profesor Zarzycka wypromowała 250 magistrantów, 8 doktorów, ponadto sporządziła 23 recenzje prac doktorskich i habilitacyjnych oraz dorobku naukowego na tytuł profesora, a także 60 innych recenzji artykułów, książek, skryptów i projektów naukowych, była także wielokrotną autorką licznych ekspertyz. Na szczególne podkreślenie zasługują owoce Jej pracy w procesie przygotowania młodych asystentów do pracy dydaktycznej i naukowej. Począwszy od 1965 r. pełniła funkcję opiekuna młodej kadry naukowo-dydaktycznej najpierw w Zakładzie, a potem w Katedrze Demografii i Statystyki. Jej bogate doświadczenie i wielki talent pedagogiczny w przekazywaniu wiedzy statystycznej procentuje dzisiaj wśród Jej uczniów będących profesorami.

Wkład Profesor Zofii Zarzyckiej w rozwój badań demograficznych dokonywał się również poprzez kształcenie młodej kadry naukowej. Z ośmiu wypromowanych prac doktorskich najczęściej interdyscyplinarnych, pięć zawierało istotne wątki demograficzne, takie jak np. struktura ludności według płci, wieku, cech społecznych a częstość występowania inwalidztwa, sytuacja społeczno-zawodowa osób w starszym wieku, społeczno-ekonomiczne determinanty procesów demograficznych w krajach arabskich. Warto podkreślić, a doświadczyło tego wielu pracowników Wydziału Ekonomiczno-Socjologicznego UŁ, że Profesor Zofia Zarzycka była wspierałym i przekonującym konsultantem w zakresie stosowania metod ilościowych dla opisu procesów ekonomicznych i społecznych, w tym demograficznych. Zawsze znajdowała w tym względzie czas, aby służyć radą swoim młodszym i starszym kolegom.

W okresie 48 lat pracy dydaktycznej Profesor Zofia Zarzycka prowadziła różnorodne zajęcia-wykłady ze statystyki ogólnej, matematycznej oraz statystyki ekonomicznej i społecznej dla studentów studiów stacjonarnych, wieczorowych, zaocznych i słuchaczy studiów doktoranckich. Rodzaje i treści wykładów prowadzonych przez Nią zmieniały się z roku na rok, podążając za trendami rozwojowymi nowoczesnej statystyki, ale największy podziw budzi niezwykła Jej rzetelność w przekazywaniu studentom bogatych doświadczeń i głębokiej wiedzy oraz życzliwy, niezwykle przyjaźnielski stosunek do słuchaczy.

Mimo że Profesor Zofia Zarzycka nie ubiegała się nigdy o żadne stanowiska i zaszczyty, lista pełnionych przez Nią funkcji jest stosunkowo długa, że wymienię najważniejsze:

1. Udział w pracach organizacyjnych w Uniwersytecie Łódzkim:
 - zastępca dyrektora Instytutu Ekonometrii i Statystyki,
 - kierownik Zakładu Demografii i Statystyki w Instytucie Ekonometrii i Statystyki UŁ (1986-1992),
 - kierownik Katedry Demografii i Statystyki Społeczno-Ekonomicznej (1992-1996),
 - współtwórca i wieloletni kierownik Punktu Konsultacyjnego Wydziału Ekonomiczno-Socjologicznego UŁ w Kaliszu,
 - kierownik Magisterskich Studiów Ekonomicznych dla Inżynierów na Wydziale Ekonomiczno-Socjologicznym UŁ (1983-1996),
 - kierownik naukowy Zespołu Konsumpcji i Warunków Bytu w Instytucie Ekonometrii i Statystyki UŁ,
 - udział w pracach licznych komisji uczelnianych, wydziałowych i instytutowych ds. dydaktycznych i współpracy z zagranicą,
 - pełnomocnik Rektora UŁ ds. współpracy z WSE w Bratysławie i Czechosłowackim Instytutem Gerontologicznym,
 - współpraca z Uniwersytetem w Lipsku, Uniwersytetem Lyon II i Lyon III,
 - kierownik tematu w MR. III, a następnie 09.4 II, koordynowanym przez Instytut Socjologii UW,
 - kierownik tematu w CPBP 11.5.2, a następnie CPBP 09.01, koordynowanym przez Instytut Statystyki i Demografii Szkoły Głównej Planowania i Statystyki.
2. Udział w pracach programowych Głównego Urzędu Statystycznego jako członek Komisji Dydaktycznej GUS.
3. Udział w pracach programowych Łódzkiego Oddziału PTE; od 1989 r. przewodnicząca Komisji Dydaktycznej tego oddziału.
4. W latach 1989-1990 przewodnicząca Komisji Zatrudnienia Rady Naukowej przy Prezydencie Miasta Łodzi.
5. Członek Zarządu Polskiego Towarzystwa Demograficznego.
6. Członek Prezydium Komitetu Nauk Demograficznych PAN.

W Uniwersytecie Łódzkim pracowała do przejścia na emeryturę, a przez kolejne dwa lata w niepełnym wymiarze zajęć. Począwszy od 1998 r. podjęła pracę na stanowisku profesora zwyczajnego w Społecznej Wyższej Szkole Przedsiębiorczości i Zarządzania w Łodzi, gdzie pracowała do końca swoich dni.

Dzięki swojemu bogatemu dorobkowi zarówno naukowemu, jak i dydaktycznemu, oraz niezwyklej aktywności w kontaktach ze środowiskiem statystyków i demografów Profesor Zofia Zarzycka była powszechnie znana i bardzo szanowana, a największymi zaletami Jej serca była: wrażliwość, dobroć, uczciwość, prawość, skromność i życzliwość dla ludzi, po prostu Profesor Zwyczajny. Także „zwyczajnie” odważna.

Powściągliwa, a jednocześnie wyrazista w gestach, i całe życie – powoli, nieustannie, bez względu na trudności – zmierzająca we właściwym kierunku, służąca najwyższym wartościom: kolegom, studentom i innym, tzn. ludziom. W czasach kryzysu wartości, upadku autorytetów, każdy szuka dla siebie orientacyjnych znaków. Tymi znakami mogą być nasi nauczyciele, myślę, że dla wielu z nich taką rolę pełniła Profesor Zofia Zarzycka.

SPRAWOZDANIA

KRZYSZTOF JAJUGA, WALDEMAR TARCZYŃSKI, MAREK WALESIAK

SPRAWOZDANIE Z KONFERENCJI NAUKOWEJ NT. „KLASYFIKACJA I ANALIZA DANYCH – TEORIA I ZASTOSOWANIA”

W dniach 15-18 września 2009 r. w Hotelu Wolin w Międzyzdrojach odbyła się XVIII Konferencja Naukowa Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS (XXIII Konferencja Taksonomiczna) nt. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania organizowana przez Sekcję Klasyfikacji i Analizy Danych Polskiego Towarzystwa Statystycznego i Katedrę Ubezpieczeń i Rynków Kapitałowych Uniwersytetu Szczecińskiego. Przewodniczącym Komitetu Organizacyjnego Konferencji był prof. dr hab. Waldemar Tarczyński, natomiast sekretarzem dr Małgorzata Tarczyńska-Łuniewska.

Zakres tematyczny konferencji obejmował zagadnienia:

a) teoria (taksonomia, analiza dyskryminacyjna, metody porządkowania liniowego, metody statystycznej analizy wielowymiarowej, metody analizy zmiennych ciągłych, metody analizy zmiennych dyskretnych, metody analizy danych symbolicznych, metody graficzne),

b) zastosowania (analiza danych finansowych, analiza danych marketingowych, analiza danych przestrzennych, inne zastosowania analizy danych – medycyna, psychologia, archeologia, itd., aplikacje komputerowe metod statystycznych).

Zasadniczym celem konferencji SKAD była prezentacja osiągnięć i wymiana doświadczeń z zakresu teoretycznych i aplikacyjnych zagadnień klasyfikacji i analizy danych. Konferencja stanowiła coroczne forum służące podsumowaniu obecnego stanu wiedzy, przedstawieniu i promocji dokonań nowatorskich oraz wskazaniu kierunków dalszych prac i badań.

W konferencji wzięło udział 87 osób. Byli to pracownicy naukowo-dydaktyczni oraz doktoranci następujących uczelni: Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Akademii Morskiej w Gdyni, Politechniki Białostockiej, Politechniki Łódzkiej, Politechniki Opolskiej, Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, Szkoły Głównej Handlowej, Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu, Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Uniwersytetu Gdańskiego, Uniwersytetu Łódzkiego, Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu, Uniwersytetu Przyrodniczego w Poznaniu, Uniwersytetu Szczecińskiego, Wyższej Szkoły Bankowej w Toruniu, Wyższej Szkoły Zarządzania i Bankowości w Krakowie, Wyższej Szkoły Finansów i Zarządzania w Białymstoku i Zachodniopomorskiego Uniwersytetu Technologicznego w Szczecinie, a także przedstawiciele GUS oraz Wydawnictwa C.H. Beck.

Na konferencji, w trakcie dwóch sesji plenarnych oraz pięciu sesji równoległych (po dwie i trzy sesje), wygłoszono 61 referatów poświęconych różnym aspektom teoretycznym i aplikacyjnym zagadnienia klasyfikacji i analizy danych. Odbyła się również jedna sesja plakatowa, na której zaprezentowano 14 plakatów.

Obrazom w poszczególnych sesjach konferencji przewodniczyli: prof. dr hab. Krzysztof Jajuga; prof. dr hab. Dorota Witkowska; dr hab. Tadeusz Kufel, prof. UMK; dr hab. Andrzej Sokółowski, prof. UEK; dr hab. Jan Paradysz, prof. UE; prof. dr hab. Eugeniusz Gatnar; dr hab. Małgorzata Rószkiewicz, prof. SGH; dr hab. Paweł Lula, prof. UEK; dr hab. Andrzej Bąk, prof. UE; prof. dr hab. Józef Pocięcha; dr hab.

Mirosława Gazińska, prof. US; prof. dr hab. Mirosław Krzyśko; dr hab. Feliks Wysocki, prof. UP; prof. dr hab. Marek Walesiak.

Texty referatów przygotowane w formie recenzowanych artykułów naukowych stanowią zawartość przygotowywanej do druku publikacji z serii Taksonomia nr 17 (w ramach Prac Naukowych Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu).

Zaprezentowano następujące referaty:

Izabela Albrycht (Instytut Kościuszki w Krakowie), Andrzej Sokołowski (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie), Krzysztof Szczerski (Uniwersytet Jagielloński) – *Ranking polskich euro-posłów 2009*

Pod auspicjami Instytutu Kościuszki przygotowany został ranking oceniający aktywność i skuteczność polskich eurodeputowanych w kończącej się kadencji Parlamentu Europejskiego. Ranking ten został opublikowany w dzienniku „Rzeczpospolita” w kwietniu 2009 r. Główni Autorzy rankingu przedstawili przebieg prac, problemy metodologiczne oraz wyniki.

Eugeniusz Gatnar (Akademia Ekonomiczna w Katowicach) – *Modele segmentowe w analizie regresji*

Modele segmentowe to modele wykorzystujące rekurencyjny podział wielowymiarowej przestrzeni zmiennych na podprzestrzenie (segmenty). W każdym z tych segmentów jest budowany model lokalny, np. liniowy, a następnie modele te są łączone w jeden model globalny. Celem referatu było przedstawienie propozycji nowej metody budowy modeli segmentowych, która wykorzystuje podejście wielomodelowe. W pracy pokazano także zastosowanie różnych typów modeli segmentowych w analizie regresji oraz porównanie dokładności ich dopasowania do danych.

Waldemar Tarczyński (Uniwersytet Szczeciński) – *Wykorzystanie metod wielowymiarowej analizy porównawczej do oceny skutków kryzysu na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie przez pryzmat kondycji ekonomiczno-financej spółek giełdowych*

Przedstawiono propozycję pewnej metodologii oceny skutków kryzysu na polskim rynku kapitałowym. Celem referatu było z jednej strony zbadanie efektów skutku kryzysu na polskim rynku kapitałowym, z drugiej zaproponowanie metody takiego badania wykorzystującej wielowymiarową analizę porównawczą. Efekt światowego kryzysu, jaki rozpoczął się od rynku nieruchomości i szybko dotknął rynki finansowe w praktyce, był już zauważalny na polskim rynku kapitałowym w połowie 2007 r. Pytanie stawiane w referacie było związane z jednej strony z próbą zbadania, czy w latach wcześniejszych w Polsce można było zaobserwować symptomy nadciągającego kryzysu oraz jak duży był wpływ kryzysu światowego na polski rynek kapitałowy. Badaniami objęto lata 2005-2008 oraz spółki giełdowe wchodzące w 2008 r. w skład indeksu giełdowego WIG20. Wykorzystując metody wielowymiarowej analizy porównawczej wyznaczono TMAI, syntetyczny miernik rozwoju pozwalający ocenić kondycję ekonomiczno-financej spółki. Następnie zbadano zależność kondycji ekonomiczno-financej spółek oraz poziom indeksu giełdowego WIG20 i jego stopy zwrotu ze zmiennymi makroekonomicznymi z polskiej i światowej gospodarki w latach 2005-2008. Badania dokonano za pomocą metod ekonometrycznych. Badanie empiryczne jest poprzedzone propozycją metodologii oceny efektów wpływu kryzysu na rynek kapitałowy. Na polskim rynku piśmienniczym nie były do tej pory publikowane wyniki tak prowadzonych badań. Jest to nowa propozycja zarówno w zakresie metodologicznym, jak i empirycznym.

Małgorzata Rószkiewicz (Szkoła Główna Handlowa w Warszawie) – *Ilościowe syntezy badań powtarzalnych – podstawy metaanalizy*

Rozwój problematyki badań społecznych prowadzi do poszerzania się obszarów realizowanych badań empirycznych. Duża podaż wyników badań często odnoszących do tych samych zagadnień rodzi pytanie, jak prowadzić analizę sumaryczną, ustalającą, co w zasadzie wiadomo z przebadanych obszarów (Grave, Griffith, 1971). Fakt, iż poszczególne badania są realizowane na próbach losowych sprawia, że uzyskiwane wyniki nie są jednakowe. Ich zakres zmienności opisuje wariancja losowa estymatora. W referacie rozważono problemy związane z analizą fluktuacji wyników badań, których rozstrzygnięcie wyznacza paradygmat statystycznej metaanalizy.

Dominik Rozkrut (Uniwersytet Szczeciński, Urząd Statystyczny w Szczecinie) – *Badania nauki, techniki, innowacyjności i społeczeństwa informacyjnego w statystyce publicznej*

W referacie przedstawiono prowadzone w ramach funkcjonowania systemu statystyki publicznej badania z zakresu nauki, techniki, innowacji i społeczeństwa informacyjnego, w tym w szczególności: statystykę działalności badawczej i rozwojowej, w tym nakłady rządowe na działalność badawczo-rozwojową, statystykę innowacji, w tym innowacji nietechnologicznych, statystykę biotechnologii, statystykę ochrony własności przemysłowej, bilans płatniczy w dziedzinie techniki, wskaźniki dotyczące zasobów ludzkich dla nauki i techniki (HRST), statystykę wykorzystania technologii informacyjno-telekomunikacyjnych (ICT) w przedsiębiorstwach, gospodarstwach domowych i przez osoby indywidualne. Charakterystyka badań obejmowała takie podstawowe zagadnienia, jak: zasadnicze cele badań, zakres przedmiotowy i podmiotowy, omówienie wykorzystywanych źródeł informacji. Przedstawiono podstawy metodologiczne badań, w tym w szczególności serię podręczników metodologicznych z rodziny Frascati zawierających zestaw zaleceń odnośnie do omawianej tematyki badań statystycznych. Badania przedstawione zostały w kontekście przeprowadzonej w 2009 r. w Polsce elektronicznej sprawozdawczości statystycznej. Omówiono rodzaje informacji wynikowych, w tym terminy udostępnienia publikacji prezentujących wyniki badań. Za przykład posłużyły wyniki badania rozwoju społeczeństwa informacyjnego w Polsce, przedstawione na tle pozostałych krajów Unii Europejskiej. W ostatniej części prezentacji omówiono wyzwania stojące przed badaniami z tej dziedziny.

Józef Pocięcha (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie) – *Metodologiczne problemy prognozowania bankructwa*

W pracy przedstawiono klasyfikację modeli predykcji bankructwa, a następnie dokonano przeglądu bardziej znanych modeli, to jest w postaci liniowej funkcji dyskryminacyjnej, modelu logitowego i sieci neuronowej. W dalszej części przedstawiono wyniki porównań zdolności do poprawnej klasyfikacji oraz zdolności prognostycznych wybranych modeli prognozowania bankructwa. Przeprowadzono również dyskusję nad źródłami i charakterem błędów w prognozowaniu bankructwa. W końcowej części pracy przedstawiono poglądy Davida Handa dotyczące metodologicznych problemów zastosowań procedur klasyfikacji danych w naukach ekonomiczno-społecznych.

Mirosława Gazińska, Radosław Gaziński (Uniwersytet Szczeciński) – *Rzemiosło w miastach Pomorza Pruskiego w 1779 i 1782 roku. Analiza taksonomiczna*

Na podstawie materiału statystycznego zamieszczonego w opisie historyczno-geograficznym Brüggemana wydanego drukiem w Szczecinie w latach 1779 – tom I, 1782 – tom II i 1784 – tom III przeprowadzono analizę struktury rzemiosł w miastach Pomorza Pruskiego w 1779 i 1782 r. Materiał źródłowy stanowiły informacje dotyczące liczby rzemieślników w 84 profesjach rzemieślniczych dla 16 miast Pomorza Przedniego oraz 39 miast Pomorza Tylnego. Badania ukazały, po pierwsze, strukturę rzemiosł w miastach Pomorza Pruskiego, po drugie zaś wskazywały grupy miast o podobnej strukturze rzemiosł.

Krzysztof Kompa, Dorota Witkowska (Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie) – *Zastosowanie wybranych mierników syntetycznych do porównań poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego w krajach Unii Europejskiej*

Jednym z celów polityki Unii Europejskiej jest, finansowo wspierane z jej budżetu, eliminowanie dysproporcji pomiędzy państwami członkowskimi. Stąd potrzeba ciągłego monitorowania poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego w krajach Wspólnoty. W prezentowanym badaniu zbudowano, adresowane do porównań w ramach UE: syntetyczny taksonomiczny miernik rozwoju: SMR (z wzorcem) i wskaźnik względnego poziomu rozwoju BZW (bez wzorca). Wykorzystano 21 zmiennych z 6 grup tematycznych: warunki życia ludności, edukacja, opieka medyczna i zdrowie, ochrona środowiska, infrastruktura techniczno-ekonomiczna i społeczeństwo informacyjne. Porównano uzyskane oceny rozwoju z ocenami wg wskaźnika HDI. Badania przeprowadzono za lata 1990-2006.

Małgorzata Tarczyńska-Łuniewska (Uniwersytet Szczeciński) – *Metody WAP i ich wykorzystanie w definiowaniu siły fundamentalnej*

Siła fundamentalna spółek jest miernikiem wielowymiarowym bezpośrednio niemierzalnym, który może zostać określony jako zmienna syntetyczna, ujmująca efekt oddziaływania czynników ilościowych i jakościowych w spółkach oraz czynników zewnętrznych i wewnętrznych wynikających z funkcjonowania

spółek na rynku. W tym zakresie istotne staje się wyłonienie i uwzględnienie najbardziej istotnych czynników umożliwiających obiektywne określenie tego problemu. Ponadto ważne staje się:

- określenie zbioru zmiennych, za pomocą których dokonany zostanie pomiar siły fundamentalnej, w tym ocena ich wartości merytorycznej,
- analiza i ocena jakości zmiennych (danych ekonomiczno-finansowych) będących podstawą analiz.

Przy badaniu siły fundamentalnej uwzględnić należy zarówno czynniki ilościowe (mieralne) i jakościowe (niemierzalne). Ważne jest zatem połączenie tych czynników, tak aby siła fundamentalna uwzględniała wszystkie kategorie czynników ją tworzących. W opracowaniu zaproponowana zostanie metodologia konstruowania zbioru zmiennych umożliwiających dokonanie takiej analizy. Uwzględniona również zostanie procedura analizy powiązań zmiennych (w czasie i przestrzeni), jakości zmiennych diagnostycznych oraz dynamiki ich zmian w czasie.

Sebastian Majewski (Uniwersytet Szczeciński) – *Zastosowanie drzew klasyfikacyjnych do określenia znaczenia czynników nieekonomicznych służących podejmowaniu decyzji inwestycyjnych*

W referacie przedstawiono jedną z możliwości aplikacyjnych drzew klasyfikacyjnych – określanie preferencji inwestora w procesie podejmowania decyzji. Dane, na podstawie których przeprowadzona została analiza pochodziły z ankiety internetowej przeprowadzonej przez autora od stycznia do marca 2009 r. Ankieta była podwieszona pod strony internetowe dwóch ogólnopolskich biur maklerskich BOS SA oraz BDM. Narzędziem służącym osiągnięciu założonego w badaniu celu były drzewa klasyfikacyjne.

Anna Czapkiewicz (AGH w Krakowie), Beata Basiura (Wyższa Szkoła Zarządzania i Bankowości w Krakowie) – *Grupowanie indeksów światowych w oparciu o modele copula – GARCH*

W pracy zaprezentowana została próba pogrupowania danych, którymi są dzienne stopy zwrotu 42 indeksów światowych. Celem badania jest wyodrębnienie podgrup, w obrębie których istnieje silne powiązanie między indeksami. Problem grubych ogonów rozkładów dziennych stóp zwrotu częściowo udało się ominąć stosując model GARCH(1,1) z warunkowym rozkładem *t*-Studenta oraz GED dla modelowania zmian tych indeksów. Jako miarę powiązań między poszczególnymi indeksami przyjęto współczynnik korelacji, który jest parametrem funkcji połączeń i *t*-Studenta. W oparciu o ten współczynnik zdefiniowano miarę odległości pozwalającą utworzyć podział na grupy taksonomiczne.

Aleksandra Matuszewska-Janica (Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie) – *Wykorzystanie syntetycznego miernika taksonomicznego do oceny stopnia nieefektywności informacyjnej w formie słabej polskiego rynku giełdowego*

Celem badania była próba określenia stopnia nieefektywności informacyjnej poszczególnych części i sektorów polskiego rynku giełdowego. Wykorzystano znane testy pozwalające ocenić występowanie efektywności rynku w formie słabej. Na tej podstawie zbudowano syntetyczny miernik taksonomiczny i utworzono ranking analizowanych segmentów rynku wskazując na najbardziej i najmniej nieefektywne. Zmiennymi diagnostycznymi były wyniki testów wykorzystywanych do weryfikacji słabej formy hipotezy o efektywności informacyjnej rynku w postaci wartości prawdopodobieństwa odrzucenia hipotez zerowych (*p-value*) oraz wartości statystyk testowych. Analizę przeprowadzono dla danych dziennych z okresu styczeń 2000 – marzec 2009.

Arkadiusz Mazurkiewicz, Krzysztof Sarnowski (Akademia Morska w Gdyni) – *Porównanie klasyfikacji funduszy inwestycyjnych opartych na deklaracjach oraz na osiągniętych wynikach*

W referacie dokonano porównania wyników klasyfikacji funduszy inwestycyjnych opartych na deklaracjach z klasyfikacją uzyskaną za pomocą analizy skupień. Ponadto oceniono wpływ stanu koniunktury panującej na rynku finansowym na wyniki klasyfikacji.

Daniel Papla (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Analiza zmian zależności między notowaniami spółek na GPW w Warszawie*

W warunkach dużej zmienności sytuacji na rynkach finansowych ważne jest, zdaniem autora, zbadanie jak zmienia się w czasie zależność między instrumentami. Analiza tych zmian jest głównym celem referatu. Drugim celem jest zbadanie różnic i podobieństw wyników otrzymanych za pomocą dwóch różnych metod zastosowanych w referacie. Instrumentami analizowanymi w referacie są akcje spółek notowanych na naszej giełdzie.

Referat składał się z trzech części. Pierwsza zawiera wprowadzenie w temat, w drugiej opisano dwie metody wykorzystane przez autora do mierzenia zmian zależności w czasie: model dynamicznego współczynnika korelacji (*dynamic correlation coefficient* – DCC) oraz funkcję powiązań ze zmiennym w czasie współczynnikiem (współczynnikiem). Trzecia część zawiera prezentację wyników badań empirycznych z wykorzystaniem danych z polskiej giełdy wraz z ich omówieniem.

Julita Stańczuk, Patrycja Trojczak-Golonka (Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie) – *Analiza porównawcza wpływu różnicowania zbiorów atrybutów na efektywność wielostanowej klasyfikacji przedsiębiorstw*

Celem referatu było przedstawienie wybranego aspektu z paroletnich badań nad wielostanową klasyfikacją spółek notowanych na GPW w Warszawie. Zaprezentowano analizę wrażliwości algorytmów klasyfikacji na dobór różnych kombinacji atrybutów opisowych oraz wpływ różnej struktury prób atrybutów uczących, testujących oraz walidacyjnych na efektywność klasyfikacji. Problem ten jest często pomijany w publikacjach naukowych, choć sam algorytm procedury badawczej może mieć wpływ na otrzymywane wyniki. W badaniach wykorzystano sztuczne sieci neuronowe. O oryginalności pracy decyduje również dobór samej próby badawczej (dane do badania pochodzą ze sprawozdań finansowych rzeczywistych 286 przedsiębiorstw polskich z lat 2006-2007).

Dominik Rozkrut (Uniwersytet Szczeciński, Urząd Statystyczny w Szczecinie), Monika Rozkrut (Uniwersytet Szczeciński) – *Wykorzystanie metod klasyfikacji i analizy danych w analizie innowacyjności polskich przedsiębiorstw*

Innowacyjność jest istotnym czynnikiem rozwoju i konkurencyjności firm. Z punktu widzenia kreowania polityki i oceny jej rezultatów w tym zakresie konieczne jest wykorzystanie odpowiednich mierników opisujących różne aspekty innowacyjności. Klasyczne mierniki, takie jak udział firm innowacyjnych wydają się niewystarczające. Ponieważ innowacyjność jest zjawiskiem wielowymiarowym, wykorzystanie metod klasyfikacji i analizy danych zwiększa możliwości jego opisu, umożliwiając wgląd w naturę zjawiska.

W przeprowadzonym badaniu wykorzystano metody klasyfikacji oraz analizy czynnikowej do poszukiwania i wyodrębnienia prawidłowości w zakresie obserwowanych zachowań innowacyjnych w polskich przedsiębiorstwach, umożliwiając pełniejszy opis istniejących zjawisk niż w analizie z wykorzystaniem jedynie prostych mierników innowacyjności.

Z punktu widzenia potrzeb w zakresie kształtowania polityki gospodarczej skierowanej na wzrost konkurencyjności polskich przedsiębiorstw, wiedza taka jest kluczowa, niestety, zauważalny jest niedostatek opracowań w tym temacie.

Iwona Markowicz, Beata Stolorz (Uniwersytet Szczeciński) – *Klasyfikacja bezrobotnych ze względu na wartości ilorazu szans podjęcia zatrudnienia przy zastosowaniu modelu logitowego*

Celem referatu była klasyfikacja bezrobotnych do grup o podobnym ilorazie szans podjęcia zatrudnienia, której podstawą był model logitowy. Autorki przeprowadziły grupowanie według cech bezrobotnych, odmienne do stosowanego przez urzędy pracy. Proponowane w opracowaniach statystycznych grupy według wieku czy wykształcenia mogą być niejednorodne, mając na uwadze przyczyny wyrejestrowania z urzędu. Zbadano bezrobotnych wyrejestrowanych z Powiatowego Urzędu Pracy w Szczecinie w 2008 r. ($n = 19768$). Zastosowano rzadko stosowane kodowanie zmiennej objaśniającej –1; 1, które umożliwia porównanie szans analizowanych podgrup z szansą średnią dla grupy.

Iwona Bąk, Katarzyna Wawrzyniak (Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie) – *Diagnoza wyjazdów turystycznych gospodarstw domowych emerytów i rencistów w Polsce z wykorzystaniem drzewa klasyfikacyjnego i regresyjnego*

W referacie przedstawiono wyniki badań dotyczące klasyfikacji wyjazdów turystycznych emerytów i rencistów ze względu na rodzaj wyjazdu oraz segmentacji gospodarstw domowych emerytów i rencistów w Polsce ze względu na ich uczestnictwo w ruchu turystycznym. W badaniu uwzględniono indywidualne wyjazdy zrealizowane przez gospodarstwa domowe emerytów i rencistów w 2005 r. Do klasyfikacji wyjazdów turystycznych emerytów i rencistów ze względu na rodzaj wyjazdu wykorzystano drzewa klasyfikacyjne, natomiast do segmentacji gospodarstw domowych wykorzystano drzewa regresyjne.

Hanna Dudek, Joanna Landmesser (SGGW w Warszawie) – Identyfikacja ubóstwa w ujęciu wielowymiarowym

Celem pracy była analiza wielowymiarowego ubóstwa polskich gospodarstw domowych. Podstawę prezentowanych wyników stanowiły dane z badań budżetów gospodarstw domowych realizowanych przez GUS w 2006 r. W pracy zastosowano podejście oparte na teorii zbiorów rozmytych, umożliwiające określenie stopnia zagrożenia przynależnością do sfery ubóstwa bez konieczności wyznaczania granicy ubóstwa. W efekcie wyznaczono syntetyczny miernik o wartościach z przedziału $[0,1]$, określający przynależność analizowanych gospodarstw domowych do sfery ubóstwa. W celu wyjaśnienia kształtowania się wartości tego miernika zastosowano model regresji logistycznej.

Barbara Batóg, Magdalena Mojsiewicz (Uniwersytet Szczeciński), Katarzyna Wawrzyniak (Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie) – *Klasyfikacja gospodarstw domowych pod względem popytu potencjalnego i zrealizowanego na rynku ubezpieczeń w Polsce*

W referacie autorki zajęły się problematyką popytu potencjalnego i zrealizowanego na ubezpieczenia majątkowe, na życie, na dożycie oraz zdrowotne. Dokonano klasyfikacji gospodarstw domowych przy wykorzystaniu liniowych modeli regresji ze zmiennymi parametrami. Zmiennymi objaśnianymi dla popytu potencjalnego były deklarowane składki miesięczne i ich transformacje, a dla popytu zrealizowanego liczba polis wykupionych na ubezpieczenia danego typu. Podstawą do wyodrębnienia grup były kategorie zmiennych jakościowych.

Marek Walesiak, Andrzej Dudek (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Klasyfikacja spektralna z wykorzystaniem odległości GDM*

W referacie zaproponowano modyfikację metody klasyfikacji spektralnej. W tym celu w procedurze tej metody (zob. Ng, Jordan i Weiss [2002]) przy wyznaczaniu macierzy podobieństwa (*affinity matrix*) w konstrukcji estymatora jądrowego zastosowano odległość GDM1 przy klasyfikacji danych metrycznych oraz GDM2 przy klasyfikacji danych porządkowych. Ponadto przetestowano przydatność metod klasyfikacji spektralnej (w tym metody z odległością GDM) w porównaniu do klasycznych metod analizy skupień dla wygenerowanych danych o znanej strukturze klas wykorzystując do oceny zgodności wyników klasyfikacji skorygowany indeks Randa (zob. Hubert i Arabie [1985]).

Joanna Trzęsiok (Akademia Ekonomiczna w Katowicach) – *Dobór zmiennych do modelu regresyjnego zbudowanego za pomocą wybranych metod nieparametrycznych*

W referacie poruszony został problem doboru zmiennych objaśniających do modelu regresyjnego, zbudowanego za pomocą wybranych nieparametrycznych metod regresji: POLYMARS oraz PPR. Przedstawione i porównane zostały dwie procedury selekcji zmiennych: eliminacja pojedynczych zmiennych oraz eliminacja blokiem. Wyniki przeprowadzonych analiz pokazują, że zastosowanie redukcji liczby zmiennych prowadzi do uzyskania modeli mniej złożonych i charakteryzujących się mniejszymi wartościami błędu średniokwadratowego niż modele zbudowane na komplecie zmiennych.

Artur Zaborski (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Wykorzystanie metody majoryzacji funkcji dopasowania w modelach różnic indywidualnych*

Majoryzacja jest metodą o charakterze iteracyjnym aproksymującą minimalne wartości funkcji STRESS. Celem referatu była prezentacja metodologii skalowania różnic indywidualnych za pomocą metody majoryzacji. Podejście to nosi nazwę SMACOF i jest realizowane w środowisku R. Na zakończenie zaprezentowano przykład, w którym wykorzystano funkcję `smacofIndDiff` pakietu `smacof`.

Marcin Pełka (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Rozmyta klasyfikacja k-średnich dla danych symbolicznych*

W pracy przedstawiono adaptacyjną i nieadaptacyjną klasyfikację *k*-średnich dla danych symbolicznych. Obydwie te metody znajdują zastosowanie wyłącznie dla interwałowych zmiennych symbolicznych. W referacie przedstawiono także typy zmiennych symbolicznych. W części empirycznej zastosowano nieadaptacyjną klasyfikację *k*-średnich dla przykładowych danych symbolicznych.

Justyna Wilk (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Metody segmentacji rynku na podstawie danych symbolicznych*

Stosowanie przez przedsiębiorstwo strategii segmentacji rynku wymaga precyzyjnej informacji o konsumentach. Opis konsumentów i segmentów w sposób pełniejszy umożliwiają dane symboliczne. Struktura danych symbolicznych uniemożliwia bezpośrednią aplikację metod opracowanych dla danych klasycznych (liczby rzeczywiste lub kategorie). Problematyka metod segmentacji dla danych klasycznych jest dość dobrze opisana w literaturze. Natomiast tematyka segmentacji rynku na podstawie danych symbolicznych jest podejmowana w niewielu pracach. Celem referatu było zaprezentowanie podejść i metod analizy, jakie można stosować w segmentacji rynku na podstawie danych symbolicznych.

Małgorzata Gliwa (Akademia Ekonomiczna w Katowicach) – *Mapy Kohonena w klasyfikacji obiektów symbolicznych*

Celem referatu było przedstawienie własności map Kohonena wykorzystywanych do klasyfikacji i wizualizacji obiektów symbolicznych. W referacie zaprezentowano podejście realizowane według algorytmu Stochastic Approximation, który jest uogólnieniem klasycznej sieci Kohonena. Przedstawiono również przykład zastosowania algorytmu metody do klasyfikacji obiektów symbolicznych z rzeczywistego zbioru danych. Obliczenia zostały wykonane za pomocą programu SODAS.

Marcin Pełka, Justyna Wilk (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Metody selekcji zmiennych symbolicznych w zagadnieniach klasyfikacji*

Celem referatu było przedstawienie i porównanie dwóch metod selekcji zmiennych w analizie danych symbolicznych, tj. metody grafowej Ichino oraz modyfikacji metody HINoV. Przedstawiono podstawowe pojęcia z zakresu analizy danych symbolicznych wraz z możliwymi metodami selekcji zmiennych symbolicznych. W części empirycznej porównano wyniki badań symulacyjnych na przykładzie danych wygenerowanych za pomocą procedury cluster.Gen z pakietu cluster.Sim dla programu R.

Marcin Błazejowski (WSB Toruń), Paweł Kufel, Tadeusz Kufel (Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu) – *Integracja środowisk obliczeniowych oprogramowania GRETL i R*

Celem referatu było przedstawienie baz danych dla oprogramowania GRETL (*GNU Regression, Econometric and Time-series Library*) dla danych zaimportowanych z Banku Danych Regionalnych GUS. Utworzone banki danych dla oprogramowania GRETL, w podziale terytorialnym powiatowym i wojewódzkim, dotyczą ponad 1,5 tys. szeregów dla lat od 1999 do 2007. Dla danych statystycznych przedstawionych w bankach zaprezentowano przykłady analiz ilościowych z zakresu ekonometrii dla danych przekrojowych w oprogramowaniu GRETL oraz klasyfikacji obiektów za pomocą funkcji, integrowanego z oprogramowania GRETL, pakietu R.

Andrzej Bąk (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Analiza danych o preferencjach z wykorzystaniem mikroekonometrycznych modeli kategorii nieuporządkowanych i programu R*

Celem referatu było wskazanie możliwości wykorzystania wybranych mikroekonometrycznych modeli zmiennych o wartościach nieuporządkowanych w badaniach preferencji konsumentów oraz prezentacja przykładów badań empirycznych. Omówiono wielomianowy, warunkowy oraz mieszany model logitowy i przedstawiono przykłady ich wykorzystania w analizie danych o preferencjach.

Joanna Banaś, Małgorzata Machowska-Szewczyk (Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie) – *Ocena popularności rynku aukcji i sklepów internetowych metodą zbiorów przybliżonych*

W referacie podjęto próbę oceny popularności rynku aukcji i sklepów internetowych wśród studentów szczecińskich uczelni za pomocą metody zbiorów przybliżonych. Badanie przeprowadzono na podstawie ankiet wypełnionych przez 465 studentów w 2008 r. Ujęcie wyników przeprowadzonych ankiet w postaci systemu decyzyjnego umożliwia „odkrywanie wiedzy” na temat prawidłowości zachowań studentów kupujących przez Internet. Wykorzystanie metody zbiorów przybliżonych do oceny handlu internetowego stanowi oryginalne zastosowanie znanej metody do charakterystyki dynamicznie rozwijającego się rynku aukcji i sklepów internetowych.

Bartłomiej Jefmański (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Pomiar i ocena jakości usług z zastosowaniem rozmytej metody SERVQUAL*

Metoda SERVQUAL to jedna z częściej stosowanych metod w pomiarze i ocenie jakości usług. Celem opracowania było zaprezentowanie modyfikacji tej metody polegającej na zastosowaniu liczb rozmytych. Przeprowadzone badanie empiryczne umożliwiło scharakteryzowanie metodologii rozmytej metody SERVQUAL.

Elżbieta Sobczak (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Segmentacja i profilowanie regionów europejskich z wykorzystaniem metod klasyfikacji i dyskryminacji*

Celem opracowania była segmentacja regionów UE, bazująca na koncepcji analizy portfelowej z wykorzystaniem metod klasyfikacji i analizy dyskryminacyjnej. Podstawę badań stanowią wyniki segmentacji regionalnej ze względu na poziom i dynamikę rozwoju gospodarczego, bazujące na podziale krajów UE na jednostki administracyjne NUTS 2. Zestaw kandydatek na zmienne profilowe obejmuje wybrane wskaźniki konkurencyjności.

Iwona Staniec, Filip Chybalski (Politechnika Łódzka) – *Wykorzystanie statystycznej analizy danych do tworzenia grup strategicznych wśród Otwartych Funduszy Emerytalnych*

W pracy zostały przedstawione wyniki badań dotyczące identyfikacji grup strategicznych w OFE, zgodnie z teorią grup strategicznych. Celem pracy była analiza statystyczna wybranych zmiennych charakteryzujących poszczególne wymiary strategii reprezentujące 14 działających funduszy OFE w latach 1999–2008. W badaniach empirycznych grupowania OFE w grupy strategiczne wykorzystana została metoda Warda z indeksem spójności grup w postaci indeksu Calińskiego-Harabasz. Podział OFE na grupy strategiczne stwarza możliwość precyzyjnego prognozowania wyniku finansowego OFE, co jest szczególnie istotne z punktu widzenia analizy stabilności przychodów emerytalnych.

Artur Mikulec (Uniwersytet Łódzki) – *Klasyfikacja systemów emerytalnych krajów UE i EFTA*

W referacie zaprezentowano wyniki klasyfikacji efektywności systemów emerytalnych z wykorzystaniem danych statystyki publicznej dla 27 krajów UE i EFTA w latach 2005–2006. Omówiono rezultaty różnych metod analizy skupień, tj. aglomeracyjnych, *k*-średnich, *k*-medoidów (*PAM*) podejmując próbę wyboru właściwej klasyfikacji systemów emerytalnych. Przedstawiono pozycję polskiego systemu emerytalnego na tle innych analizowanych krajów oraz grupy systemów podobnych.

Dorota Rozmus (Akademia Ekonomiczna w Katowicach) – *Zastosowanie miar pozycyjnych do badania relacji między zróżnicowaniem a dokładnością klasyfikacji w podejściu zagregowanym w taksonomii*

Dotychczas podejście wielomodelowe z dużym powodzeniem stosowane było w dyskryminacji i regresji w celu podniesienia dokładności predykcji. W ostatnich latach analogiczne propozycje pojawiły się w taksonomii, aby zapewnić większą poprawność i stabilność wyników klasyfikacji. Ważnym czynnikiem przyczyniającym się do sukcesu podejścia wielomodelowego jest zróżnicowanie elementów wchodzących w skład klasyfikacji zagregowanej. Zasadniczym celem badania jest próba zastosowania miar pozycyjnych w zaproponowanych dotąd miernikach zróżnicowania [Hadjitodorov i in. 2006] do zbadania relacji, jakie zachodzą między poziomem zróżnicowania klasyfikacji składowych a jakością klasyfikacji zagregowanej w podejściu wielomodelowym w taksonomii oraz porównanie wyników z dotychczas stosowanymi sposobami badania tych relacji.

Katarzyna Wójcik (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie) – *Wyznaczanie podobieństwa w grafach w kontekście sieci semantycznych*

Zasadniczym celem pracy była prezentacja różnych metod wyznaczania podobieństwa i/lub odległości w grafach. Rozważane są problemy podobieństwa między węzłami jak i podobieństwa podgrafów rozważanego grafu. W pracy przedstawiono również dwa wybrane obszary zastosowań omawianych miar podobieństwa. Pierwszym obszarem jest analiza dokumentów tekstowych wspomagana za pomocą wiedzy zewnętrznej przedstawionej w postaci ontologii, zaś drugim analiza sieci społecznych.

Krzysztof Najman (Uniwersytet Gdański) – *Ocena wpływu parametrów sterujących procesem samouczenia się sieci GNG na ich zdolność do separowania skupień*

Celem prezentowanych badań była ocena wpływu wartości parametrów sterujących procesem samouczenia się sieci GNG na jakość uzyskanej klasyfikacji, szczególnie w sytuacji gdy skupienia są słabo separowalne. Prezentowane badania opisują teoretyczny wpływ poszczególnych parametrów sterujących algorytmem GNG na strukturę i zdolność rozwiązywania problemów przez sieć. Zaprezentowano także wyniki badań symulacyjnych potwierdzających tezę, że optymalny wybór parametrów sterujących pozwala znacząco zwiększyć zdolność sieci GNG do poprawnej identyfikacji skupień.

Kamila Migdał-Najman (Uniwersytet Gdański) – *Zastosowanie samouczącej się sieci neuronowej typu SOM w analizie koszykowej*

Analiza koszykowa jest metodą identyfikacji kombinacji produktów nabywanych razem. Pozwala na wykrywanie powtarzających się, ukrytych powiązań w postaci prostych reguł asocjacyjnych. Jest podstawowym narzędziem analitycznym stosowanym w marketingu detalicznym pomocnym w podejmowaniu wielu decyzji biznesowych. W referacie zaprezentowano i podjęto dyskusję nad możliwościami samouczącej się sieci neuronowej typu SOM w poszukiwaniu wzorców zakupowych klientów. Na szczególną uwagę zasługuje również metoda wizualizacji decyzji zakupowych.

Michał Trzęsiok (Akademia Ekonomiczna w Katowicach) – *Wyodrębnianie reguł klasyfikacyjnych z modelu dyskryminacyjnego budowanego metodą wektorów nośnych*

Metoda wektorów nośnych (SVM) jest jedną z najdokładniejszych metod dyskryminacji. Znaczącą barierą dla zwiększenia zakresu zastosowań metody SVM jest to, że otrzymywany model jest bardzo słabo interpretowalny. W celu wyodrębnienia reguł klasyfikacyjnych, według których metoda decyduje o wskazaniu przynależności do klasy, można wykorzystać modele drzew klasyfikacyjnych, których wyniki są łatwe w interpretacji. W referacie zaproponowano procedurę wyodrębniania reguł z modeli SVM i zilustrowano ją na danych rzeczywistych.

Tomasz Klimanek, Jan Paradysz, Marcin Szymkowiak (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu) – *Taksonometryczna ocena jakości estymatorów dla małych obszarów*

W statystyce małych obszarów problemem jest wielość wyników estymacji w zależności od rodzaju estymatora, rodzaju zmiennych pomocniczych oraz poziomu analizy. Powstaje zatem potrzeba oceny jakości wyników. Jedną z najpoważniejszych metod jest analiza taksonometryczna. Autorzy posłużyli się wybranymi metodami taksonometrycznymi dla oceny estymacji dochodu ekwiwalentnego gospodarstw domowych w powiatach województwa wielkopolskiego. Skoncentrowali się oni na wykorzystaniu jednego z takich kryteriów oceny estymatorów (kryterium kolejności), które zapewniłyby większą akceptowalność wyników badań statystycznych w społeczeństwie.

Aleksandra Łuczak, Feliks Wysocki (Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu) – *Wykorzystanie rozmytych metod AHP i TOPSIS do porządkowania liniowego obiektów*

Celem pracy było przedstawienie możliwości zastosowania rozmytej wielokryterialnej metody porządkowania liniowego do konstrukcji cechy syntetycznej. Metoda polega na wykorzystaniu dwóch komplementarnych rozmytych metod: analitycznego procesu hierarchicznego do ustalenia wag kryteriów i cech prostych oraz rozmytej metody TOPSIS przy bezpośrednim rangowaniu obiektów. Zaproponowana procedura została zilustrowana przykładem dotyczącym oceny poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego powiatów województwa wielkopolskiego.

Jacek Batóg (Uniwersytet Szczeciński) – *Próba wykorzystania podejścia wielomodelowego w klasyfikacji jednostek samorządowych*

W referacie podjęta została próba zweryfikowania hipotezy o uzyskiwaniu zadowalających efektów procesu agregacji modeli dyskryminacyjnych w przypadku bardzo małej liczebności prób uczących. Poszczególne modele bazowe budowane były poprzez rzutowanie na podprzestrzeń zmiennych objaśniających. W procesie agregacji zastosowana została architektura równoległa procesu agregacji wykorzystująca macierz wektorów prawdopodobieństw *a posteriori* i łączenie wyników predykcji za pomocą metody sumy. Rozważania teore-

tyczne zobrazowane zostały analizą porównawczą błędów predykcji uzyskiwanych w klasyfikacji jednostek samorządu terytorialnego.

Mirosława Sztemberg-Lewandowska (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Analiza czynnikowa i teoria reakcji na pozycję w modelach cechy latentnej*

Konfirmacyjna analiza czynnikowa i teoria reakcji na pozycję należą do modeli cechy latentnej. Modele IRT służą do estymacji parametrów, które reprezentują ukryte zdolności, umiejętności respondentów. Analiza czynnikowa służy do wykrywania optymalnej grupy czynników głównych, tłumaczących korelację między zmiennymi obserwowalnymi. W konfirmacyjnej analizie czynnikowej dla zmiennych niemetrycznych wykorzystuje się korelacje polichoryczne lub tetrachoryczne dla zmiennych dychotomicznych. Jednocześnie taka analiza wymaga zastosowania innej metody estymacji parametrów modelu – metody diagonalnie ważonych najmniejszych kwadratów.

W referacie zaprezentowano badanie mające na celu wyodrębnienie czynników mających decydujący wpływ na popularność wybranych czekolad. Ważnym aspektem była analiza trudności oceny przez respondentów zmiennych opisujących czekolady.

Eugeniusz Gatnar, Ewa Witek (Akademia Ekonomiczna w Katowicach) – *Wykorzystanie mieszanek modeli GLM do oceny kryteriów konwergencji*

Celem referatu była weryfikacja i ocena ważności kryteriów wejścia poszczególnych państw do strefy euro sformułowanych w traktacie z Maastricht. W tym celu zostały wykorzystane mieszaniki modeli GLM. Mieszaniki tych modeli stosowane w przypadku zbiorów niejednorodnych lub wówczas, gdy zbiór obserwacji charakteryzuje się nadmiernym rozproszeniem będącym wynikiem, np. pominięcia jednej z ważnych zmiennych objaśniających.

Mariusz Grabowski, Paweł Lula (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie) – *Eksploracyjna analiza ofert z rynku nieruchomości*

Zasadniczym celem pracy było przedstawienie metody pozyskiwania informacji z nieustrukturyzowanych tekstowych ofert sprzedaży mieszkań. Zrealizowany proces badawczy składał się z następujących etapów: pozyskanie tekstów ofert z branżowego serwisu WWW, pozyskanie informacji za pomocą reguł zdefiniowanych w języku JAPE, przekształcenie pozyskanych zapisów do postaci tabelarycznej, realizacja obliczeń. Uzyskane w ten sposób informacje posłużyły do przeprowadzenia analizy krakowskiego rynku mieszkaniowego w 2009 r.

Roman Pawlukowicz (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Wykorzystanie metodyki porządkowania liniowego do określania wartości rynkowej nieruchomości*

W referacie przedstawiona została propozycja nowej – niestosowanej obecnie w polskiej praktyce wyceny nieruchomości, a co więcej, niedyskutowanej nawet w literaturze teorii wyceny nieruchomości – metody, która w naturalny sposób odwzorowuje zachowanie racjonalnych inwestorów w nieruchomości. Zasadnicze elementy proponowanego sposobu wyceny rynkowej bazują na metodach statystycznej analizy wielowymiarowej z zakresu porządkowania liniowego obiektów opisanych zmiennymi (cechami rynkowymi) mierzonymi tylko na skali porządkowej, opartych na uogólnionej mierze odległości GDM (Walesiak (2006)).

Iwona Forýś (Uniwersytet Szczeciński) – *Wykorzystanie analizy korespondencji do badania preferencji nabywców mieszkań na zachodniopomorskim rynku nieruchomości*

Znajomość preferencji nabywców jest istotnym elementem w codziennej pracy wielu specjalistów na rynku nieruchomości: wycenie, zgłaszanych ofertach oraz doradztwie dla inwestorów. Zaproponowana metoda badania preferencji (analiza korespondencji) opiera się na wynikach pomiaru wielu obiektów oraz wielu zmiennych jakościowych, opisujących typowe cechy nieruchomości mieszkalnych.

Tomasz Bartłomowicz (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Klasyfikacja nieruchomości metodą k-najbliższych sąsiadów*

W referacie przedstawiona została idea klasyfikacji nieruchomości za pomocą metody k-najbliższych sąsiadów w celu doboru nieruchomości podobnych, tj. nieruchomości znajdujących się z nieruchomością porównywaną w tej samej klasie. W praktyce rynku nieruchomości może to umożliwiać zastosowanie metody

k-najbliższych sąsiadów jako narzędzia filtrowania zbioru ofert biura pośrednictwa w obrocie nieruchomościami lub metodę klasyfikacji nieruchomości celem ustalenia klasy nieruchomości podobnych na potrzeby wyceny nieruchomości. Uzupełnieniem prezentacji możliwych zastosowań metody jest prognozowanie metodą *k*-najbliższych sąsiadów atrakcyjności oferty sprzedaży nieruchomości.

Ewa Putek-Szeląg, Urszula Gierałtowska (Uniwersytet Szczeciński) – *Wykorzystanie nieklasycznych metod klasyfikacji do analizy rynku nieruchomości*

Zasadniczym celem referatu była próba wykorzystania nieklasycznych metod klasyfikacji do grupowania lokali mieszkalnych na podstawie wybranych atrybutów, które kształtują wartość nieruchomości. W tym celu wykorzystano drzewa klasyfikacyjne oraz sztuczne sieci neuronowe. Badania empiryczne przeprowadzono opierając się na transakcjach kupna-sprzedaży z okresu od 01.09.08 r. do 30.06.09 r. Otrzymano informacje o 1570 nieruchomościach mieszkaniowych, ale pełną bazę atrybutów uzyskano dla 250 lokali. W referacie zaprezentowano wykorzystanie nieklasycznych metod podziału do klasyfikacji nieruchomości do dwóch oraz czterech grup cenowych.

Mariusz Kubus (Politechnika Opolska) – *Dyskryminacja za pomocą modelu reguł łączonych*

Podejście wielomodelowe okazało się jednym z najsukceszniejszych narzędzi dyskryminacji. Friedman i Popescu [2005] zaproponowali wykorzystać w charakterze funkcji bazowych reguły klasyfikacji postaci *jeśli koniunkcja warunków, to klasa*. Metoda zaimplementowana w algorytmie RuleFit łączy idee podejścia wielomodelowego, indukcji reguł oraz regularyzowanej regresji liniowej. Celem referatu jest zweryfikowanie jakości klasyfikacji na danych rzeczywistych oraz zbadanie wybranych własności algorytmu RuleFit.

Małgorzata Misztal (Uniwersytet Łódzki) – *O zastosowaniu metody rekurencyjnego podziału w analizie przeżycia*

Analiza przeżycia obejmuje metody analizy danych, w których badaną zmienną jest czas do pojawienia się danego zdarzenia (czas przeżycia). Do najpopularniejszych metod analizy czasów przeżycia należą krzywe przeżycia Kaplana-Meiera oraz model proporcjonalnego hazardu Coxa. Alternatywą dla tych metod może być metoda rekurencyjnego podziału. W referacie przedstawiono wyniki zastosowania pojedynczych i zagregowanych modeli drzew przeżycia (*survival trees*) do analizy czasów przeżycia pacjentów ze schorzeniami kardiologicznymi oraz przybliżono możliwości wykonywania niezbędnych obliczeń z wykorzystaniem środowiska R.

Jerzy Korzeniewski (Uniwersytet Łódzki) – *Badanie odporności metody HINoV na błędnie zadaną liczbę skupień w zbiorze danych*

Metoda HINoV służąca do wybierania zmiennych w analizie skupień jest popularna i jest jedną z najlepszych (Steinley i Brusco, 2008). Nieznana jest jednak efektywność tej metody, gdy liczba skupień w zbiorze danych jest błędnie zadana. Taka sytuacja jest powszechna, gdyż indeksy wyznaczające liczbę skupień mają na ogół charakter optymalizacyjny dla przyjętej metody grupowania i popełniają dość duże błędy. W referacie zbadana jest odporność metody na kilku tysiącach zbiorów danych wygenerowanych w postaci mieszanek rozkładów normalnych. Dobór liczby skupień, liczby zmiennych istotnych i maskujących, stopnia zachodzenia skupień na siebie, rozkładów zmiennych maskujących jest taki sam jak w eksperymencie symulacyjnym Steinley i Brusco (2008).

Marta Komuda, Ewa Chodakowska (Politechnika Białostocka) – *Analiza wrażliwości klasyfikacji obiektów na założenia metodologiczne*

W referacie dokonano analizy wrażliwości jednego z najbardziej popularnych rankingów szkół wyższych w Polsce – rankingu „Perspektyw” i „Rzeczpospolitej” – na założenia metodologiczne. W tym celu, na podstawie opublikowanych w 2009 r. danych dotyczących dziewięćdziesięciu klasyfikowanych uczelni, skonstruowano 5 nowych rankingów z różną kombinacją wag i kryteriów. Na koniec dokonano porównania otrzymanych wyników z oryginalnymi. Przeprowadzone analizy dowodzą, że klasyfikacja obiektów na podstawie tych samych danych nie jest znacząco wrażliwa na założenia metodologiczne.

Paweł Lula (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie) – *Wykorzystanie informacji tekstowej w modelowaniu i predykcji ekonomicznych szeregów czasowych*

Zasadniczym celem pracy było przedstawienie i ocena metod pozyskiwania istotnych informacji z dokumentów tekstowych i ich uwzględnienia w statystycznych modelach o charakterze predykcyjnym. W pracy rozpatrywane są trzy podejścia do procesu pozyskiwania i reprezentacji informacji tekstowej: oparty na wyrazach, oparty na wzorcach oraz oparty na modelu ontologicznym. Zrealizowane badania empiryczne dotyczyły metod uwzględniania informacji zawartych w komunikatach spółek giełdowych przy prognozowaniu stóp zwrotu cen akcji.

Agnieszka Sompolska-Rzechuła (Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie) – *Wykorzystanie analizy korespondencji w badaniu uzależnień od środków psychoaktywnych*

W pracy podjęto próbę zastosowania analizy korespondencji do zjawisk z zakresu medycyny, w analizie informacji dotyczących osób uzależnionych od różnych środków psychoaktywnych. Dane zostały zebrane w jednym z ośrodków leczenia uzależnień w Szczecinie. Głównym celem badania było wykrycie powiązań między zmienną określającą rodzaj środka psychoaktywnego a zmiennymi o charakterze społeczno-demograficznym. Podjęto także próbę odpowiedzi na pytanie, czy istnieją zależności między rodzajem zażywane go środka psychoaktywnego a takimi zmiennymi, jak: wiek inicjacji, długość okresu zażywania, uzależnienie od innych środków (alkohol, papierosy).

Aneta Becker (Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie) – *Klasyfikacja województw pod względem stopnia wykorzystania technologii informacyjno-telekomunikacyjnych w przedsiębiorstwach*

W referacie przedstawiono wyniki badań klasyfikacyjnych województw Polski pod względem wykorzystania technologii informacyjno-telekomunikacyjnych w przedsiębiorstwach, w 2008 r. W badaniach wykorzystano metodę ELECTRE TRI, która jest przykładem wielokryterialnej metody wspomaganie decyzji stosowanej do klasyfikacji wariantów decyzyjnych, opartej na relacji przewyższania.

Marcin Salamaga (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie) – *Badanie podobieństwa struktury wymiany handlowej krajów Unii Europejskiej*

Międzynarodowa wymiana handlowa jest ważnym elementem rozwoju gospodarczego Unii Europejskiej. Problematyka z nią związana wydaje się szczególnie interesująca ze względu na ciągłe poszerzanie UE o nowe państwa, co sprzyja zmianom kierunków i natężenia handlu między krajami członkowskimi UE. Głównym celem referatu było porównanie struktury towarowej i przestrzennej eksportu oraz importu krajów UE. Wykorzystując taksonomiczne metody analizy danych dokonano grupowania państw członkowskich UE ze względu na podobieństwo struktury wartości eksportu (na warunkach FOB). Następnie zbadano, czy otrzymane rezultaty grupowania krajów znajdują odzwierciedlenie w poziomie konkurencyjności ich eksportu mierzonej wskaźnikiem przewagi komparatywnej.

Arkadiusz Mazurkiewicz, Krzysztof Sarnowski (Akademia Morska w Gdyni) – *Dyskryminujące własności wskaźników finansowych w analizie efektu sektorowego*

Istotne znaczenie wskaźników finansowych w praktyce gospodarczej powoduje, że są one poddawane analizom w różnych zakresach. W referacie przeprowadzono analizę dyskryminującą w zakresie wyodrębniania efektu sektorowego. Uzyskane wyniki pozwoliły określić, które wskaźniki różnicowały sektory w latach 2004-2007.

Tomasz Górecki (Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu) – *Pewne metody zastępowania metody najbliższego sąsiada*

W ostatnim czasie bardzo popularna stała się w klasyfikacji metoda najbliższego sąsiada, która nie wymaga żadnych założeń co do rozkładów danych. Na klasyfikację wpływa tylko najbliższy położony obiekt uczący, przy czym sama wartość tej odległości nie ma znaczenia. Reszta punktów nie ma żadnego wpływu na rezultat klasyfikacji. W odmianie tego klasyfikatora, mianowicie w metodzie k -najbliższych sąsiadów, na klasyfikację ma wpływ większa ilość obserwacji uczących. Jednak i tutaj ważna jest tylko kolejność odległości, nie same wartości odległości. Wydaje się, że na polepszenie wyników klasyfikacji powinno wpłynąć uwzględnienie odległości od wszystkich obiektów uczących oraz uwzględnienie wartości tych odległości. Ważne może być, że

nie tylko jeden punkt jest dalej od drugiego, ale także to, ile razy dalej się znajduje. Kolejnym czynnikiem mogącym mieć wpływ na klasyfikację jest uwzględnienie nie tylko odległości, ale też kierunków wzajemnego położenia punktów uczących.

W pracy wprowadzone zostały dwa klasyfikatory w pewien sposób spełniające powyższe założenia. Pierwszy z nich uwzględnia wartości odległości od wszystkich punktów zbioru uczącego, przy czym wpływ na klasyfikację maleje wraz ze wzrostem tej odległości. Drugi klasyfikator dodatkowo uwzględnia także kierunki między obiektami uczącymi. Konstrukcja tych metod została zainspirowana pewnymi odwzorowaniami pojawiającymi się w fizyce, mianowicie – funkcją natężenia pola (elektrycznego, grawitacyjnego itp.) dla klasyfikatora pierwszego i odwzorowaniem pola wektorowego (pole sił, itp.) dla klasyfikatora drugiego. Klasyfikatory te porównywane są z metodą najbliższego sąsiada jako metodą bazową (badany jest błąd klasyfikacji). Porównywane są też między sobą, w celu określenia w jakich warunkach, który jest lepszy (badana jest ilość zwycięstw). Badania zostały przeprowadzone na szeregu zbiorów rzeczywistych i generowanych. Błędy klasyfikacji zostały wyestymowane wieloma metodami: leave-one-out, 10-fold cross-validation, boot-strap, zbiory testowe.

Waldemar Wołyński (Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu) – *Jądrowe klasyfikatory liniowe*

Rozważmy zagadnienie klasyfikacji obiektu opisanego przez p -wymiarowy wektor obserwacji $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ do jednej z dwóch klas G_0, G_1 . Rozwiązanie tego zagadnienia polega na podaniu klasyfikatora $d(x)$ przyjmującego wartości w zbiorze etykiet klas $\{0, 1\}$. Szczególne miejsce wśród klasyfikatorów zajmują klasyfikatory liniowe postaci $d(x) = I(a^T x > m)$, gdzie a jest wektorem parametrów, m wartością progową.

Fisher (1936) podał postać klasyfikatora liniowego zakładając jednorodność macierzy ko-wariancyjnych w obu klasach. Mika, Ratsch, Weston, Schölkopf i Muller (1999) podali jądrową wersję liniowego klasyfikatora Fishera. Niech Φ oznacza funkcję przyporządkowującą obserwacji x element należący do przestrzeni Hilberta U . W przestrzeni U poszukujemy klasyfikatora liniowego postaci $d(x) = I(\langle a, \Phi(x) \rangle > m)$, gdzie $\langle \cdot, \cdot \rangle$ oznacza iloczyn skalarny. Do wyznaczania występującego w regule klasyfikacyjnej iloczynu skalarnego zastosowano tzw. kernel trick polegający na zastąpieniu iloczynu skalarnego funkcją jądrową.

Zagadnienie klasyfikatorów liniowych dla klas o niejednorodnych macierzach kowariancyjnych rozważali Anderson i Bahadur (1962). Podali oni klasę liniowych klasyfikatorów dopuszczalnych. Do podobnych rezultatów doszli Schumway i Unger (1974) oraz Krzyśko i Wołyński (1997) rozważając klasyfikatory liniowe minimalizujące odległości probabilistyczne. W pracy omówiono jądrowe liniowe klasyfikatory uzyskane przy założeniu niejednorodnych macierzy kowariancyjnych w klasach. Uzyskane klasyfikatory porównane zostaną z innymi procedurami klasyfikacyjnymi przy wykorzystaniu rzeczywistych zbiorów danych.

Mirosław Krzyśko, Michał Skorzybut (Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu) – *Analiza dyskryminacyjna danych podwójnie wielowymiarowych*

W referacie zaprezentowano liniowe i kwadratowe funkcje klasyfikujące w przypadku K klas obiektów opisanych p cechami obserwowanymi w T różnych momentach czasowych (dane podwójnie wielowymiarowe). Przy założeniu normalności oraz faktu, że dodatnio określona macierz kowariancji jest iloczynem Kroneckera dwóch innych dodatnio określonych macierzy kowariancji, nieznane parametry estymowane są z n -elementowej próby metodą największej wiarygodności z restrykcjami. W prezentowanym modelu wystarcza, by $n > \max(p, T)$, podczas gdy klasyczny model dyskryminacyjny żąda, by $n > pT$.

Na zakończenie pierwszego dnia konferencji odbyło się posiedzenie plenarne członków Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych Polskiego Towarzystwa Statystycznego, któremu przewodniczył prof. dr hab. Józef Pociecha. Na początek ustalono plan przebiegu zebrania obejmujący następujące punkty:

1. Sprawozdanie z działalności Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych.
2. Informacje dotyczące konferencji zagranicznych.
3. Zapowiedzi kolejnych konferencji SKAD.
4. Wybór członka rady IFCS na kadencję 2010-2013.
5. Wyniki kwalifikacji plakatów do publikacji z serii Taksonomia 17.

Sprawozdanie z działalności Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych w okresie wrzesień 2008 – wrzesień 2009 przedstawił przewodniczący Rady Sekcji prof. dr hab. Marek Walesiak. Na początku poinformował zebranych, że:

- SKAD ma 204 członków,

– opublikowany został zeszyt nr 16 z serii *Taksonomia* pt. *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania* z konferencji Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS, która odbyła się w Jastrzębiej Górze w dniach 17-19.09.2008 r.,

– w *Przeglądzie Statystycznym* w numerze 1/2009 ukazało się sprawozdanie z konferencji z 2008 r.: Jajuga K., Szreder M., Walesiak M. (2009), *Sprawozdanie merytoryczne z konferencji naukowej nt. Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*. „Przegląd Statystyczny”, zeszyt 1, Tom 56, s. 172-186.

W dalszej części sprawozdania poinformował, że w obszarze działalności międzynarodowej Sekcji SKAD:

– w biuletynie *Newsletter* (Number 36, November 2008) ukazała się krótka informacja o konferencji, która odbyła się w Jastrzębiej Górze w dniach 17-19 września 2008 r. oraz informacja o nowych władzach Rady Sekcji SKAD. Informację przygotował do biuletynu prof. dr hab. Krzysztof Jajuga,

– w połączonej XI konferencji Światowej Federacji Towarzystw Klasyfikacyjnych (International Federation of Classification Societies) i XXXIII konferencji Niemieckiego Towarzystwa Klasyfikacyjnego (Gesellschaft für Klassifikation e.V.) nt. *Classification as a Tool for Research* (Drezno, 13-18.03.2009) wzięło udział 25 uczestników z Polski (w tym m.in. z UE we Wrocławiu, UEK w Krakowie, AE w Katowicach, Uniwersytetu Szczecińskiego). Wygłoszono 20 referatów (w tym 6 referatów z Jeleniej Góry). Sekcja SKAD była pod względem liczby uczestników trzecią grupą (1. Niemcy, 2. Włochy).

Sprawozdanie z działalności Sekcji zostało zatwierdzone przez aklamację.

Następnie prof. dr hab. Marek Walesiak przedstawił informacje dotyczące przyszłych konferencji zagranicznych:

– Światowa Federacja Towarzystw Klasyfikacyjnych (International Federation of Classification Societies) zaprasza na XII Konferencję Naukową IFCS-2011 w St Andrews (Szkocja) w terminie 11-14 lipca 2011 r.,

– Niemieckie Towarzystwo Klasyfikacyjne (Gesellschaft für Klassifikation e.V.) zaprosiło na XXXIV konferencję nt. *Data Analysis Interface* (Karlsruhe, 21-23 lipca 2010),

– XIX konferencja COMPSTAST'2010 (International Conference on Computational Statistics) odbyło się w Paryżu (23-27 sierpnia 2010 r.).

W kolejnej części zebrania głos zabrał prof. dr hab. Krzysztof Jajuga. Wyraził on swoje uznanie w związku z wyjazdami członków Sekcji na konferencje międzynarodowe. Poinformował zebranych, że w seminarium zorganizowanym przez prof. Hansa Hermanna Bocka i prof. dr hab. Józefa Pocięchę, które odbyło się w dniach 7-10 października 2009 r. w Aachen, wzięło udział około 35 osób (w tym 15 uczestników z Polski).

W następnym punkcie posiedzenia poruszono kwestię kolejnych konferencji SKAD. Organizację przyszłorocznej konferencji SKAD zadeklarował Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu. Jako miejsce konferencji proponowano Toruń oraz wstępnie przyjęto, że konferencja odbędzie się w dniach 15-17 września 2010 r. Wstępną deklarację organizatorów konferencji SKAD w kolejnych latach przedstawiły: Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu (w roku 2011) oraz Akademia Ekonomiczna w Katowicach (w roku 2012).

Przechodząc do kolejnego punktu zebrania – wyborów do Rady IFCS – prof. dr hab. Krzysztof Jajuga poinformował o przedstawicielach IFCS z Polski: dr hab. Andrzej Sokołowski, prof. UE na lata 2008-2011 oraz prof. dr hab. Krzysztof Jajuga na lata 2006-2009. Poinformował również, że w ostatnim okresie przyjęto do IFCS towarzystwo greckie.

W związku z tym, że kadencja prof. dr hab. Krzysztofa Jajugi dobiega końca konieczne są wybory do Rady IFCS. Prof. dr hab. Józef Pocięcha poprosił zebranych o przedstawienie kandydatur do Rady SKAD. Profesor Waldemar Tarczyński zaproponował profesora Krzysztofa Jajugę na kolejną kadencję. Zgłoszono wniosek o zamknięcie listy kandydatów, który został jednogłośnie poparty. Następnie zaproponowano kandydatów do komisji skrutacyjnej w składzie: dr Mariola Chrzanowska, dr Joanna Landmesser i mgr Ewa Witek. Kandydatury te zostały jednogłośnie przyjęte.

Prof. dr hab. Józef Pocięcha poinformował zebranych, iż głosowanie będzie tajne i każdy obecny na sali członek Sekcji powinien wyrazić swój głos na karcie do głosowania. W głosowaniu wzięły udział 54 osoby. Uzyskano następujące wyniki: 52 głosów za, 1 przeciw i 1 głos wstrzymujący się. Tym samym zgłoszony kandydat został przyjęty jako członek Rady IFCS.

W ostatniej części zebrania przewodniczący Rady Sekcji prof. dr hab. Marek Walesiak poinformował o wynikach kwalifikacji plakatów. Spośród 14 zaprezentowanych plakatów do publikacji w *Taksonomii* 17 zakwalifikowano 9. Plakaty przygotowane w formie artykułów naukowych zostaną poddane procesowi recenzyjnemu.

SPIS TREŚCI

Od Redakcji	3
Emil P a n e k – Stabilność stanu równowagi na rynku konkurencyjnym z nieklasycznym równaniem dynamiki cen i czasem dyskretnym	5
Jacek K w i a t k o w s k i – Bayesowska estymacja modelu lokalnego poziomu o rozkładach dopuszczających warunkowy rozkład t -Studenta i zmienną wariancję	16
Paweł C a b a ł a – Zastosowanie współczynnika konkordancji w pomiarze zgodności ocen ekspertów	36
Marcin S a l a m a g a – Wykorzystanie modelowania panelowego do analizy wpływu wartości i struktury bezpośrednich inwestycji zagranicznych na handel zagraniczny Polski	53
Artur M i k u l e c – Porównanie efektywności systemów emerytalnych krajów UE i EFTA w 2005 i 2006 r.	63

DYDAKTYKA I NAUKA

Mirosław S z r e d e r – O weryfikacji i falsyfikacji hipotez	82
---	----

POLSCY STATYSTYCY I MATEMATYCY

Sylwetka naukowa Profesora Zbigniewa Czerwińskiego (1927-2010)	89
Sylwetka naukowa Profesor Zofii Zarzyckiej (1925-2010)	96

SPRAWOZDANIA

Krzysztof J a j u g a, Waldemar T a r c z y Ń s k i, Marek W a l e s i a k – Sprawozdanie z Konferencji Naukowej nt. „Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania”	100
--	-----

CONTENTS

From the Editor	3
Emil P a n e k – Stability of Competitive Market Equilibrium with Non-Classical Equation of Price Dynamics and Discrete Time	5
Jacek K w i a t k o w s k i – Bayesian Estimation of Local Level Model with Student- <i>t</i> Disturbances and Time-Varying Conditional Variance	16
Paweł C a b a ł a – Using the Concordance Coefficient in the Measurement of Agreement Among Experts	36
Marcin S a l a m a g a – An Application of the Panel Data Modeling to Investigate the Influence of Foreign Direct Investments on Foreign Trade in Poland	53
Artur M i k u ł e c – Comparison of Pension Systems' Efficiency of the EU and EFTA Countries in the Years 2005-2006	63

TEACHING AND RESEARCH

Mirosław S z r e d e r – Testing and falsification of hypotheses	82
--	----

POLISH STATISTICIANS AND MATHEMATICIANS

The life and work of Professor Zbigniew Czerwiński (1927-2010)	89
The life and work of Professor Zofia Zarzycka (1925-2010)	96

REPORTS

Krzysztof J a j u g a, Waldemar T a r c z y Ń s k i, Marek W a l e s i a k – Report on SKAD 2009 Conference „Classification and Analysis of Data” – Theory and Applications	100
--	-----