

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET STATYSTYKI I EKONOMETRII

PRZEGLĄD STATYSTYCZNY

STATISTICAL REVIEW

TOM 60

2

2013

WARSZAWA 2013

WYDAWCA

Komitet Statystyki i Ekonometrii Polskiej Akademii Nauk

RADA REDAKCYJNA

Andrzej S. Barczak, Marek Gruszczyński, Krzysztof Jajuga, Stanisław M. Kot, Tadeusz Kufel,
Władysław Milo (Przewodniczący), Jacek Osiewalski, D. Stephen G. Pollock, Aleksander Welfe,
Janusz Wywiał, Peter Summers

KOMITET REDAKCYJNY

Magdalena Osińska (Redaktor Naczelny)
Marek Walesiak (Zastępca Redaktora Naczelnego, Redaktor Tematyczny)
Michał Majsterek (Redaktor Tematyczny)
Anna Pajor (Redaktor Statystyczny)
Piotr Fiszeder (Sekretarz Naukowy)

Wydanie publikacji dofinansowane przez Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego

© Copyright by Komitet Statystyki i Ekonometrii PAN

Strona WWW „Przegląd Statystyczny”:
<http://www.przegladstatystyczny.pan.pl>

Nakład: 250 egz.

PAN Warszawska Drukarnia Naukowa
00-056 Warszawa, ul. Śniadeckich 8
Tel./fax: +48 22 628 76 14

SPIS TREŚCI

Piotr Kębłowski – Właściwości wybranych metod małopróbkowego wnioskowania o rzędzie kointegracji.	163
Katarzyna Hertel, Agnieszka Leszczyńska – Uporczywość inflacji i jej komponentów – badanie empiryczne dla Polski.	187
Waldemar Florczak – Makroekonomiczny model przestępczości i systemu egzekucji prawa dla Polski. Struktura i własności w świetle analizy mnożnikowej.	211
Piotr Kębłowski – Wnioskowanie o rzędzie kointegracji dla modelu VEC ze składnikiem losowym z rozkładu S_U Johnsona.	235
Dariusz Siuda – Klasyfikacja przedsiębiorstw ze względu na trzy fazy migracji wartości z wykorzystaniem metod porządkowania liniowego.	251
Andrzej Geis – Przestrzenno-czasowe modelowanie zmienności produkcji w sektorach mikro-, małych, średnich i dużych przedsiębiorstw w Polsce.	269

SPRAWOZDANIA

Artur Mikulec, Aleksandra Kupis-Fijałkowska – Sprawozdanie z XXXI Międzynarodowej Konferencji Naukowej Wielowymiarowa Analiza Statystyczna (WAS 2012)	283
---	-----

CONTENTS

Piotr Kębłowski – Small Sample Inference on Cointegration Rank	163
Katarzyna Hertel, Agnieszka Leszczyńska – Inflation Persistence at Disaggregated Level – Empirical Study for Poland	187
Waldemar Florczak – Macroeconomic Model of Crime and of the Law Enforcement System for Poland. Structure and Properties in the Light of Multiplier Analysis	211
Piotr Kębłowski – Inference on Cointegration Rank for a VEC Model with the S_U Johnson Error Distribution.	235
Dariusz Siudak – The Classification of Enterprises According to the Three Stages of Value Migration Based on Methods of Linear Ordering.	251
Andrzej Geise – Time-Spatial Modelling of the Variability of Production in Sectors of Micro, Small, Medium and Large Enterprises in Poland	269

REPORTS

Artur Mikulec, Aleksandra Kupis-Fijałkowska – Report of the XXXI International Scientific Conference Multivariate Statistical Analysis (MSA 2012)	283
--	-----

PIOTR KĘBŁOWSKI

WŁAŚCIWOŚCI WYBRANYCH METOD MAŁOPRÓBKOWEGO WNIOSKOWANIA O RZĘDZIE KOINTEGRACJI¹

1. WPROWADZENIE

Wnioskowanie o liczbie relacji długookresowych (rzędzie kointegracji) w wektorowym modelu korekty błędem za pomocą testów opartych na rozkładach asymptotycznych prowadzi często do błędnych wniosków, gdy próby są małoliczne lub umiarkowanie liczne. Wyniki analiz Monte Carlo (zob. Toda, 1994, 1995; Haug, 1996; Gonzalo i Pitarakis, 1999) wskazują, że empiryczny rozmiar testu może bardzo znacząco różnić się od rozmiaru nominalnego. Również moc testu może być niska w krótkiej próbie, pomimo iż jest on zgodny, a rozkład asymptotyczny dla prawdziwej hipotezy alternatywnej jest zdegenerowany. Problem ten jest tym poważniejszy, im mniejsza jest liczba obserwacji oraz im większy jest wymiar procesu stochastycznego oraz stopień opóźnień procesu VAR. Ponadto, gdy parametry procesu $I(1)$ generującego szereg implikują, iż jest on bliski procesowi $I(0)$ lub $I(2)$, małopróbkowe właściwości testów są niesatysfakcjonujące. Na przykład, w przypadku testu rzędu kointegracji w wektorowym modelu korekty błędem opartego na regule ilorazu wiarygodności (LR) rozmiar testu dąży do jedności, gdy proces generujący szereg jest prawie zintegrowany w stopniu drugim (por. Johansen, 2002).

W artykule porównane są własności testów LR rzędu kointegracji z dostosowaniami małopróbkowymi. Własności testów analizowane są za pomocą modelu VEC dla różnych: szybkości dostosowań mechanizmu(ów) korekty błędem oraz siły efektów krótkookresowych. Wpływ korelacji składników losowych komponentu stacjonarnego i niestacjonarnego badany jest za pomocą formy kanonicznej modelu VEC. Zgodnie z propozycją Berana (1988), wśród testów małopróbkowych rozważony jest też test bootstrapowy z poprawką Bartletta w roli surogatu podwójnego bootstrapu.

Zasadnicze wnioski prezentowanego badania są następujące. Po pierwsze, test LR rzędu kointegracji z poprawką Bartletta zwykle najskuteczniej redukuje znie-

¹ Artykuł przedstawia wybrane wyniki z rozprawy doktorskiej autora pt. „Małopróbkowe wnioskowanie o rzędzie kointegracji”, obronionej w 2009 roku na Wydziale Ekonomiczno-Socjologicznym Uniwersytetu Łódzkiego. Praca naukowa finansowana ze środków MNiSW jako projekt badawczy nr N111 019 31/2139 pt.: „Małopróbkowe wnioskowanie o rzędzie kointegracji”. Autor pragnie podziękować Recenzentom za wniesione uwagi.

kształcenie rozmiaru testu, test bootstrapowy oraz test bootstrapowy z poprawką Bartletta cechują się zwykle nieznacznie większym zniekształceniem rozmiaru testu, za wyjątkiem sytuacji, gdy proces generujący dane jest bliski procesowi $I(2)$, z kolei standardowy test asymptotyczny oraz testy z prostymi poprawkami na liczbę stopni swobody posiadają często bardzo duże zniekształcenie rozmiaru testu, co znacząco ogranicza ich przydatność do wnioskowania o rzędzie kointegracji. Po drugie, test LR rzędu kointegracji z poprawką Bartletta posiada zwykle nieznacznie większą moc, niż test bez poprawki. Po trzecie, wiarygodne wnioskowanie o liczbie relacji długookresowych bez informacji a priori możliwe jest zwykle jedynie dopiero w umiarkowanie licznych próbach, zawierających przynajmniej ok. 100 obserwacji, choć w przypadku gdy siła mechanizmu korekty błędem jest niska, wówczas identyfikacja związku długookresowego może wymagać liczniejszej próby.

Część druga artykułu omawia różne poprawki nakładane na statystykę testu LR rzędu kointegracji, w tym poprawkę Bartletta (zob. Johansen, 2002, 2005; omówienie w: Kęblowski 2006a/b, 2009). Część trzecia przedstawia znane własności testów z poprawkami i testu bootstrapowego oraz omawia możliwość zastosowania testu bootstrapowego z poprawką Bartletta do weryfikacji rzędu kointegracji. Część czwarta przedstawia strukturę procesów generujących dane, przyjęte założenia i wartości parametrów oraz wyniki symulacji Monte Carlo. Część piąta zawiera podsumowanie.

2. METODY WNIOSKOWANIA MAŁOPRÓBKOWEGO

Metody zmniejszające odchylenie empirycznego rozmiaru testu w stosunku do rozmiaru nominalnego podzielić można na dwie grupy. Celem metod z pierwszej grupy jest oszacowanie dokładnej wartości krytycznej dla danej długości próby i (nieznanych) parametrów DGP. Z kolei, celem metod z drugiej grupy jest wyznaczenie poprawki nakładanej na statystykę, tak aby rozkład statystyki z poprawką był tożsamy lub zbliżony w krótkiej próbie do rozkładu asymptotycznego.

Aproksymanta dokładnej wartości krytycznej wyznaczana jest: (i) poprzez rozwinięcie asymptotyczne wyższego rzędu, zwykle rozwinięcie Edgewortha (1905), (ii) za pomocą metody Monte Carlo oraz opartej na niej metody powierzchni odpowiedzi (zob. np. Hendry, 1984), (iii) za pomocą repróbkiowania, w tym metody bootstrap (zob. Efron, 1979).

Wyznaczenie poprawki nakładanej na statystykę tak, aby rozkład statystyki z poprawką był zbliżony w krótkiej próbie do rozkładu asymptotycznego przeprowadzone jest albo za pomocą analiz Monte Carlo małopróbkowych właściwości testu, albo poprzez rozwinięcia asymptotyczne, które dowodzą, iż rząd wielkości reszty alternatywnej aproksymacji jest niższy niż w przypadku rozkładu asymptotycznego rzędu pierwszego. Bezpośrednim zastosowaniem drugiego z wyżej wymienionych podejść jest rozwiązanie zaproponowane przez Bartletta (1937, 1954).

Idea poprawki Bartletta jest dość intuicyjna i sprowadza się do zbliżenia wartości oczekiwanej statystyki w krótkiej próbie do asymptotycznej wartości oczekiwanej, z założeniem, że pozostałe momenty rozkładu są również lepiej aproksymowane. Załóżmy, że wartość oczekiwana statystyki ilorazu wiarygodności dąży do wartości asymptotycznej z błędem $O(T^{-1})$:

$$E(LR) = E\left(\lim_{T \rightarrow \infty}(LR)\right) + O(T^{-1}), \quad (1)$$

co w szczególności zachodzi, gdy spełnione są warunki regularności zdefiniowane przez Wilksa (1938), a aproksymację rzędu pierwszego stanowi rozkład χ^2 . Wówczas możliwość wyprowadzenia poprawki Bartletta zależy od istnienia następującego rozwinięcia asymptotycznego:

$$E(LR) = E\left(\lim_{T \rightarrow \infty}(LR)\right) \cdot \left(1 + \frac{b}{T} + O(T^{-2})\right), \quad (2)$$

gdzie stała b może być oszacowana w sposób zgodny gdy prawdziwa jest hipoteza zerowa, oraz od zbieżności $LR / E(LR)$ do $\lim_{T \rightarrow \infty}(LR) / E\left(\lim_{T \rightarrow \infty}(LR)\right)$ wraz ze wzrostem długości próby. Stąd też poprawkę Bartletta można wyprowadzić z przybliżonej równości:

$$\lim_{T \rightarrow \infty}(LR) \approx LR \cdot \frac{E\left(\lim_{T \rightarrow \infty}(LR)\right)}{E(LR)}, \quad (3)$$

a statystyka z poprawką Bartletta dana jest jako:

$$LR^{BC} = LR / \left(1 + \hat{b}T^{-1}\right). \quad (4a)$$

Alternatywnie, statystyka z poprawką typu Bartletta określona może być jako (por. Cribari-Neto i Cordeiro, 1996):

$$LR^{BC1} = LR \left(1 - \hat{b}'T^{-1}\right), \quad (4b)$$

czy też:

$$LR^{BC2} = LR \cdot \exp\left(-\hat{b}''T^{-1}\right). \quad (4c)$$

Statystyki LR^{BC} , LR^{BC1} i LR^{BC2} są asymptotycznie ekwiwalentne, gdy składniki $o(T^{-1})$ nie są rozważane. Należy zauważyć, iż spośród statystyk (4a) – (4c), jedynie statystyka (4c) zapewnia, iż statystyka z poprawką Bartletta jest nieujemna.

W przypadku gdy spełnione są warunki regularności określone przez Wilksa (1938), błąd aproksymacji kwantyli rozkładu małopróbkowego za pomocą kwantyli rozkładu χ^2 jest $O(T^{-2})$ (zob. Barndorf-Nielsen i Hall, 1988; Lawley, 1956). Z kolei w przypadku szeregów generowanych przez procesy niestacjonarne, w tym zintegrowane, składniki $O(T^{-1})$ nie są równe zero w rozwinięciach asymptotycznych momentów testu ilorazu wiarygodności. Jednakże parametry związane ze składnikiem o rzędzie wielkości T^{-1} rozwinięć asymptotycznych poszczególnych momentów statystyki z poprawką Bartletta są znacząco mniejsze, niż odpowiednie parametry dla statystyki bez tej poprawki (zob. Nielsen, 1997; Jensen i Wood, 1997; Bravo, 1999).

Wyniki eksperymentów Monte Carlo dotyczących małopróbkowych właściwości testów mogą być wykorzystane do konstrukcji poprawek statystyk tak, iż rozmiar empiryczny testu z poprawką jest bliższy rozmiarowi nominalnemu w krótkiej próbie, niż rozmiar testu bez poprawki. Otrzymane w ten sposób poprawki zmniejszają najczęściej zniekształcenie rozmiaru wynikające z długości efektywnej próby lub wymiaru procesu stochastycznego, jednakże nie uwzględniają zależności rozkładu małopróbkowego statystyki względem parametrów procesu generującego szereg.

Na podstawie wyników eksperymentów Monte Carlo, Reinsel i Ahn (1989, 1992) oraz Reimers (1992) zaproponowali poprawkę statystyki LR dla testu rzędu kointegracji postaci: $1 - KPT^{-1}$, a statystyka z poprawką określona jest jako:

$$LR^{RA} = LR(T - KP)/T = LR(1 - KPT^{-1}). \quad (5)$$

Propozycja Reinsela i Ahna nawiązuje do wzoru (4b), jednak nie stanowi poprawki Bartletta, bowiem składniki $O(T^{-1})$ rozwinięcia asymptotycznego wartości oczekiwanej statystyki LR zależą od parametrów procesu generującego szereg (por. Johansen, 2002, 2005).

Powierzchnie odpowiedzi oszacowane przez Cheunga i Laia (1993) mogą być zastosowane do wyznaczenia przybliżenia odpowiedniego kwantyla rozkładu małopróbkowego albo ekwiwalentnie do obliczenia poprawki statystyki LR , określonej jako:

$$LR^{CL} = LR / \left(\beta_0 + \beta_1 (T / (T - KP)) \right). \quad (6)$$

Należy przy tym zauważyć, iż powierzchnie odpowiedzi oszacowane przez Cheunga i Laia są szczególne, ponieważ jedyną zmienną objaśniającą jest odwrotność

poprawki Reinsela i Ahna. Mimo to, hipoteza $\beta_0 + \beta_1 = 1$ nie jest odrzucana przez test (zob. Cheung i Lai, 1993).

Z kolei, Hansen i Rahbek (2002) rozważają konstrukcję poprawki statystyki LR jako stosunek ilorazu wiarygodności dla maksimów dostosowanej skoncentrowanej funkcji wiarygodności, zaproponowanej przez Coxa i Reid (1987), do klasycznego ilorazu wiarygodności dla maksimów skoncentrowanej funkcji wiarygodności. Statystyka z tak uzyskaną poprawką zdefiniowana jest następująco:

$$LR^{HR} = LR(T - (K - 1)P)/T = LR(1 - (K - 1)PT^{-1}). \quad (7)$$

Poprawka Hansena i Rahbeka sprowadza się zatem do małopróbkowego wnioskowania o rzędzie kointegracji na podstawie skoncentrowanej funkcji wiarygodności z poprawkami Coxa i Reid, która uwzględnia dwa pierwsze składniki rozwinięcia asymptotycznego, gdy spełnione są warunki regularności, co implikuje poprawę małopróbkowych właściwości testu ilorazu wiarygodności.

3. WŁAŚCIWOŚCI METOD WNIOSKOWANIA MAŁOPRÓBKOWEGO

Wyniki badań dotyczących właściwości metod małopróbkowego wnioskowania o rzędzie kointegracji ograniczają się zwykle do eksperymentów Monte Carlo dla zaproponowanych przez autorów rozwiązań dla statystyki LR . Brak wyczerpujących badań właściwości metod małopróbkowego wnioskowania o rzędzie kointegracji wynika nie tylko z faktu, iż statystyka ilorazu wiarygodności ma często najlepsze właściwości w krótkich próbach (zob. np. Ahlgren i Juselius, 2012), lecz również dlatego, iż zastosowanie niektórych metod małopróbkowego wnioskowania jest utrudnione lub niemożliwe dla innych statystyk. Na przykład, stosunkowo często rozważana poprawka Bartletta może być zastosowana wyłącznie do statystyki ilorazu wiarygodności, bowiem dla statystyki mnożnika Lagrange'a i Walda klasyczna poprawka Bartletta wynikająca ze wzoru (2) nie istnieje, choć możliwe jest zwykle wyprowadzenie poprawki typu Bartletta, która zależy również od wyjściowej statystyki (por. Cribari-Neto i Cordeiro, 1996).

Wyniki eksperymentów Monte Carlo van Giersbergena (1996) sugerują, iż małopróbkowe właściwości testu bootstrapowego dla statystyki LR są podobne do właściwości testu ilorazu wiarygodności z poprawką Ahna i Reinsela. Z kolei wyniki badań przeprowadzonych przez Harrisa i Judge'a (1998), Omtziga i Fachina (2006), Swensena (2006), Cavaliere i in. (2012) oraz Ahlgrena i Antella (2013) dotyczących małopróbkowych właściwości standardowego testu bootstrapowego dla statystyki LR oraz właściwości testu asymptotycznego wskazują, iż rozmiar empiryczny testu bootstrapowego jest często bliższy rozmiarowi nominalnemu, w porównaniu do rozmiaru empirycznego testu asymptotycznego, choć wniosek ten nie dotyczy całego

rozważanego obszaru w przestrzeni parametrycznej. Własności bootstrapowego testu LR dla modelu VAR z warunkową heteroskedastycznością rozważają Cavaliere i in. (2010a/b), z kolei Swensen (2011) oraz Trenkler (2009) analizują bootstrapowy test LR w przypadku występowania odpowiednio: zmiennych stacjonarnych i trendu deterministycznego w procesie generującym dane.

Zastosowanie jedno- lub wielokrotnego wstępnego uosiowiania statystyki LR może potencjalnie prowadzić do poprawy właściwości testu. Jednak metoda ta nie znajduje zastosowania w modelowaniu systemów zintegrowanych o wymiarze większym niż 2-3 zmienne, ze względu na jej znaczną intensywność numeryczną. Wyniki eksperymentów Monte Carlo przeprowadzonych przez Ahlgrena i Antella (2008) wskazują, iż rozmiary empiryczne: standardowego testu bootstrapowego oraz szybkiego podwójnego testu bootstrapowego są podobne, a przy tym zwykle znacznie bliższe rozmiarowi nominalnemu, w porównaniu do rozmiaru empirycznego testu asymptotycznego. Należy jednak zauważyć, iż szybki podwójny test bootstrapowy nie jest w tym przypadku ekwiwalentny względem standardowego podwójnego testu bootstrapowego.

Małopróbkowe właściwości testu LR z poprawkami: Reinsela i Ahna, Cheunga i Laia, Hansena i Rahbeka, są stosunkowo mało znane, a stwierdzenie, iż rozkład statystyki z poprawką jest przesunięty w lewo, podczas gdy małopróbkowy rozkład statystyki LR jest przesunięty w prawo względem wartości asymptotycznej, jest niewystarczające. Zauważyć należy jednak, iż wyniki eksperymentów Monte Carlo dla testu LR , LR^{HR} i LR^{BCI} z symulowaną korektą Bartletta, przeprowadzone przez Hansena i Rahbeka (2002) dla modelu VAR z jedną zmienną wskazują, iż zniekształcenie rozmiaru testu LR^{HR} jest często mniejsze, niż zniekształcenie testu LR , choć jednocześnie większe niż zniekształcenie testu LR^{BCI} z symulowaną korektą Bartletta. Ponadto, poprawka Reinsela i Ahna stanowi w szczególnych przypadkach drugi czynnik poprawki Bartletta.

Wyniki symulacji przeprowadzonych przez Johansena (2002) wskazują, iż poprawka Bartletta dość skutecznie zmniejsza zniekształcenie rozmiaru testu LR dla wybranych obszarów w przestrzeni parametrycznej. Jednak gdy parametry procesu wskazują, iż jest on bliski procesowi z niższym lub wyższym stopniem integracji, wówczas empiryczny rozmiar testu LR z poprawką Bartletta jest istotnie mniejszy od rozmiaru nominalnego i maleje prawie do zera wraz ze zbliżaniem się do obszaru w przestrzeni parametrycznej dla niższego albo wyższego stopnia integracji. Należy zauważyć, iż rozmiar empiryczny testu LR bez poprawki zbliża się w takich przypadkach odpowiednio do zera i jedności. Wyniki eksperymentów Monte Carlo przeprowadzonych przez Kęblowskiego (2006a/b, 2009) wskazują, iż relatywne prawdopodobieństwo nieodrzućenia fałszywej hipotezy zerowej dla testu LR z poprawką Bartletta jest stosunkowo duże dla krótkich prób.

Poprawa małopróbkowych właściwości testu LR z poprawką Bartletta może zostać potencjalnie osiągnięta poprzez zastosowanie metody bootstrap dla tej statystyki. Beran (1988) wskazuje bowiem, iż gdy spełnione są warunki regularności zde-

finiowane przez Wilksa (1938), rząd wielkości reszty rozwinięcia asymptotycznego dystrybucyjnego rozkładu dla testu bootstrapowego opartego na statystyce z poprawką Bartletta jest mniejszy, niż dla testu bootstrapowego bez poprawki, a jednocześnie taki sam, jak dla podwójnego testu bootstrapowego. W rozważanym przypadku, dla którego warunki regularności nie są spełnione, nie można oczekiwać takiej poprawy właściwości testu, jednakże pewna poprawa może zostać potencjalnie osiągnięta, analogicznie jak w przypadku poprawki Bartletta dla statystyki LR .

4. WYNIKI SYMULACJI MONTE CARLO

Założono, iż porównanie efektywności metod małopróbkowego wnioskowania o rzędzie kointegracji ze względu na rozmiar i moc testu, powinno zweryfikować (i) zniekształcenie rozmiaru testu dla poszczególnych metod, (ii) moc testów dla różnych długości prób i obszarów w przestrzeni parametrycznej, (iii) wpływ korelacji składników losowych komponentu stacjonarnego i niestacjonarnego na rozmiar i moc testów.

Przyjęto, iż analizowany system w wersji bazowej zawiera pięć zmiennych zintegrowanych w stopniu pierwszym, w tym cztery wspólne trendy stochastyczne. Analizie poddany zatem został system zmiennych skointegrowanych o umiarkowanym wymiarze, tak aby wnioski badania mogły być łatwo wykorzystane w zastosowaniach empirycznych, zamiast często stosowanego systemu dwuwymiarowego, który umożliwia jedynie wskazanie metod o relatywnie niesatysfakcjonujących właściwościach. Założono ponadto, iż wartość początkowa zmiennych może być niezerowa i nie występuje trend liniowy w poziomie zmiennych, zatem jedynym składnikiem deterministycznym jest stała ograniczona do przestrzeni kointegrującej wektorowego modelu korekty błędem (VEC), postaci:

$$\Delta \mathbf{y}_t = (\mathbf{y}_{t-1} \mathbf{B} + \boldsymbol{\phi}) \mathbf{A}^T + \Delta \mathbf{y}_{t-1} \boldsymbol{\Gamma}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (8)$$

gdzie $\mathbf{y}_t = [y_{1t} \ y_{2t} \ \dots \ y_{Pt}]$, $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ są macierzami parametrów o wymiarach $P \times R$ i pełnego rzędu, $\boldsymbol{\Gamma}_1$ jest macierzą parametrów o wymiarach $P \times P$, $\boldsymbol{\phi}$ jest P -elementowym wektorem parametrów, a R oznacza rząd kointegracji, czyli liczbę związków długookresowych. Należy oczekiwać, iż właściwości testów ulegną pogorszeniu wraz z rozszerzaniem części deterministycznej, np. o trend liniowy w poziomie zmiennej.

Porównanie rozmiaru empirycznego i mocy przeprowadzono dla siedmiu testów: (i) standardowego testu ilorazu wiarygodności – LR , (ii) testu LR z poprawką Bartletta – LR^{BC} , (iii) testu LR z poprawką Reinsela i Ahna – LR^{RA} , (iv) testu LR z poprawką Cheunga i Laia – LR^{CL} , (v) testu LR z poprawką Hansena i Rahbeka – LR^{HR} , (vi) bootstrapowego testu LR – LR^B , (vii) bootstrapowego testu LR z poprawką Bartletta

– LR^{BCB} . W każdym eksperymencie wyznaczano 10 tys. replikacji. Dla przyjętego rozmiaru nominalnego testu 5%, odchylenie standardowe rozmiaru wynosi wówczas 0,0022. Zatem ewentualne wyniki spoza przedziału $[0,46; 0,054]$ wskazują, iż rozmiar empiryczny rozważanego testu jest istotnie różny od rozmiaru nominalnego.

Test bootstrapowy rzędu kointegracji przeprowadzano za pomocą algorytmu zaproponowanego przez Swensena (2006, algorytm nr 1), przy czym macierze parametrów Γ_1 i ϕ szacowano za pomocą regresji zredukowanego rzędu, analogicznie jak w: Cavaliere i in. (2012). Podobnie jak w eksperymencie Monte Carlo, wartości startowe pochodzą z rozkładu normalnego standaryzowanego, a pierwsze sto obserwacji jest odrzucanych. Rozwiązanie alternatywne, polegające na wykorzystaniu ostatnich wartości szeregu z pętli eksperymentu Monte Carlo w roli wartości startowych prowadzi do analogicznych wyników. Wyznaczano 1 tys. replikacji bootstrapowych, tak aby zminimalizować spadek mocy testu bootstrapowego.

Eksperymenty zakodowane zostały w języku programowania RATS; kod źródłowy zawarty jest w: Kęblowski (2009). Czas trwania pojedynczego eksperymentu Monte Carlo (tj. łącznie dla $1,0e^4 \cdot 1,0e^3 = 1,0e^7$ replikacji) na komputerze klasy Intel Core2 1,83GHz dla $T = 50$ oraz $T = 100$ wyniósł odpowiednio około 20 i 36 godzin.

Porównanie zniekształcenia rozmiaru małopróbkowych testów rzędu kointegracji przeprowadzono za pomocą procesu (8), gdzie wartości startowe pochodzą z rozkładu normalnego standaryzowanego, a pierwsze sto obserwacji jest odrzucanych. Parametry procesu generującego dane (DGP) w wersji bazowej ($P = 5$, $R = 1$) określono jako: $\mathbf{B} = [1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0]^T$, $\mathbf{A} = [\alpha \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $\phi = [1]$, $\Gamma_1 = \xi \mathbf{I}$ oraz $\varepsilon_t \sim N_p(\mathbf{0}; \mathbf{\Omega})$ i $\mathbf{\Omega} = \xi \mathbf{I}$. Rozważano długości prób równe $T = 50$ oraz $T = 100$. Wyniki przedstawiono w tabelach 1. i 2. ze względu na szybkość mechanizmu korekty błędem (parametr α , wyniki w wierszach) oraz siłę efektów krótkookresowych (parametr ξ , wyniki w kolumnach).

Tabela 1.

Rozmiar empiryczny (w %) testów małopróbkowych, $P = 5$, $R = 1$, $T = 50$, DGP (8)

$\alpha \setminus \xi$	0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
LR	7,4	9,9	16,4	32,8	66,0	98,9
LR^{BC}	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	2,9
LR^{RA}	0,2	0,5	1,1	3,7	17,0	81,2
-0,1 LR^{CL}	0,3	0,5	1,4	4,8	20,7	84,5
LR^{HR}	1,9	2,5	5,2	14,2	41,8	94,9
LR^B	0,2	0,2	0,5	0,5	1,2	8,6
LR^{BCB}	0,2	0,3	0,6	0,7	1,0	1,2

Tabela 1.

-0,2	<i>LR</i>	9,4	11,9	19,4	36,0	69,8	98,4
	<i>LR^{BC}</i>	0,9	0,9	1,2	1,4	2,5	2,6
	<i>LR^{RA}</i>	0,4	0,6	1,4	4,5	20,3	79,2
	<i>LR^{CL}</i>	0,6	0,8	1,8	5,8	24,5	83,1
	<i>LR^{HR}</i>	2,4	3,6	7,0	15,9	45,7	93,9
	<i>LR^B</i>	0,4	0,4	0,5	0,7	1,8	10,0
	<i>LR^{BCB}</i>	0,4	0,5	0,7	1,0	1,9	1,7
-0,4	<i>LR</i>	13,2	15,6	24,4	40,6	70,6	97,0
	<i>LR^{BC}</i>	1,8	1,9	2,5	3,4	4,2	1,8
	<i>LR^{RA}</i>	0,8	1,0	2,5	6,7	23,6	71,3
	<i>LR^{CL}</i>	1,2	1,4	3,3	8,5	27,6	75,9
	<i>LR^{HR}</i>	4,2	5,3	9,6	20,4	48,4	89,4
	<i>LR^B</i>	0,6	0,7	1,0	1,5	3,6	9,5
	<i>LR^{BCB}</i>	0,9	0,9	1,4	2,1	3,8	1,8
-0,6	<i>LR</i>	15,0	17,8	25,5	41,7	68,4	96,0
	<i>LR^{BC}</i>	2,4	2,7	3,3	4,6	4,9	1,5
	<i>LR^{RA}</i>	0,9	1,2	2,9	7,9	23,1	67,0
	<i>LR^{CL}</i>	1,3	1,7	3,7	9,9	27,2	71,8
	<i>LR^{HR}</i>	4,7	6,3	10,5	22,2	47,5	87,4
	<i>LR^B</i>	0,8	0,9	1,3	2,2	4,0	9,2
	<i>LR^{BCB}</i>	1,0	1,3	1,8	3,0	4,4	1,7
-0,8	<i>LR</i>	15,5	19,5	27,3	42,6	69,0	95,8
	<i>LR^{BC}</i>	2,8	3,5	4,5	5,0	5,0	1,0
	<i>LR^{RA}</i>	0,9	1,4	3,3	7,9	23,3	66,0
	<i>LR^{CL}</i>	1,3	1,8	4,3	9,7	27,1	70,3
	<i>LR^{HR}</i>	5,0	7,1	11,6	22,2	47,2	86,8
	<i>LR^B</i>	1,0	1,1	1,8	2,7	4,6	9,3
	<i>LR^{BCB}</i>	1,2	1,4	2,3	3,4	5,1	1,6
-0,9	<i>LR</i>	16,3	18,5	28,3	42,4	67,8	95,3
	<i>LR^{BC}</i>	3,5	3,6	4,6	5,3	4,3	1,0
	<i>LR^{RA}</i>	1,2	1,4	3,2	8,0	22,5	64,0
	<i>LR^{CL}</i>	1,6	2,0	4,2	10,1	26,6	68,8
	<i>LR^{HR}</i>	6,0	6,8	12,1	22,9	46,0	85,4
	<i>LR^B</i>	1,2	1,2	1,9	2,5	4,4	8,5
	<i>LR^{BCB}</i>	1,5	1,6	2,4	3,6	4,7	1,6

Tabela 2.

Rozmiar empiryczny (w %) testów małopróbkowych, $P = 5$, $R = 1$, $T = 100$, DGP (8)

$\alpha \setminus \xi$		0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
-0,1	LR	4,1	5,1	8,1	13,9	31,6	84,4
	LR^{BC}	0,9	1,0	1,3	1,6	2,9	3,6
	LR^{RA}	1,0	1,1	2,1	3,7	13,6	66,1
	LR^{CL}	1,2	1,3	2,4	4,4	15,0	68,1
	LR^{HR}	2,2	2,5	4,4	7,8	21,9	76,4
	LR^B	0,6	0,4	0,6	0,9	1,6	6,7
	LR^{BCB}	0,6	0,5	0,6	1,1	2,0	4,4
-0,2	LR	7,1	8,1	11,8	17,8	33,2	80,0
	LR^{BC}	1,9	2,1	2,7	3,6	5,1	2,5
	LR^{RA}	1,9	2,2	3,6	6,4	15,9	59,2
	LR^{CL}	2,1	2,5	4,0	7,1	17,4	61,6
	LR^{HR}	3,8	4,5	6,9	11,0	23,9	70,8
	LR^B	0,8	0,8	1,2	1,5	2,8	6,3
	LR^{BCB}	0,9	1,0	1,5	1,8	3,3	4,2
-0,4	LR	9,6	11,3	14,2	19,3	33,0	79,0
	LR^{BC}	3,7	4,2	5,1	5,5	5,6	1,9
	LR^{RA}	2,8	3,5	5,0	7,7	16,0	57,7
	LR^{CL}	3,2	3,9	5,7	8,4	17,3	60,0
	LR^{HR}	5,5	6,6	9,0	12,3	24,1	69,2
	LR^B	1,3	1,5	1,7	2,3	2,8	6,1
	LR^{BCB}	1,4	1,6	1,9	2,5	3,3	4,1
-0,6	LR	11,7	11,4	14,1	19,7	33,0	78,0
	LR^{BC}	5,5	5,1	5,4	5,8	5,1	1,7
	LR^{RA}	3,9	3,9	5,0	7,9	16,1	56,9
	LR^{CL}	4,4	4,3	5,7	8,8	17,5	59,0
	LR^{HR}	7,0	7,0	9,1	13,2	23,9	67,9
	LR^B	2,0	2,0	2,0	2,3	2,8	6,3
	LR^{BCB}	2,2	2,1	2,1	2,5	3,2	4,2

Tabela 2.

-0,8	LR	10,6	11,1	14,6	19,4	32,7	78,0
	LR^{BC}	5,2	5,1	6,2	5,9	5,2	1,5
	LR^{RA}	3,4	3,6	5,5	7,6	15,6	56,5
	LR^{CL}	3,9	4,0	6,2	8,5	17,0	58,8
	LR^{HR}	6,6	6,6	9,3	12,7	23,5	68,7
	LR^B	1,9	1,6	2,1	2,3	2,8	6,3
	LR^{BCB}	2,0	1,8	2,2	2,5	3,2	4,0
-0,9	LR	10,8	12,1	13,7	19,7	32,3	78,2
	LR^{BC}	5,5	6,0	5,4	5,8	5,3	1,6
	LR^{RA}	3,5	4,2	4,7	7,5	15,5	56,7
	LR^{CL}	4,0	4,7	5,4	8,4	16,7	59,0
	LR^{HR}	6,5	7,5	8,4	12,6	23,3	68,7
	LR^B	1,9	1,9	1,9	2,6	3,4	6,3
	LR^{BCB}	2,0	2,0	2,0	2,8	3,7	4,2

Uzyskane wyniki pozwalają rozróżnić dwie grupy małopróbkowych testów rzędu kointegracji. Do pierwszej z nich zaliczyć należy testy oparte na statystykach: LR , LR^{RA} , LR^{CL} i LR^{HR} . Wspólną cechą jest to, iż rozmiar tych testów dąży do jedności, wraz ze wzrostem ξ do jedności, gdzie proces generujący szereg staje się zintegrowany w stopniu drugim. Po drugie, testy z tej grupy są stosunkowo mało wrażliwe na szybkość mechanizmu korekty błędem, co wynika z faktu, iż zmiana parametru α powoduje jedynie zmianę części rzeczywistej pierwiastka charakterystycznego λ_5 , podczas gdy jego moduł pozostaje bez zmian. Z kolei, rozmiar empiryczny pozostałych testów zależy zarówno od siły efektów krótkookresowych, jak i od szybkości mechanizmu korekty błędem, bowiem statystyki tych testów zależą od parametrów procesu generującego szereg. Wraz ze wzrostem ξ do jedności, rozmiar empiryczny testu LR^{BC} jest nadmiernie skorygowany. Podobny wniosek dotyczy testu LR^{BCB} dla krótkiej próby.

Należy zauważyć, iż zniekształcenie każdego z rozważanych testów jest znaczne dla krótkich prób, liczących mniej niż 100 obserwacji, gdy wartości parametru korekty błędem są niskie ($\alpha \geq -0,2$), szczególnie gdy efekty krótkookresowe są relatywnie słabe. Z kolei dla pozostałych obszarów w rozważanej przestrzeni parametrycznej, zwykle najlepsze właściwości posiada test LR^{BC} . Jedynie gdy proces generujący szereg jest bliski procesowi zintegrowanemu w stopniu drugim, wówczas test LR^{BCB} posiada najlepsze właściwości. Test LR^B posiada przeważnie gorsze właściwości, niż test LR^{BCB} . Zniekształcenie rozmiaru pozostałych testów jest najczęściej znaczne dla krótkich prób, choć dla umiarkowanych długości prób liczących około 100 obserwa-

cji można wskazać takie obszary w przestrzeni parametrycznej, dla których rozmiar empiryczny tych testów jest zbliżony do nominalnego.

Wyniki przedstawione w tabelach 1. i 2. pozwalają stwierdzić, iż brak właściwej kontroli rozmiaru empirycznego testu rzędu kointegracji opartego na regule ilorazu wiarygodności może nazbyt często prowadzić do wskazania na błędną hipotezę alternatywną. Spośród metod małopróbkowego wnioskowania o rzędzie kointegracji, test ilorazu wiarygodności z poprawką Bartletta posiada zwykle najmniejsze zniekształcenie rozmiaru testu, które ponadto, w porównaniu do pozostałych testów, relatywnie często mieści się w przedziale ufności. Z drugiej strony, w przypadku gdy szybkość mechanizmu korekty błędem i siła efektów krótkookresowych są niskie ($\alpha \geq -0,2$, $\xi < 0,5$), wówczas wnioskowanie może być przeprowadzone w oparciu o test LR^{HR} i komplementarnie na podstawie testu LR .

Należy zauważyć, iż zastosowanie metody bootstrap dla testu ilorazu wiarygodności z poprawką Bartletta nie prowadzi do poprawy właściwości testu, w przeciwieństwie do wyników zastosowania poprawki Bartletta dla standardowego testu ilorazu wiarygodności. Niemniej, testy LR^{BCB} i LR^B mogą być stosowane komplementarnie, szczególnie gdy proces generujący szereg jest bliski procesowi zintegrowanemu w stopniu drugim.

Porównanie mocy przeprowadzone zostało dla analogicznego system pięciu zmiennych stochastycznych zintegrowanych w stopniu pierwszym, w którym występują trzy wspólne trendy stochastyczne dla (prawdziwej) hipotezy alternatywnej. DGP został określony następująco:

$$\Delta \mathbf{y}_t^{DGP} = (\mathbf{y}_{t-1}^{DGP} \mathbf{B} + \boldsymbol{\phi}) \mathbf{A}^T + (\mathbf{y}_{t-1}^{DGP} \mathbf{B}_1 + \boldsymbol{\phi}_1) \mathbf{A}_1^T + \Delta \mathbf{y}_{t-1}^{DGP} \boldsymbol{\Gamma}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (9)$$

gdzie $\mathbf{B}_1$ i $\mathbf{A}_1$ są macierzami parametrów o wymiarach $P \times (R - r)$ i pełnego rzędu, $\boldsymbol{\phi}_1$ oznacza $(R - r)$ -elementowy wektor parametrów.

Należy zauważyć, iż moc testów LR , LR^{RA} , LR^{CL} , LR^{HR} jest identyczna, choć relatywne prawdopodobieństwa odrzucenia hipotezy zerowej będą różne, z uwagi na różnice w rozmiarze empirycznym testów. Z kolei moc testów bootstrapowych jest zbliżona do mocy standardowego, asymptotycznego testu, gdy liczba replikacji bootstrapowych jest wystarczająco duża, a ewentualna różnica mocy tych testów wynikać może wyłącznie ze sposobu wyznaczania dokładnej wartości krytycznej (por. Davidson i MacKinnon, 2000). Dlatego też, porównanie mocy testów przeprowadzone zostało dla standardowego testu LR oraz testu LR z poprawką Bartletta.

Przyjęto, iż rząd kointegracji wynosi $R = r + 1$, czyli jest większy o jeden w stosunku do założonego w hipotezie zerowej, a macierze: $\mathbf{B}_1$, $\mathbf{A}_1$ i $\boldsymbol{\phi}_{1,P_d}$ określone są jako: $\mathbf{B}_1 = [0 \ 1 \ 0 \ -1 \ 0]^T$, $\mathbf{A}_1 = [0 \ \alpha \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $\boldsymbol{\phi}_{1,P_d} = \boldsymbol{\phi}_0 = [1]$. Dla każdej replikacji eksperymentu Monte Carlo pierwsze sto obserwacji jest odrzucanych. Kwantyle rozkładów małopróbkowych dla prawdziwej hipotezy zerowej generowano za pomocą

DGP (8), którego parametry przyjęto analogicznie do tych w analizie rozmiaru empirycznego. Jako kwantyle rozkładów asymptotycznych przyjęto wartości wyznaczone przez Johansena (1996, tabela 15.2, strona 215). Założono rozmiar nominalny testu równy 5%. Należy zauważyć, iż korekta rozmiaru testu przeprowadzona została dla tych samych wartości parametrów α i ξ , jak te przyjęte dla hipotezy alternatywnej. Zatem szybkość mechanizmu korekty błędem jest taka sama dla zidentyfikowanych relacji kointegrujących, jak i tych pozostających do zidentyfikowania. Rozważano długości prób równe $T = 50$ oraz $T = 100$.

Tabela 3.

Moc testu (w %) dla rozmiaru równego 5%, $P = 5$, $r = 1$, $R = 2$, $T = 50$, DGP (9)

$\alpha \setminus \xi$		0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
-0,1	LR	6,3	6,5	6,4	6,8	7,4	14,8
	LR ^{BC}	5,8	6,2	6,4	6,8	8,5	16,1
-0,2	LR	8,3	8,2	8,8	9,7	10,7	30,2
	LR ^{BC}	8,1	8,2	9,2	11,4	14,5	27,3
-0,4	LR	12,8	13,8	15,9	18,7	28,9	67,0
	LR ^{BC}	14,7	15,5	19,0	21,8	34,9	55,4
-0,6	LR	19,0	21,4	24,5	34,2	55,6	88,4
	LR ^{BC}	21,7	24,3	28,5	39,1	62,0	74,6
-0,8	LR	26,4	28,5	35,9	51,6	78,2	95,7
	LR ^{BC}	29,6	31,9	40,8	58,7	83,5	84,0
-0,9	LR	29,3	32,2	41,9	60,3	85,4	97,6
	LR ^{BC}	32,6	36,9	47,3	66,7	88,8	87,0

Tabela 4.

Moc testu (w %) dla rozmiaru równego 5%, $P = 5$, $r = 1$, $R = 2$, $T = 100$, DGP (9)

$\alpha \setminus \xi$		0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
-0,1	LR	9,4	10,4	12,2	14,7	20,1	58,2
	LR ^{BC}	8,9	10,2	12,2	15,4	21,8	58,6
-0,2	LR	20,0	23,0	27,9	36,0	59,5	96,2
	LR ^{BC}	20,1	23,1	29,0	38,3	62,0	94,9
-0,4	LR	54,0	59,9	70,8	85,9	98,5	99,9
	LR ^{BC}	54,9	61,3	72,1	86,8	98,8	99,8

Tabela 4

-0,6	<i>LR</i>	83,5	87,5	94,0	99,0	99,9	99,9
	<i>LR^{BC}</i>	84,1	88,2	94,5	99,1	99,9	99,9
-0,8	<i>LR</i>	95,2	97,0	99,3	99,9	99,9	99,9
	<i>LR^{BC}</i>	95,5	97,3	99,4	99,9	99,9	99,9
-0,9	<i>LR</i>	97,6	98,8	99,8	99,9	99,9	99,9
	<i>LR^{BC}</i>	98,0	99,0	99,8	99,9	99,9	99,9

Wyniki przedstawione w tabelach 3. i 4. wskazują, iż moc testu ilorazu wiarygodności z poprawką Bartletta jest często istotnie większa w krótkich próbach, liczących około 50 obserwacji, niż moc standardowego testu bez tej poprawki, za wyjątkiem sytuacji gdy parametr ξ jest bliski jedności. Jednak zwiększenie długości próby do umiarkowanej, liczącej około 100 obserwacji, implikuje zmniejszenie tej różnicy tak, iż staje się ona zwykle nieistotna statystycznie.

Żaden z rozważanych testów nie posiada satysfakcjonującej mocy w krótkich próbach, za wyjątkiem niewielkiego obszaru w przestrzeni parametrycznej, dla którego zarówno szybkość mechanizmu korekty błędem, jak i siła efektów krótkookresowych są duże ($\alpha \leq -0,8$, i $\xi \geq 0,7$). Zwiększenie długości próby do umiarkowanej pozwala wskazać znaczny obszar w przestrzeni parametrycznej, dla którego moc obydwu testów jest wystarczająca. Test z poprawką Bartletta, jak i bez poprawki, jest stosunkowo mocny już dla wartości parametru α , wynoszących około $-0,5$, a im wyższa jest wartość parametru ξ , tym mocniejszy jest test. Na przykład, dla ($\alpha = -0,4$, i $\xi = 0,5$) moc testów *LR^{BC}* i *LR* wynosi, odpowiednio, 87% i 86%, a zwiększenie modułu jednego z tych parametrów powoduje szybki wzrost mocy testu.

Należy podkreślić, iż w krótkich próbach, liczących około 50 obserwacji, wiarygodne wnioskowanie o liczbie nieznanych wektorów kointegrujących za pomocą rozważanych testów jest zwykle niemożliwe. Z drugiej strony, w umiarkowanych próbach, liczących około 100 obserwacji, wnioskowanie o rzędzie kointegracji dla procesu VEC umiarkowanego wymiaru za pomocą testu *LR^{BC}* jest zwykle poprawne, po pierwsze, gdy szybkość mechanizmu korekty błędem jest duża, a po drugie, gdy zarówno siła mechanizmów korekty błędem, jak i siła efektów krótkookresowych są przynajmniej umiarkowane. Zniekształcenie rozmiaru testu jest wówczas niewielkie, a moc testu jest stosunkowo bliska jedności. Komplementarnie, wnioskowanie można w takim przypadku oprzeć na testach *LR^B* i *LR^{BCB}*, choć charakteryzują się one zwykle większym zniekształceniem rozmiaru niż test *LR^{BC}*, a ponadto są metodami intensywnymi numerycznie. Pozostałe testy *LR*, *LR^{RA}*, *LR^{CL}* i *LR^{HR}* mogą wskazywać w takim przypadku zawyżoną liczbę relacji długookresowych w systemie.

W przypadku gdy szybkość mechanizmu korekty błędem jest mała ($\alpha \geq -0,2$), wówczas wnioskowanie o rzędzie kointegracji prowadzi zwykle do błędnych wskazań testu, nawet dla prób o umiarkowanej liczbie obserwacji. W takim przypadku, testy LR^{BC} , LR^B i LR^{BCB} są konserwatywne, a wskazania pozostałych testów prowadzą najczęściej albo do zaniżenia rzędu kointegracji, gdy siła efektów krótkookresowych jest mała, albo do zawyżenia rzędu kointegracji, gdy siła efektów krótkookresowych jest duża. Zatem, gdy w systemie występują relacje kointegrujące, dla których szybkość dostosowań zmiennych do trajektorii długookresowych jest wolna, wówczas ich poprawna identyfikacja wymaga szeregu czasowego o znacznej liczbie obserwacji, pomimo zastosowania metod wnioskowania małopróbkowego.

Należy zauważyć, iż małopróbkowe właściwości testów LR , LR^{RA} , LR^{CL} i LR^{HR} zależą znacznie od parametrów procesu generującego dane. Dlatego też testy te nie stanowią uniwersalnych metod wnioskowania o rzędzie kointegracji w małych próbach, choć dla określonych obszarów w przestrzeni parametrycznej mogą stanowić uzupełnienie wnioskowania w oparciu o test LR^{BC} lub LR^{BCB} , czy też LR^B .

Badanie wpływu korelacji składników losowych komponentu stacjonarnego i niestacjonarnego na rozmiar empiryczny testów przeprowadzono za pomocą formy kanonicznej modelu VEC:

$$\mathbf{y}_t^{DGP} = [\mathbf{y}_{1t}^{DGP} \quad \mathbf{y}_{2t}^{DGP}] = [\mathbf{y}_{1,t-1}^{DGP} \quad \mathbf{y}_{2,t-1}^{DGP}] \begin{bmatrix} \Psi_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} + [\mathbf{y}_{1,t-2}^{DGP} \quad \mathbf{y}_{2,t-2}^{DGP}] \begin{bmatrix} \Psi_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + [\boldsymbol{\varepsilon}_{1t} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{2t}], \quad (10)$$

gdzie pierwiastki charakterystyczne wielomianu autoregresyjnego dla $\mathbf{y}_{1t}^{DGP}$ są większe od jedności, $\mathbf{y}_{2,0}^{DGP} \neq \mathbf{0}$, $[\boldsymbol{\varepsilon}_{1t} \quad \boldsymbol{\varepsilon}_{2t}] \sim N_p \left(\mathbf{0}; \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \boldsymbol{\Omega}_{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \\ \boldsymbol{\Omega}_{\varepsilon_2 \varepsilon_1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \right)$, a pierwsze sto obserwacji jest odrzucanych. Wygenerowanie szeregu realizacji składnika losowego o zadanej macierzy wariancji-kowariancji wymaga policzenia macierzy $\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \boldsymbol{\Omega}_{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \\ \boldsymbol{\Omega}_{\varepsilon_2 \varepsilon_1} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^{1/2}$, do czego wykorzystano dekompozycję spektralną macierzy.

Tabela 5.

Rozmiar empiryczny (w %) testów małopróbkowych, $P = 5$, $R = 1$, $T = 50$, DGP (10)

$\Omega_{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \setminus (\Psi_1; \Psi_2)$	(0,8; -0,1)	(0,9; -0,1)	(1,0; -0,1)	
$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T$	LR	6,9	5,8	5,1
	LR^{BC}	0,7	0,4	0,3
	LR^{RA}	0,2	0,1	0,1
	LR^{CL}	0,4	0,2	0,2
	LR^{HR}	1,7	1,4	1,2
	LR^B	0,3	0,1	0,1
	LR^{BCB}	0,3	0,1	0,1
$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,3 \\ 0,4 \end{bmatrix}^T$	LR	9,4	7,8	7,1
	LR^{BC}	1,1	0,6	0,5
	LR^{RA}	0,3	0,2	0,2
	LR^{CL}	0,7	0,4	0,2
	LR^{HR}	2,9	2,0	1,8
	LR^B	0,3	0,2	0,1
	LR^{BCB}	0,4	0,3	0,2
$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,3 \\ 0,4 \end{bmatrix}^T$	LR	24,3	25,0	20,9
	LR^{BC}	3,0	2,3	1,5
	LR^{RA}	2,2	2,3	1,4
	LR^{CL}	2,9	3,1	2,1
	LR^{HR}	9,5	9,9	7,5
	LR^B	1,5	1,4	0,8
	LR^{BCB}	1,9	1,5	0,9

Wyniki eksperymentów Monte Carlo przedstawiono w tabelach 5. i 6., ze względu na kowariancję komponentu stacjonarnego z komponentem niestacjonarnym (macierz $\Omega_{\varepsilon_1, \varepsilon_2}$, wyniki w wierszach) oraz wartości parametrów wielomianu autoregresyjnego komponentu stacjonarnego (macierze: Ψ_1 i Ψ_2 , wyniki w kolumnach), przy czym najmniejszy moduł pierwiastka charakterystycznego wielomianu autoregresyjnego, odpowiadającego komponentowi stacjonarnemu, dany jest odpowiednio jako: 1,56, 1,30 i 1,13. Wyniki wskazują, iż rozmiar empiryczny testów maleje wraz ze zbliżaniem się pierwiastka charakterystycznego do koła jednostkowego. Wniosek ten jest spójny z wynikami zawartymi w tabelach 1. i 2. Z kolei, wzrost korelacji składników losowych komponentu stacjonarnego i niestacjonarnego implikuje wzrost rozmiaru

empirycznego testów, przy czym w przypadku testów: LR^{BC} , LR^B i LR^{BCB} rozmiar empiryczny testu dąży do rozmiaru nominalnego, w przeciwieństwie do testów: LR , LR^{RA} , LR^{CL} i LR^{HR} . Należy podkreślić, iż zniekształcenie rozmiaru testu LR^{BC} w krótkich próbach jest niewielkie, gdy korelacja składników losowych komponentu stacjonarnego i niestacjonarnego jest znaczna. Z drugiej strony, w przypadku niewielkiej korelacji składników losowych tych komponentów procesu, standardowy test ilorazu wiarygodności posiada relatywnie najmniejsze zniekształcenie rozmiaru testu wtedy, gdy pierwiastki charakterystyczne wielomianu autoregresyjnego komponentu stacjonarnego znajdują się blisko koła jednostkowego.

Tabela 6.

Rozmiar empiryczny (w %) testów małopróbkowych, $P = 5$, $R = 1$, $T = 100$, DGP (10)

$\Omega_{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \setminus (\Psi_1 ; \Psi_2)$	(0,8; -0,1)	(0,9; -0,1)	(1,0; -0,1)	
$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T$	LR	5,2	3,7	1,7
	LR^{BC}	1,9	1,0	0,3
	LR^{RA}	1,2	0,8	0,3
	LR^{CL}	1,5	0,8	0,3
	LR^{HR}	2,7	1,8	0,7
	LR^B	0,6	0,4	0,1
	LR^{BCB}	0,7	0,5	0,1
$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,3 \\ 0,4 \end{bmatrix}^T$	LR	7,0	5,7	2,9
	LR^{BC}	2,4	1,4	0,6
	LR^{RA}	1,8	1,3	0,5
	LR^{CL}	2,1	1,5	0,6
	LR^{HR}	3,7	2,9	1,3
	LR^B	0,8	0,7	0,3
	LR^{BCB}	0,9	0,7	0,3
$\begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,2 \\ 0,3 \\ 0,4 \end{bmatrix}^T$	LR	14,4	14,7	15,4
	LR^{BC}	5,3	3,9	2,5
	LR^{RA}	5,2	5,1	5,2
	LR^{CL}	5,8	5,8	5,8
	LR^{HR}	8,9	9,0	9,5
	LR^B	2,1	2,0	2,0
	LR^{BCB}	2,3	2,2	2,0

Porównanie mocy przeprowadzone zostało za pomocą formy kanonicznej modelu VECM, danej wzorem (10), dla przypadku gdy $R = 1$. Kwantyle rozkładów małopróbkowych dla $\mathcal{H}(0):R=0$ generowane są wówczas za pomocą wielowymiarowego procesu ścieżki losowej:

$$\mathbf{y}_t^{DGP} = \mathbf{y}_{t-1}^{DGP} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (11)$$

gdzie $\mathbf{y}_0^{DGP} \neq \mathbf{0}$ oraz $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N_p(\mathbf{0}; \mathbf{I})$, a pierwsze sto obserwacji jest odrzucanych.

Tabela 7.

Moc testu (w %), $P = 5$, $r = 0$, $R = 1$, $T = 50$, DGP (11) i (10)

$\Omega_{\varepsilon_1, \varepsilon_2} \setminus (\Psi_1; \Psi_2)$		(0,8; -0,1)	(0,9; -0,1)	(1,0; -0,1)
[0 0 0 0]	LR	5,6	4,7	4,4
	LR ^{BC}	5,8	5,0	4,4
[0,1 0,2 0,3 0,4]	LR	8,4	6,6	5,3
	LR ^{BC}	8,6	6,7	5,3
[0,3 0,4 0,5 0,6]	LR	41,5	32,4	19,7
	LR ^{BC}	36,2	28,0	17,3

Tabela 8.

Moc testu (w %), $P = 5$, $r = 0$, $R = 1$, $T = 100$, DGP (11) i (10)

$\Omega_{\varepsilon_1, \varepsilon_2} \setminus (\Psi_1; \Psi_2)$		(0,8; -0,1)	(0,9; -0,1)	(1,0; -0,1)
[0 0 0 0]	LR	14,8	8,1	4,6
	LR ^{BC}	15,0	8,3	4,6
[0,1 0,2 0,3 0,4]	LR	26,4	14,2	6,6
	LR ^{BC}	26,6	14,2	6,6
[0,3 0,4 0,5 0,6]	LR	97,0	87,3	54,4
	LR ^{BC}	96,4	86,0	52,9

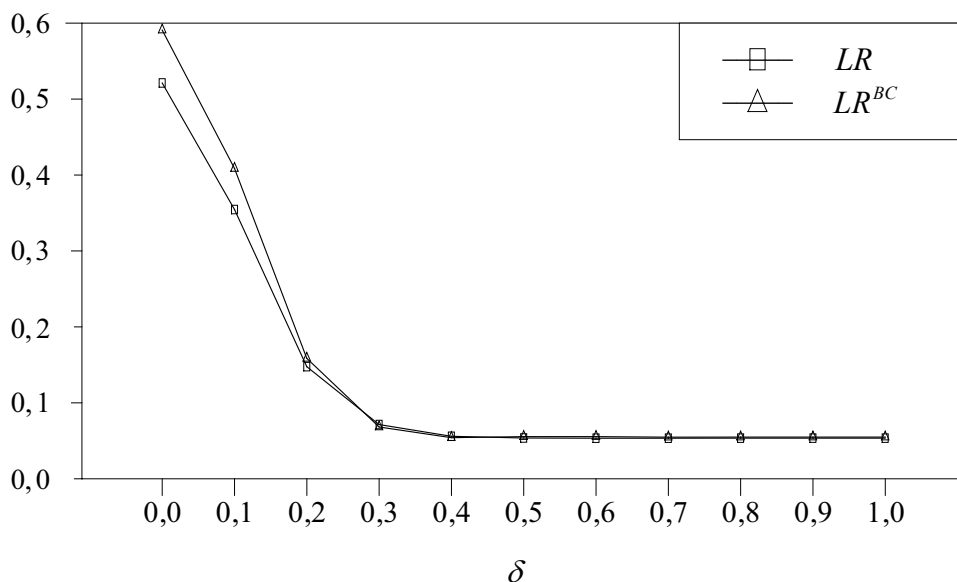
Wyniki zawarte w tabelach 7. i 8. wskazują, iż moc testów maleje wraz ze zbliżaniem się najmniejszego pierwiastka charakterystycznego wielomianu autoregresyjnego, odpowiadającego komponentowi stacjonarnemu, do koła jednostkowego. Z kolei wzrost korelacji składników losowych komponentu stacjonarnego i niestacjonarnego

powoduje, iż moc testów znacząco rośnie, przy czym test ilorazu wiarygodności z poprawką Bartletta cechuje się w małych próbach nieznacznie niższą mocą dla wysokiej korelacji składników losowych komponentów, niż pozostałe testy.

Przeprowadzono również analizę mocy testów dla bliskich hipotez alternatywnych przyjmując następujący proces generowania danych:

$$\Delta \mathbf{y}_t^{DGP} = (\mathbf{y}_{t-1}^{DGP} \mathbf{B} + \boldsymbol{\varphi}) \mathbf{A}^T + (\mathbf{y}_{t-1}^{DGP} \mathbf{B}_1 + \boldsymbol{\varphi}_1) \mathbf{A}_1^T T^{-\delta} + \Delta \mathbf{y}_{t-1}^{DGP} \boldsymbol{\Gamma}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (12)$$

gdzie $\delta \geq 0$, a pozostałe parametry pozostają bez zmian. Dla $\delta = 1$ proces (12) zawiera składniki korekty błędem, które są prawie zintegrowane w sensie Phillipsa (1988). Z kolei dla $\delta = 0$ proces (12) upraszcza się do (9). Przyjęto następujące wartości dla parametrów DGP: $P = 5$, $R = 2$, $r = 1$, $\alpha = -0,8$, $\xi = 0,5$. Wyniki eksperymentów Monte Carlo dla $T = 50$ przedstawiono na rysunku 1.



Rysunek 1.

Moc testu dla rozmiaru równego 5%, $P = 5$, $r = 1$, $R = 2$, $\alpha = -0,8$, $\xi = 0,5$, $T = 50$, DGP (12)

Wyniki dla kolejnych wartości parametru δ wskazują, po pierwsze, jaka jest moc testów dla bliskiej hipotezy alternatywnej w małych próbach, a po drugie, jak zmienia się moc testów wraz ze zbliżaniem się hipotezy alternatywnej do zerowej,

gdy $\delta \rightarrow \infty$. Wartości mocy testów dla $\delta = 1$ przedstawione na rysunku 1. wskazują, iż moc analizowanych testów dla bliskiej hipotezy alternatywnej jest zbliżona do rozmiaru nominalnego testu w krótkich próbach. Ponadto, spadek mocy spowodowany zbliżaniem hipotezy alternatywnej do zerowej jest stosunkowo szybki, bowiem dla $\delta = 0,3$ moc testu jest bliska rozmiarowi testu.

Należy zatem zauważyć, iż gdy siła mechanizmów korekty błędem jest bardzo mała i próba jest małowielka, wówczas identyfikacja właściwej liczby relacji kointegrujących w systemie za pomocą statystyk opartych na regule ilorazu wiarygodności jest zasadniczo niemożliwa, ponieważ moc testu jest zbliżona do rozmiaru testu. W szczególności, test ilorazu wiarygodności z poprawką Bartletta wskazywać będzie zwykle rząd kointegracji niższy od prawdziwego.

5. PODSUMOWANIE

Stwierdzono, iż test ilorazu wiarygodności z poprawką Bartletta posiada zwykle najmniejsze zniekształcenie rozmiaru testu, które ponadto często nie różni się istotnie statystycznie od zera, gdy długość próby jest umiarkowana oraz wartości parametrów korekty błędem są co najmniej umiarkowane ($\alpha < -0,2$). Wskazano jednak, iż gdy wartości parametru korekty błędem są niskie ($\alpha \geq -0,2$) i jednocześnie efekty krótkookresowe są relatywnie słabe ($\xi < 0,5$), wówczas test ilorazu wiarygodności z poprawką Bartletta charakteryzuje się znacznym zniekształceniem rozmiaru testu w kierunku zera, a wnioskowanie statystyczne za pomocą standardowego testu ilorazu wiarygodności i testu z poprawką Hansena i Rahbeka jest w tym przypadku bardziej wiarygodne z uwagi na założony rozmiar testu. Pokazano ponadto, iż zniekształcenie rozmiaru testów z prostą poprawką, która zależy wyłącznie od liczby obserwacji i stopnia opóźnień procesu, jest niewielkie, gdy długość próby jest przynajmniej umiarkowana, parametry mechanizmów korekty błędem są co najmniej umiarkowane ($\alpha < -0,2$) i siła efektów krótkookresowych jest stosunkowo niewielka ($\xi < 0,5$).

Test ilorazu wiarygodności z poprawką Bartletta charakteryzuje się zwykle większą mocą w krótkich próbach, niż standardowy test bez poprawki. Jednakże, żaden z rozważanych testów nie posiada satysfakcjonującej mocy w krótkich próbach, liczących ok. 50 obserwacji. Z kolei dla umiarkowanego licznego prób – ok. 100 obserwacji, moc testów rzędu kointegracji, opartych na regule ilorazu wiarygodności, jest satysfakcjonująca, gdy szybkość mechanizmu korekty błędem jest duża ($\alpha \leq -0,6$), lub gdy siła mechanizmów korekty błędem oraz siła efektów krótkookresowych są przynajmniej umiarkowane ($\alpha < -0,2$, $\xi > 0,5$).

Pokazano, iż wzrost korelacji składników losowych komponentu stacjonarnego i niestacjonarnego, dekomponowanych zgodnie z formą kanoniczną, powoduje znaczący wzrost mocy rozważanych testów oraz wzrost rozmiaru empirycznego testów, przy czym w przypadku testu z poprawką Bartletta oraz testu bootstrapowego rozmiar

empiryczny testu dąży do rozmiaru nominalnego, w przeciwieństwie do pozostałych testów.

Stwierdzono, iż moc zarówno testu standardowego, jak i testu z poprawką jest bliska rozmiarowi nominalnemu testu dla przypadku bliskiej hipotezy alternatywnej. Wyniki eksperymentów Monte Carlo dla ciągu hipotez alternatywnych, od standardowej do bliskiej, wskazują przy tym, iż wraz ze zbliżaniem się do bliskiej hipotezy alternatywnej moc testów bardzo szybko dąży do rozmiaru nominalnego.

Uniwersytet Łódzki

LITERATURA

- [1] Ahlgren N., Antell J., (2008), Bootstrap and Fast Double Bootstrap Tests of Cointegration Rank with Financial Time Series, *Computational Statistics & Data Analysis*, 52, 4754–4767.
- [2] Ahlgren N., Antell J., (2013), The Power of Bootstrap Tests of Cointegration Rank, *Computational Statistics*, DOI 10.1007/s00180-013-0425-6.
- [3] Ahlgren N., Juselius M., (2012), Tests For Cointegration Rank and the Initial Condition, *Empirical Economics*, 42, 667–691.
- [4] Barndorff-Nielsen O. E., Hall P., (1988), On the Level-Error After Bartlett Adjustment of the Likelihood Ratio Statistic, *Biometrika*, 75, 374–378.
- [5] Bartlett M. S., (1937), Properties of Sufficiency and Statistical Tests, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 160, 268–282.
- [6] Bartlett M. S., (1954), A Note on the Multiplying Factors for Various χ^2 Approximations, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, 16, 296–298.
- [7] Beran R., (1988), Prepivotng Test Statistics. A Bootstrap View of Asymptotic Refinements, *Journal of the American Statistical Association*, 83, 687–697.
- [8] Bravo F., (1999), A Correction Factor for Unit Root Test Statistics, *Econometric Theory*, 15, 218–227.
- [9] Cavaliere G., Rahbek A., Taylor A. M. R., (2010a), Testing for Cointegration in Vector Autoregressions with Non-stationary Volatility, *Journal of Econometrics*, 158, 7–24.
- [10] Cavaliere G., Rahbek A., Taylor A. M. R., (2010b), Cointegration Rank Testing under Conditional Heteroskedasticity, *Econometric Theory*, 26, 1719–1760.
- [11] Cavaliere G., Rahbek A., Taylor A. M. R., (2012), Bootstrap Determination of the Co-integration Rank in Vector Autoregressive Model, *Econometrica*, 80, 1721–1740.
- [12] Cheung Y.-W., Lai K. S., (1993), Finite-Sample Sizes of Johansen's Likelihood Ratio Tests for Cointegration, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 55, 313–328.
- [13] Cox D. R., Reid N., (1987), Parameter Orthogonality and Approximate Conditional Inference, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B*, 49, 1–39.
- [14] Cox D. R., Reid N., (1992), A Note on the Difference Between Profile and Modified Profile Likelihood, *Biometrika*, 79, 408–411.
- [15] Cribari-Neto F., Cordeiro G. M., (1996), On Bartlett and Bartlett-type Corrections, *Econometric Reviews*, 15, 339–367.
- [16] Davidson R., MacKinnon J. G., (2000), Bootstrap Tests: How Many Bootstraps?, *Econometric Reviews*, 19, 55–68.
- [17] Edgeworth F. Y., (1905), The Law of Error, *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 20, 36–65 i 113–141.

- [18] Efron B., (1979), Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife, *The Annals of Statistics*, 7, 1–26.
- [19] van Giersbergen N. P. A., (1996), Bootstrapping the Trace Statistics in VAR Models. Monte Carlo Results and Applications, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 58, 391–408.
- [20] Gonzalo J., Pitarakis J.-Y., (1999), Dimensionality Effect in Cointegration Analysis, w: R. F. Engle, H. White (ed.) *Cointegration, Causality, And Forecasting. A Festschrift in Honour of C.W.J. Granger*, Oxford University Press, New York, 212–229.
- [21] Hansen H., Rahbek A., (2002), Approximate Conditional Unit Root Inference, *Journal of Time Series Analysis*, 23, 1–28.
- [22] Haug A. A., (1996), Tests for Cointegration. A Monte Carlo Comparison, *Journal of Econometrics*, 71, 89–115.
- [23] Harris R. I. D., Judge G., (1998), Small Sample Testing for Cointegration Using the Bootstrap Approach, *Economics Letters*, 58, 31–37.
- [24] Hendry D. F., (1984), Monte Carlo Experimentation in Econometrics, w: Z. Griliches, M. D. Intriligator (ed.) *Handbook of Econometrics*, t. 2, 937–976.
- [25] Jensen J. L., Wood A. T. A., (1997), On the Non-Existence of a Bartlett Correction for Unit Root Tests, *Statistics & Probability Letters*, 35, 181–187.
- [26] Johansen S., (1996), *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press, Oxford.
- [27] Johansen S., (2002), A Small Sample Correction for the Test of Cointegrating Rank in the Vector Autoregressive Model, *Econometrica*, 70, 1929–1961.
- [28] Johansen S., Hansen H., Fachin S., (2005), *A Simulation Study of Some Functionals of Random Walks*, materiał powielony.
- [29] Kęblowski P., (2006a), Moc testu śladu z poprawką Bartletta w krótkiej próbie, w: A. Welfe (red.) *Metody Ilościowe w Naukach Ekonomicznych*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa, 47–59.
- [30] Kęblowski P., (2006b), Small Sample Power of Bartlett Corrected Likelihood Ratio Test of Cointegration Rank, w: A. Welfe (red.) *Proceedings of the Thirtieth Second International Conference Macromodels*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź, 73–85.
- [31] Kęblowski P., (2009), Małopróbkowe wnioskowanie o rzędzie kointegracji, rozprawa doktorska, UŁ.
- [32] Lawley D. N., (1956), A General Method for Approximating the Distribution of Likelihood Ratio Criteria, *Biometrika*, 43, 296–303.
- [33] Nielsen B., (1997), Bartlett Correction of the Unit Root Test in Autoregressive Models, *Biometrika*, 84, 500–504.
- [34] Omtzigt P., Fachin S., (2006), The Size and Power of Bootstrap and Bartlett-corrected Tests of Hypotheses on the Cointegration Vectors, *Econometric Reviews*, 25, 41–60.
- [35] Phillips P. C. B., (1988), Regression Theory for Near-Integrated Time Series, *Econometrica*, 56, 1021–1043.
- [36] Reimers H.-E., (1992), Comparisons of Tests for Multivariate Cointegration, *Statistical Papers*, 33, 335–359.
- [37] Reinsel G. C., Ahn S. K., (1989), Likelihood Ratio Test for Unit Roots and Forecasting Properties in the Nonstationary Vector AR Model, materiał powielony.
- [38] Reinsel G. C., Ahn S. K., (1992), Vector AR Models with Unit Roots and Reduced Rank Structure: Estimation, Likelihood Ratio Test, and Forecasting, *Journal of Time Series Analysis*, 13, 353–375.
- [39] Swensen A. R., (2006), Bootstrap Algorithms for Testing and Determining the Cointegration Rank in VAR Models, *Econometrica*, 74, 1699–1714.
- [40] Swensen, A. R., (2009), Corrigendum to 'Bootstrap Algorithms for Testing and Determining the Cointegration Rank in VAR Models, *Econometrica*, 77, 1703–1704.

- [41] Swensen A. R., (2011), A Bootstrap Algorithm for Testing Cointegration Rank in VAR Models in the Presence of Stationary Variables, *Journal of Econometrics*, 165, 152–162.
- [42] Toda H. Y., (1994), Finite Sample Properties of Likelihood Ratio Tests for Cointegrating Ranks when Linear Trends are Present, *The Review of Economics and Statistics*, 76, 66–79.
- [43] Toda H. Y., (1995), Finite Sample Performance of Likelihood Ratio Tests for Cointegrating Ranks in Vector Autoregressions, *Econometric Theory*, 11, 1015–1032.
- [44] Trenkler C., (2009), Bootstrapping Systems Cointegration Tests with a Prior Adjustment for Deterministic Terms, *Econometric Theory*, 25, 243–269.
- [45] Wilks S. S., (1938), The Large-Sample Distribution of the Likelihood Ratio for Testing Composite Hypotheses, *The Annals of Mathematical Statistics*, 9, 60–62.

WŁAŚCIWOŚCI WYBRANYCH METOD MAŁOPRÓBKOWEGO WNISKOWANIA O RZĘDZIE KOINTEGRACJI

Streszczenie

W artykule przedstawiono wyniki porównania właściwości małopróbkowych testów rzędu kointegracji. Przeprowadzone eksperymenty Monte Carlo dla różnych procesów generujących dane i różnych obszarów w przestrzeni parametrycznej wskazują, iż (i) test ilorazu wiarygodności z poprawką Bartletta posiada zwykle najlepsze własności, (ii) zastosowanie metody bootstrap dla testu z poprawką Bartletta nie prowadzi do poprawy własności testu, (iii) test asymptotyczny oraz testy z poprawkami na liczbę stopni swobody cechują się zwykle znacznym zniekształceniem rozmiaru testu, (iv) zastosowanie poprawki Bartletta prowadzi do nieznacznej poprawy mocy testu, (v) korelacja składników losowych komponentu stacjonarnego i niestacjonarnego formy kanonicznej powoduje znaczący wzrost mocy rozważanych testów oraz wzrost rozmiaru empirycznego testów, przy czym jedynie w przypadku testu z poprawką Bartletta oraz testu bootstrapowego rozmiar empiryczny testu dąży do rozmiaru nominalnego.

Słowa kluczowe: wnioskowanie małopróbkowe, rząd kointegracji, forma kanoniczna, bliskie hipotezy alternatywne

SMALL SAMPLE INFERENCE ON COINTEGRATION RANK

Abstract

In the paper, properties of small sample cointegration rank tests are compared. The Monte Carlo experiments conducted for different data generating processes and areas in the parametric space indicate that (i) the likelihood ratio test with Bartlett correction usually have the best properties, (ii) bootstrapping the Bartlett corrected test does not lead to improvement of test properties, (iii) size of asymptotic test and tests with degrees-of-freedom correction is usually heavily distorted, (iv) the Bartlett correction can lead to a small improvement of power, (v) correlation of error terms between stationary and non-stationary component of canonical form lead to a significant increase of power and size of test, but only size of Bartlett corrected test and bootstrapped test converge to nominal size.

Keywords: small sample inference, cointegration rank, canonical form, local alternatives

KATARZYNA HERTEL, AGNIESZKA LESZCZYŃSKA

UPORCZYWOŚĆ INFLACJI I JEJ KOMPONENTÓW – BADANIE EMPIRYCZNE DLA POLSKI¹

1. WPROWADZENIE

Uporczywość jest cechą szeregu czasowego wyrażającą inercję, tj. trwanie zjawiska po ustąpieniu jego przyczyny. Choć powszechnie uważa się, że inflacja wykazuje pewną uporczywość, to jednoznaczna identyfikacja jej źródeł jest trudna do przeprowadzenia. Fuhrer (2009) wskazuje na dwa główne źródła uporczywości inflacji: „nabytej” z inercji procesów produkcyjnych (ang. *inherited/extrinsic persistence*) oraz „wrodzonej” (ang. *intrinsic persistence*), wynikającej z samej natury inflacji: tj. procesu ustalania cen i formułowania oczekiwań.

Inercja inflacji może podlegać zmianom w czasie. Do najczęściej wymienianych przyczyn zmian uporczywości inflacji należy (Berben i in., 2005; Westelius, 2005; Fuhrer, 2009): przyjęcie przez bank centralny strategii bezpośredniego celu inflacyjnego, wzrost wiarygodności banku centralnego i modyfikacja sposobu formułowania oczekiwań inflacyjnych, zmiany uporczywości zmiennych dotyczących rynku pracy (wynagrodzeń czy naturalnej stopy bezrobocia) oraz zmiany w procesie ustalania cen. Skutkiem niższej inercji inflacji jest krótsze, choć silniejsze, oddziaływanie szoków na inflację i niższe koszty dezinflacji po stronie wzrostu gospodarczego (Fuhrer, Moore, 1995; Cecchetti, Debelle, 2006).

Celem artykułu jest oszacowanie stopnia i zmiany uporczywości inflacji w Polsce. Postawiono dwie hipotezy badawcze. Pierwsza z nich głosi, że w badanym okresie (styczeń 1999 r. – lipiec 2012 r.) nastąpił spadek uporczywości wskaźników inflacji, mierzonej za pomocą niestrukturalnych modeli szeregów czasowych. Spadek ten mógłby wystąpić na skutek zakotwiczenia oczekiwań inflacyjnych po przyjęciu przez Narodowy Bank Polski (NBP) strategii bezpośredniego celu inflacyjnego, jak również jako efekt transformacji i zmian w procesie ustalania cen przez przedsiębiorstwa.

Druga hipoteza dotyczy wskaźników inflacji na niższym stopniu agregacji i głosi, że poszczególne składniki różnią się poziomem uporczywości. Powody tej hetero-

¹ Autorki dziękują dr. J. Kwiatkowskiemu za cenne wskazówki dotyczące budowy i estymacji modeli klasy ARFIMA. Niniejszy artykuł przedstawia osobiste poglądy autorek i nie reprezentuje stanowiska NBP.

geniczności mogą wpływać z różnic w sposobie ustalania cen w poszczególnych sektorach gospodarki i w strukturze kosztów wytwarzania poszczególnych dóbr (por. Dhyne i in., 2006). W celu weryfikacji tej hipotezy podjęto próbę porównania poziomu i zmiany uporczywości CPI oraz jego głównych składników: żywności i napojów bezalkoholowych, żywności przetworzonej i nieprzetworzonej, energii, inflacji z wyłączeniem cen żywności i energii, towarów, usług, cen administrowanych, inflacji po wyłączeniu cen administrowanych, usług administrowanych i energii administrowanej.

Artykuł składa się z czterech części. Pierwsza z nich wyjaśnia znaczenie uporczywości inflacji, wskazuje na najczęściej stosowane metody jej estymacji oraz przytacza wcześniejsze wyniki dostępne w literaturze przedmiotu. Druga część poświęcona jest opisowi danych wykorzystanych w artykule i badaniu ich stacjonarności. Kolejna część opracowania zawiera szacunki uporczywości wykorzystujące metody oparte na modelach autoregresyjnych: sumę parametrów, największy pierwiastek charakterystyczny procesu AR oraz liczba okresów, po których wygasa połowa wielkości szoku (Marques, 2004; Pivetta, Reis, 2007; Fuhrer, 2009). Finalna część artykułu poświęcona jest testowaniu integracji ułamkowej analizowanych szeregów czasowych oraz szacunkom uporczywości inflacji w oparciu o modele ARFIMA (Koop i in., 1997; Baillie, 1996; Kwiatkowski, 1999a).

2. PRZEGLĄD LITERATURY

Uporczywość inflacji w badaniach empirycznych jest najczęściej analizowana na poziomie zagregowanych wskaźników cen: CPI lub inflacji bazowej (często definiowanej jako składnik inflacji). Wydaje się tymczasem, że analiza uporczywości inflacji zdezagregowanej może wnieść dodatkowe informacje umożliwiające głębsze zrozumienie charakteru procesów inflacyjnych oraz transmisji impulsów monetarnych, ze względu na potencjalną heterogeniczność procesów cenotwórczych w sektorach. Ocena skali tego zróżnicowania dla poszczególnych grup cen umożliwia wyodrębnienie komponentów, które przyczyniają się do zwiększenia uporczywości ogólnego wskaźnika inflacji. Pozwala ona również na weryfikację tezy, że średnia uporczywość inflacji w gospodarce może być wyższa niż uporczywość jej składników (tzw. efekt agregacji). Granger (1980) wykazał, że przy spełnieniu pewnych założeń agregacja pojedynczych procesów z krótką pamięcią daje w końcowym wyniku proces z długą pamięcią. Efekt agregacji na przykładzie wskaźników inflacji badali m.in. Altissimo, Mojon, Zaffaroni (2009).

Różny poziom uporczywości inflacji pomiędzy krajami tworzącymi unię monetarną sprawia że wspólna polityka pieniężna może mieć dla każdego z nich różne skutki (zob. Narodowy Bank Polski, 2009). Podobny efekt może wystąpić w przypadku wyraźnych różnic w uporczywości pomiędzy sektorami. Analizując zasadność budowania miar inflacji bazowej na zasadzie wyłączania np. cen żywności ze wskaź-

nika CPI, Walsh (2011) sugeruje, że wykluczenie z CPI komponentów o wyższej uporczywości i obserwowanie przez bank centralny wyłącznie pozostałej części cen może prowadzić do zafałszowanego obrazu całości procesów inflacyjnych (zob. również Altissimo, Ehrmann, Smets, 2006). Analiza uporczywości poszczególnych składników inflacji leży również u podstaw konstrukcji alternatywnych miar inflacji bazowej (por. Cutler, 2001).

W przypadku badania kierunku zmian uporczywości inflacji interesujące wydaje się to, czy następuje on w wyniku znaczącego obniżenia się uporczywości w jednym komponencie, czy też jest efektem podobnych zmian charakteru procesów cenotwórczych zachodzących w różnych sektorach gospodarki. Analiza zdezagregowana umożliwia więc po pierwsze, potwierdzenie wyniku uzyskanego na poziomie inflacji ogółem, a po drugie dokładniejszą identyfikację sektorowych źródeł zmian. Podsumowanie różnych wyników badań dotyczących uporczywości składników inflacji w Europie i na świecie zawiera tabela 1. Mając na uwadze rozbieżności wynikające z zastosowania różnej metodyki w większości przypadków można stwierdzić, że najczęściej występuje efekt agregacji. Składnikami o niższej niż średnia uporczywości są przede wszystkim ceny energii, czasami także ceny żywności (zwłaszcza nieprzetworzonej), natomiast najwyższa uporczywość występuje najczęściej w przypadku cen towarów nieżywnościowych.

Wydaje się, że na uporczywość inflacji wpływ mieć może również skala regulacji cen. Tematykę tę poruszają Lünemann i Mathä (2005) w swoim badaniu obejmującym poszczególne kraje UE15 oraz agregaty HICP (zharmonizowany wskaźnik cen konsumpcyjnych) dla UE15 i strefy euro. Zwracają oni uwagę na fakt, że z powodu obowiązywania instytucjonalnej procedury zmiany cen regulacja cen w gospodarce może sprzyjać ich inercji. Jednak na podstawie różnych wyników badań (zob. tabela 1) nie można jednoznacznie powiedzieć, czy inercja tych komponentów w prosty sposób przekłada się na inercję agregatu inflacji.

Badanie uporczywości może przebiegać na wiele różnych sposobów. Istnieją dwa podstawowe rodzaje metod: statystyczne (por. Marques, 2004; Pivetta, Reis, 2007; Fuhrer, 2009 i Altissimo, Mojon, Zaffaroni, 2009), które obejmują budowę modeli autoregresyjnych i analizę ich właściwości oraz strukturalne, opierające się w głównej mierze na analizie parametrów krzywej Phillipsa. Nowokeynesistowska krzywa Phillipsa pozwala na zbadanie uporczywości pochodzącej z bezwładności luki produkcyjnej (ang. *extrinsic persistence*). Z kolei w hybrydowej wersji krzywej (Gali, Gertler, 1999) można dodatkowo zaobserwować uporczywość wynikającą z samego procesu stanowienia cen, niezależnie od inercji luki produkcyjnej – ang. *intrinsic persistence*).

W niniejszej analizie wykorzystano modele niestrukturalne dla pojedynczych szeregów czasowych. Głównym powodem zaniechania analizy strukturalnej był duży stopień dezagregacji wykorzystanych wskaźników inflacji. Budowa krzywej Phillipsa dla każdego składnika wymagałaby oszacowania zdezagregowanej luki produkcyjnej, co znacząco wykracza poza zakres niniejszego artykułu.

Tabela 1.

Uporczywość inflacji i jej głównych komponentów – przegląd literatury

Źródło	Kraj (okres badania)	Miary uporczywości	Analizowane wskaźniki inflacji	Wnioski
Walsh (2011)	91 krajów	SUM, LAR, HL	CPI m/m w podziale na żywność i pozostałe ceny	uporczywość nieżywnościowej części CPI jest wyraźnie niższa niż żywności i CPI
Bilke (2005)	Francja (1972–2004)	SUM	CPI m/m, w tym 141 wskaźników cen towarów i usług oraz: żywność przetworzona i nieprzetworzona, towary, energia, usługi	CPI ogółem – wyższa uporczywość niż komponenty (efekt agregacji); najwyższa uporczywość – towary, najniższa – żywność nieprzetworzona i energia; uporczywość wyraźnie niższa po uwzględnieniu zmiany strukturalnej
Lünnemann, Mathä (2004)	UE i strefa euro (1995–2003)	SUM, MR	łącznie 1400 zdezagregowanych komponentów HICP kw/kw	najwyższa uporczywość – żywność, istotnie niższa – usługi i dobra trwałe
Lünnemann, Mathä (2005)	UE i strefa euro (1995–2004)	SUM	HICP kw/kw w podziale na usługi i pozostałe ceny oraz na ceny regulowane i pozostałe ceny	usługi – wyższa uporczywość niż HICP ogółem, w przypadku samych cen regulowanych brak wyraźnych różnic
Clark (2006)	USA (1959–2002)	SUM	wskaźnik inflacji osobistych wydatków konsumpcyjnych (PCE), po wyłączeniu cen żywności i energii oraz podział na dobra trwałe, nietrwałe i usługi, m/m i kw/kw	zauważalny efekt agregacji; brak znaczących różnic w uporczywości dóbr trwałych, nietrwałych i usług (jeśli nie uwzględnimy zmiany strukturalnej – przesunięcia średniej); uwzględnienie zmiany powoduje obniżenie uporczywości cen dóbr nietrwałych i usług oraz agregatu
Babecký, Horváth, Coricelli (2009)	Czechy (1994–2005)	statystyki testowe ADF, PP, KPSS	412 wskaźników cen towarów i usług oraz agregaty: wskaźnik cen ogółem, dobra handlowalne i niehandlowalne + 12 kategorii COICOP r/r	najślabsza uporczywość – surowce, najsilniejsza – dobra trwałe; ceny regulowane – niższa uporczywość niż w większości pozostałych analizowanych kategorii, usługi – uporczywość nieznacznie powyżej średniej dla analizowanych kategorii

SUM – suma parametrów autoregresyjnych; LAR – największy pierwiastek charakterystyczny wielomianu AR; HL – półokres wygasania szoku; MR – ang. *mean reversion* – parametr wyrażający częstotliwość powrotu do średniej.

Źródło: opracowanie własne.

3. DANE

Siła inercji w szeregu czasowym inflacji jest silnie powiązana z mechanizmami stanowienia cen poszczególnych produktów. W części empirycznej analizowany jest stopień uporczywości inflacji w podziale na główne składniki: CPI, żywność i napoje bezalkoholowe (również w podziale na przetworzoną i nieprzetworzoną), energia, inflacja po wyłączeniu cen żywności i energii (dalej – inflacja bazowa), towary, usługi. Wyróżnienie podobnych podziałów wskaźników cen, skonstruowanych choćby do celów porównawczych, możemy znaleźć w wielu pracach na temat uporczywości inflacji na poziomie zdezagregowanym (zob. tabela 1).

Aby zweryfikować wpływ czynnika regulacyjnego na ceny w Polsce oraz ustalić relatywną skalę zmian uporczywości tej kategorii cen, w niniejszym badaniu zastosowano także alternatywną dezagregację wskaźnika CPI, wyodrębniając z niego wskaźnik cen administrowanych² oraz wskaźnik obejmujący pozostałe ceny. Ceny administrowane podzielono zaś dalej na wskaźnik cen energii i wskaźnik cen usług, aby sprawdzić, czy regulacja w poszczególnych sektorach gospodarki różni się co do charakteru pod względem trwałości szoku.

Wszystkie analizowane wskaźniki cen powstały w wyniku agregacji tzw. wskaźników cen grup elementarnych towarów i usług konsumpcyjnych obliczanych przez Główny Urząd Statystyczny. Obliczenia prowadzone są zgodnie z metodyką stosowaną przez GUS. Podział na składniki został dokonany na podstawie grup COICOP (por. Eurostat, 2001). Ich skład przedstawiony został w Załączniku. Indeksy te wyrażone są w postaci odsezonowanych (TRAMO/SEATS) wskaźników w ujęciu m/m z okresu od stycznia 1999 r. do lipca 2012 r.

Wybrane szeregi czasowe zostały poddane badaniu niestacjonarności, która jest silnie związana z zagadnieniem uporczywości. Jeśli proces zawiera pierwiastek jednostkowy, to można przyjąć, że jego uporczywość jest bardzo silna.

W celu zweryfikowania stacjonarności analizowanych szeregów czasowych zastosowano testy pierwiastka jednostkowego (rozszerzony test Dickeya-Fullera – ADF (Said, Dickey, 1984) i Phillipsa-Perrona – PP (Phillips, Perron, 1988)) oraz stacjonarności Kwiatkowskiego, Phillipsa, Schmidta i Shina – KPSS (Kwiatkowski i in., 1992). Sprzeczne wyniki testów pierwiastka jednostkowego i stacjonarności (np. odrzucenie hipotezy zerowej zarówno w teście ADF jak i KPSS) wynikać mogą ze słabej mocy tych testów. Inną możliwością, wskazaną przez Hasslera i Woltersa (1995) jest zintegrowanie danego szeregu w stopniu ułamkowym. Test KPSS może zbyt często prowadzić do odrzucenia H_0 również wówczas, gdy szereg charakteryzuje się zmianą strukturalną (zob. Lee, Amsler, 1997).

² Szczegółowa definicja cen administrowanych oraz opis konstrukcji wskaźników są zamieszczone na stronie NBP: <http://nbp.pl/statystyka/bazowa/metodologia.pdf>.

Tabela 2.

Wartości statystyk testowych testów pierwiastka jednostkowego

Wskaźnik	ADF	PP	KPSS	Test ZA	Zmiana strukturalna w teście ZA
CPI	-6,81 ***	-6,99 ***	0,38	-5,832 ***	2001:06
Bazowa	-4,35 ***	-7,47 ***	0,72**	-5,726 ***	2001:06
Energia	-9,47 ***	-10,72 ***	0,26	-7,399 ***	2001:03
Żywność	-9,21 ***	-9,21 ***	0,08	-9,723 ***	2001:06
Żyw_przet	-6,24 ***	-6,24 ***	0,07	-6,671 ***	2001:01
Żyw_nprzet	-11,96 ***	-11,94 ***	0,07	-12,291 ***	2001:07
CPI_bez_adm	-6,75 ***	-6,81 ***	0,28	-8,240 ***	2001:06
Usługi	-4,15 ***	-5,06 ***	0,73**	-6,434 ***	2001:06
Towary	-2,89 ***	-6,97 ***	0,66**	-4,742 *	2001:06
Admin	-4,14 ***	-9,11 ***	0,35	-5,918 ***	2001:06
Energia_adm	-13,07 ***	-13,08 ***	0,15	-7,096 ***	2008:02
Usługi_adm	-7,60 ***	-7,60 ***	0,58**	-8,037 ***	2001:06

Rząd opóźnień został wybrany na podstawie kryteriów informacyjnych. W tabeli podano wartości krytyczne testów. Gwiazdkami oznaczono odrzucenie hipotezy zerowej na poziomach istotności: 1% (***), 5% (**) i 10% (*).

Źródło: obliczenia własne.

Wyniki testów ADF oraz PP (zob. tabela 2) wskazują, że wszystkie analizowane szeregi są stacjonarne (hipoteza o istnieniu pierwiastka jednostkowego została odrzucona na 1% poziomie istotności). Z drugiej strony, w przypadku szeregów czasowych inflacji bazowej, usług, towarów i usług administrowanych, wyniki testu KPSS wskazują na odrzucenie hipotezy o stacjonarności na poziomie istotności 5%. Zachodzi więc możliwość, że w przypadku tych szeregów czasowych należy poszukać dla nich innej, bardziej złożonej specyfikacji (integracja ułamkowa, stacjonarność wokół nieliniowego trendu, itp., Kwiatkowski i in., 1992).

Istotnym zagadnieniem z punktu widzenia stacjonarności i późniejszego badania uporczywości szeregów czasowych inflacji jest występowanie zmian strukturalnych. Perron (1989) wskazuje, że nieuwzględnienie istniejących zmian strukturalnych może znacząco zaburzyć wyniki testów pierwiastków jednostkowych.

W przypadku analizowanego szeregu inflacji zmiana strukturalna jest możliwa z kilku powodów. Po pierwsze, w analizowanym okresie istotnie ewoluowała strategia polityki pieniężnej – w 1999 roku wprowadzono strategię bezpośredniego celu inflacyjnego, który przez początkowe lata dodatkowo ulegał zmianom (por. „Strategia polityki pieniężnej po 2003 roku”). W szczególności wiarygodne wprowadzenie

bezpośredniego celu inflacyjnego pociąga za sobą zakotwiczenie oczekiwań (Walsh, 2009) i zmianę strukturalną w szeregu inflacji. Franta, Saxa i Šmídková (2010) wskazują na dodatkowe źródła zmian strukturalnych w inflacji krajów Europy Środkowo-Wschodniej. Są to konwergencja w ramach Unii Europejskiej, deregulacja cen oraz efekt krótkich szeregów czasowych.

Uwzględniając możliwość występowania zmiany strukturalnej, przeprowadzono test pierwiastka jednostkowego Zivota i Andrews (1992). Jego wyniki zaprezentowano w tabeli 2. Hipotezą zerową testu jest występowanie pierwiastka jednostkowego, a alternatywną – stacjonarność szeregu po uwzględnieniu jednej zmiany strukturalnej w średniej. Statystyczną istotność występowania zmiany strukturalnej wskazanej w teście Zivota-Andrewsa zweryfikowano dodatkowo testem Chowa. Wyniki testu Zivota-Andrewsa świadczą, że w niemal każdym przypadku hipoteza zerowa mówiąca o pierwiastku jednostkowym została odrzucona na poziomie istotności 1% na rzecz hipotezy alternatywnej, głoszącej, że dany szereg czasowy jest stacjonarny i jednocześnie zawiera zmianę strukturalną w średniej. Jedynym wyjątkiem jest szereg towarów, w przypadku którego brakuje podstaw do odrzucenia hipotezy mówiącej o występowaniu pierwiastka jednostkowego na poziomie istotności 5% (choć na poziomie istotności 10% można mówić o stacjonarności z uwzględnieniem zmiany strukturalnej).

Godny uwagi jest również fakt, że większość szeregów czasowych wykazuje zmianę strukturalną w tym samym okresie – tj. w pierwszej połowie 2001 roku. Zmiana średniej szeregów czasowych inflacji w tym okresie może mieć dwa źródła. Pierwsze z nich to polityka pieniężna, podlegająca transformacji w latach 1999–2003. Drugim powodem może być silny spadek inflacji związany ze znacznym spowolnieniem gospodarczym występującym w latach 2001 i 2002.

Biorąc pod uwagę wyniki testów stacjonarności, ocena uporczywości w dalszej części pracy zostanie przeprowadzona według dwóch, konkurencyjnych metod. Pierwsza z nich zakłada, że po uwzględnieniu zmiany strukturalnej w pierwszej połowie 2001 roku szeregi są stacjonarne. Odpowiedzią na tak postawiony problem jest analiza szeregów czasowych w klasie modeli AR. W tej części posłużono się szeregami w postaci odchyłeń od średniej, z uwzględnieniem zmiany strukturalnej w szeregach: CPI, inflacji bazowej, energii, CPI z wyłączeniem cen administrowanych, usług, towarów, wskaźnika cen administrowanych i usług administrowanych. W przypadku pozostałych szeregów czasowych wyniki testu Chowa nie potwierdziły istotności zmiany strukturalnej, dlatego szeregi zostały pozbawione średniej stałej w całej próbie.

Drugi sposób pomiaru uporczywości wynika z przyjętego założenia o braku zmiany strukturalnej i jednoczesnym zintegrowaniu szeregów inflacji w stopniu ułamkowym. Szerszy opis tego zagadnienia oraz formalne testowanie zasadności przyjęcia tych dwóch metod znajdują się w piątej sekcji artykułu.

4. MIERNIKI UPORCZYWOŚCI OPARTE NA JEDNOWYMIAROWYCH MODELACH AUTOREGRESJI

Z punktu widzenia celu niniejszego badania metody niestrukturalne stanowią wystarczające narzędzie analizy stopnia uporczywości i jej zmian i są do tego celu powszechnie wykorzystywane (por. Marques, 2004; Pivetta, Reis, 2007; Fuhrer, 2009; Altissimo i in., 2009).

Do oceny uporczywości analizowanych szeregów czasowych posłużono się kilkoma miernikami związanymi z modelem autoregresyjnym zbudowanym dla szeregów inflacji w postaci odchyłeń do średniej:

$$x_t = \sum_{j=1}^p \beta_j x_{t-j} + \epsilon_t, \quad (1)$$

gdzie: x_t to analizowany szereg odchyłeń poziomu inflacji od średniej z uwzględnioną zmianą strukturalną.

Wykorzystano następujące mierniki:

- 1) najwyższy pierwiastek wielomianu charakterystycznego modelu (1) (ang. *largest autoregressive root* – LAR, Stock, 1991; De Jong, Whiteman, 1991);
- 2) sumę parametrów w modelu (1) (ang. *sum of the coefficients* – SUM, Nelson, Plosser, 1982);
- 3) liczba okresów, po jakich wygaśnie połowa pojedynczego szok w modelu (ang. *half-life* – HL).

Pierwsza miara uporczywości związana jest z wielomianem opóźnień modelu AR(p):

$$x_t - \sum_{j=1}^p \beta_j x_{t-j} = \prod_{j=1}^p (1 - \lambda_j L) x_t + \epsilon_t, \quad (2)$$

gdzie $LAR \equiv \max |\lambda_j|$.

Z punktu widzenia tempa wygasania szoków w modelu, najwyższy pierwiastek równania charakterystycznego procesu AR jest decydującym czynnikiem siły oddziaływania zadanego szok w długim okresie (Pivetta, Reis, 2007). W ekstremalnym wypadku, kiedy pierwiastek ten wynosi 1, proces opisany danym modelem ma nieskończoną inercję, z drugiej strony – pierwiastek równy zero sprawia, że szoki oddziałujące na szereg natychmiastowo wygasają. W przypadkach pośrednich, im wyższy pierwiastek, tym proces powrotu do poziomu sprzed powstania szok trwa dłużej. Wadą stosowania LAR jako miary uporczywości jest fakt, że ignoruje on pozostałe pierwiastki wielomianu charakterystycznego, co może nieco zniekształcać wyniki (Phillips, 1991; Andrews, 1993).

Drugą miarę otrzymaną na podstawie modelu AR(p) stanowi suma parametrów modelu (1):

$$SUM = \sum_{j=1}^p \beta_j. \quad (3)$$

Miara ta z jednej strony uwzględnia wszystkie parametry przy opóźnionej zmiennej objaśnianej w modelu. Z drugiej zaś, wadą jej jest przykładanie równej wagi do wszystkich współczynników autoregresyjnych.

Trzecia miara uporczywości – HL wykorzystuje funkcję odpowiedzi na impuls w postaci liczby okresów, po jakich wygaśnie połowa jednostkowego szoku w modelu.

HL dla modelu (1) przy rzędzie autoregresji oblicza się za pomocą wzoru (por. Rossi, 2005):

$$HL = \frac{\ln(0,5)}{\ln(\beta_1)}. \quad (4)$$

Dla modeli o wyższym rzędzie autoregresji miara (4) jest obciążona i dokładniejszych wyników dostarcza wyznaczenie HL bezpośrednio z funkcji odpowiedzi na impuls. Zaletą HL jest łatwa interpretacja wyniku i ich porównywalność dla różnych postaci modelu. W przypadku gdy funkcja odpowiedzi na impuls oscyluje wokół zera (co może się zdarzyć na przykład gdy któryś współczynnik w modelu AR jest ujemny) HL znacząco zaniża ocenę uporczywości.

Badanie polegało na oszacowaniu parametrów modeli AR(p) dla każdego z komponentów inflacji, w przesuwanym, 9-letnim oknie estymacji. Szeregi zostały wyrażone jako odchylenia od średniej, mając na względzie poprawkę związaną ze zmianą strukturalną w czerwcu 2001 roku.

Rząd opóźnień dla każdego składnika został wybrany na całej próbie na podstawie kryteriów informacyjnych (zob. tabela 3). Jakość wybranej postaci modelu oceniono za pomocą testu autokorelacji składnika losowego. Z otrzymanych rezultatów testów Portmanteau wynika, że składniki losowe w omawianych modelach nie wykazują autokorelacji na poziomie istotności 10%.

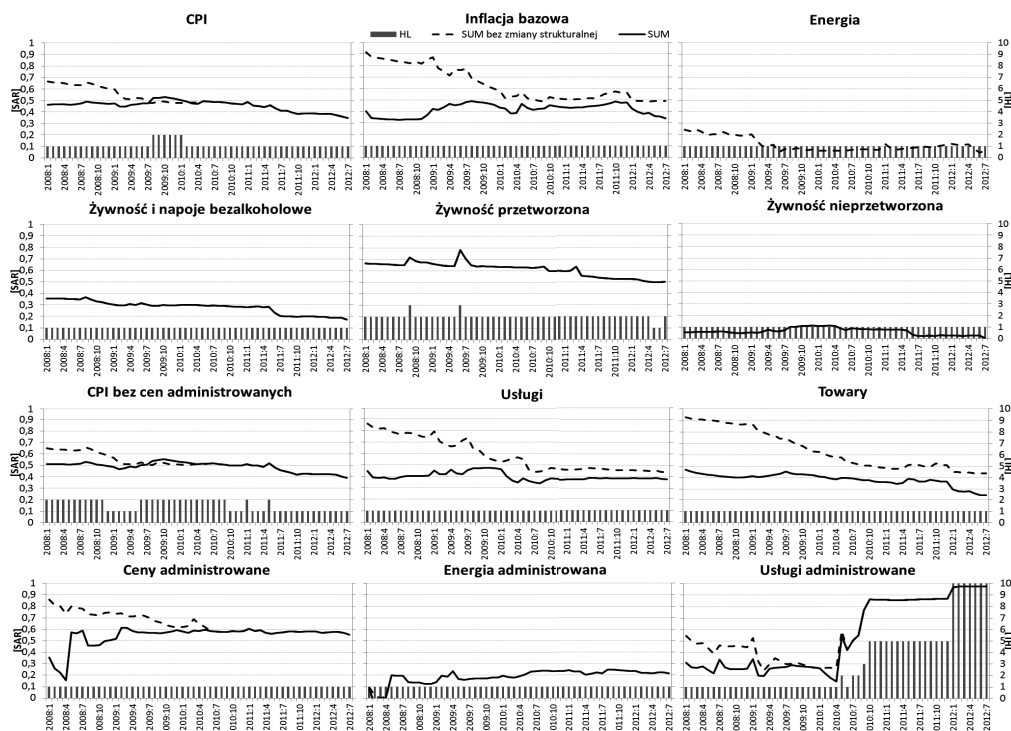
Tabela 3.

Rząd autoregresji w modelach AR(p) opisujących poszczególne szeregi inflacji

Wskaźnik	Rząd AR	Wskaźnik	Rząd AR
CPI	AR(1)	CPI_bez_adm	AR(1)
Bazowa	AR(2)	Usługi	AR(1)
Energia	AR(2)	Towary	AR(2)
Żywność	AR(1)	Admin	AR(3)
Żyw_przet	AR(1)	Energia_adm	AR(3)
Żyw_nprzet	AR(1)	Usługi_adm	AR(1)

Źródło: obliczenia własne.

Opierając się na oszacowanych parametrach modeli AR dla wskaźnika CPI i jego składników (postaci wskazanej w tabeli 3), dla każdego szeregu inflacji policzono miary uporczywości: LAR, SUM i HL. Biorąc pod uwagę fakt, że model AR(1) był najczęściej wskazywany przez kryteria informacyjne, miary LAR i SUM są często tożsame. Dlatego też na wykresie ilustrującym poziom i zmianę uporczywości (rysunek 1) umieszczone zostały jedynie sumy parametrów AR oraz HL. Dodatkową informacją, na którą warto zwrócić uwagę jest suma parametrów w modelu bez uwzględnienia zmiany strukturalnej w średniej na początku 2001 roku (na wykresach zaznaczona jest ona przerywaną linią).



Rysunek 1. Suma parametrów modelu AR(p) oraz HL

Źródło: opracowanie własne.

Z otrzymanych wyników można wyciągnąć następujące wnioski. Najwyższą uporczywością charakteryzują się szeregi czasowe: cen administrowanych, towarów, usług, inflacji bazowej i żywności przetworzonej. Najniższą z kolei, wykazują szeregi energii, energii administrowanej, żywności ogółem oraz żywności nieprzetworzonej.

Liczba okresów, po których wygaśnięcie połowa szoku (HL) w większości szeregów czasowych wynosi tylko jeden okres. Wyjątek stanowią szeregi usług administrowa-

nych, gdzie połowa wartości szoku wygasa po więcej niż 10 okresach, i żywności przetworzonej, dla którego HL wynosi przeciętnie 2 miesiące.

Oszacowanie uporczywości w przypadku szeregów czasowych cen administrowanych, w szczególności usług administrowanych, jest trudne do wykonania ze względu na skokowe i krótkotrwale zmiany poziomu szeregu, będące następstwem decyzji administracyjnych. Z tego względu do oszacowania parametrów modeli klasy AR w przypadku szeregów czasowych cen administrowanych należy podchodzić z większą ostrożnością.

Na uwagę zasługuje także silny wpływ zmiany strukturalnej na wyniki szacunków uporczywości (por. przerywana linia na wykresie – SUM w modelach skonstruowanych bez uwzględnienia tej zmiany). Jeżeli jest szacowana na podstawie surowych szeregów, jest dużo wyższa i wykazuje tendencję do spadku w czasie. Spadek ten przestaje być wyraźny, kiedy w przesuwanym oknie estymacji uwzględnimy zmianę strukturalną. Hipoteza o spadku uporczywości nie może zostać potwierdzona dla większości szeregów czasowych. Tendencję spadkową wykazują jedynie miary uporczywości dla szeregów: towarów i żywności przetworzonej.

5. UPORCZYWOŚĆ INFLACJI W ŚWIELE INTEGRACJI UŁAMKOWEJ

Uwzględnianie potencjalnych zmian strukturalnych w szeregach czasowych inflacji w trakcie badania jej uporczywości ma poważny wpływ na uzyskane wyniki. Mayoral (2006) i Dolado, Gonzalo, Mayoral (2006), pokazali, że pewne cechy stacjonarnych szeregów czasowych zawierających zmiany strukturalne, w tym m.in. podobna struktura autokorelacyjna szeregów czasowych, mogą wystąpić również w przypadku szeregów czasowych zintegrowanych ułamkowo i dlatego procesy te mogą być ze sobą mylone.

Fakt, że szeregi inflacji mogą reagować na szoki inaczej niż tylko w sposób permanentny, ale jednocześnie bardziej uporczywy niżby to wynikało ze stopnia integracji równego 0, został w literaturze wielokrotnie udokumentowany. Baillie (1996) przytacza przykłady zastosowania modeli ARFIMA do modelowania inflacji w kilku wczesnych publikacjach. Wykorzystując tę klasę modeli Meller, Nautz (2009) analizowali zmianę uporczywości inflacji w krajach strefy euro po wprowadzeniu wspólnej waluty. Gadea, Mayoral (2006) estymowały parametry modeli klasy ARFIMA, a następnie wykorzystały je do analizy uporczywości inflacji w 21 krajach OECD. Franta, Saxa i Šmidkova (2010) zaprezentowali badanie uporczywości inflacji dla nowych krajów członkowskich UE pokazując, że implikacje dla uporczywości inflacji w sytuacji skokowej zmiany niektórych parametrów modelu oraz w przypadku występowania integracji ułamkowej wyraźnie się różnią. Na podobne różnice wskazuje też Bos (2001), który na przykładzie inflacji w USA wykazuje, że uwzględnienie długiej pamięci w modelowaniu inflacji znacznie podwyższa jakość prognoz i zmniejsza ich niepewność.

Tradycyjnie, analiza szeregów czasowych skupiała się wokół dwóch alternatyw: obecności pierwiastka jednostkowego, czyli nieskończonej pamięci, oraz braku pierwiastka jednostkowego, czyli krótkiej pamięci oznaczającej wygasanie szoków w skończonym, krótkim horyzoncie czasowym. Ujęcie to nie bierze jednak pod uwagę możliwości wystąpienia przypadków pośrednich, w których parametr d , oznaczający stopień integracji, przyjmuje wartości niecałkowite. Tymczasem analiza integracji ułamkowej pozwala na scharakteryzowanie szerszej i bardziej ogólnej klasy procesów. Jeśli przyjmiemy, że poziom inflacji (y_t) jest procesem integracji ułamkowej, zintegrowanym w stopniu d ($y_t \sim I(d)$), to można zapisać go w postaci (por. Kwiatkowski, 1999b; Baillie, 1996): $\Delta^d y_t = z_t$, gdzie:

$$\Delta^d = (1 - L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-L)^k = 1 - dL - \frac{d(1-d)L^2}{2!} - d(1-d)(2-d)L^3/3! - \dots, \quad (5)$$

dla $d > -1$, gdzie: L – operator opóźnień, d – stopień integracji.

Jeśli z_t jest białym szumem, proces y_t nazywany jest ułamkowym białym szumem. Jeśli z_t jest stacjonarnym i odwracalnym procesem ARMA(p,q), to y_t nazywany jest procesem ARFIMA(p,d,q) (Granger, Joyeux, 1980; Hosking, 1981).

Parametr d nazywany jest również „parametrem pamięci”, gdyż determinuje on średnio- i długookresowy wpływ szoków na przebieg procesu. Ze względu na wartość d , procesy zintegrowane ułamkowo dzielimy na (por. Kwiatkowski, 1999b): procesy stacjonarne, z krótką pamięcią ($d = 0$), procesy stacjonarne z tzw. średnią pamięcią ($d \in (-0,5, 0)$), procesy stacjonarne z długą pamięcią ($d \in (0, 0,5)$). Dla $d \in (-0,5, 1)$ szoki są przejściowe, ale ich wygasanie trwa tak długo, że wariancja procesu jest niestąła w czasie co sprawia, że proces jest niestacjonarny. W końcu, $d = 1$ oznacza, że proces jest niestacjonarny – ma asymptotycznie dążącą do nieskończoności wariancję, a szoki mają wpływ na poziom procesu w długim horyzoncie.

Gadea, Mayoral (2006) przytaczają możliwe przyczyny, dla których szeregi czasowe, a w szczególności indeksy cen konsumpcyjnych, mogą charakteryzować się integracją ułamkową. Jedną z nich może być ułamkowy charakter procesów opisujących zachowanie ceny niektórych surowców (zob. również Baillie, 1996), który następnie wpływa na ceny produktów przetworzonych. Drugim wyjaśnieniem są skutki agregacji dużej liczby pojedynczych niezależnych i stacjonarnych procesów AR(1). Przy założeniu wystarczającej indywidualnej uporczywości i heterogeniczności można pokazać, że wynikiem agregacji jest proces z długą pamięcią (to wspomniany już efekt agregacji). Z podanych powodów, niniejsze badanie obejmuje również analizę potencjalnej integracji ułamkowej szeregu inflacji oraz jej komponentów.

W celu zweryfikowania czy analizowane szeregi czasowe lepiej opisuje proces $I(0)$ ze zmianą strukturalną czy proces zintegrowany w stopniu ułamkowym przeprowadzono test SB-FDF (Structural Break Fractional Dickey-Fuller) zaproponowany przez Dolado, Gonzalo, Mayoral (2006). Test ten, zbliżony w konstrukcji do testu ADF, jako hipotezę zerową przyjmuje proces zintegrowany w stopniu d , ($y_t \sim I(d)$),

$0 < d \leq 1$), wobec alternatywy $y_t \sim I(0)$. Opiera się on na statystyce t dla parametru φ w równaniu:

$$\Delta^d y_t = \Delta^d A_B(t) - \varphi A_B(t-1) + \varphi y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (6)$$

gdzie: $A_B(t)$ – składnik deterministyczny, w którym występuje zmiana strukturalna w chwili $t = T_B$ (w rozważanym przez nas przypadku składnik deterministyczny obejmuje stałą, która może ulec przesunięciu w chwili $T_B + 1$, choć test ten umożliwia także analizę zmian strukturalnych innego rodzaju), $\varepsilon_t \sim IID(0, \sigma^2)$.

W celu uzyskania wstępnej wartości parametru d , dla każdego z szeregów czasowych oszacowano parametr integracji ułamkowej dwiema metodami: estymatorem lokalnym Whittle’a (Shimotsu, Phillips, 2005), często wykorzystywanym do testowania stopnia integracji za pomocą testów powyższego typu (zob. Sephton, 2009; Dolado, Gonzalo, Mayoral, 2009) oraz metodą Geweke i Porter-Hudak (GPH, 1983), ze względu na relatywnie częste odniesienia do tej metody w literaturze nt. uporczywości inflacji (np. Gadea, Mayoral, 2006; Franta, Saxa, Šmidková, 2010). Następnie przetestowano występowanie integracji ułamkowej w sytuacji, gdy alternatywą są opisane w poprzednich częściach artykułu procesy $I(0)$ uwzględniające zmianę strukturalną (przesunięcie średniej). Zastosowano wersję testu umożliwiającą endogeniczny wybór momentu zmiany wartości średniej, odwołującą się w swojej konstrukcji do testu Zivota-Andrewsa. Potencjalna zmiana strukturalna występuje w chwili T_B , która definiuje obserwację, dla której odrzucenie H_0 jest najbardziej prawdopodobne, czyli tam, gdzie statystyka testowa $t_{\varphi(\lambda)}$ przyjmuje najniższą wartość.

W przypadku tych szeregów, w których wcześniejsza analiza nie wykazała zmian strukturalnych, dodatkowo przetestowano integrację ułamkową szeregów wobec zintegrowania w stopniu 0. Do tego celu wykorzystano zarówno wersję testu FDF zakładającą brak zmian strukturalnych, jak i zmodyfikowanego testu EFDF (Efficient FDF, Dolado, Gonzalo, Mayoral, 2009). W tym drugim teście hipotezy zostały zdefiniowane odwrotnie, tzn. $H_0: y_t \sim I(0)$, $H_1: y_t \sim I(d)$, $0 < d \leq 1$, natomiast statystyka t odnosi się do parametru ψ w zmodyfikowanym równaniu:

$$y_t = \psi s_{t-1}(d) + \varepsilon_t, \quad (7)$$

gdzie: $s_{t-1}(d) = \frac{1-\Delta^d}{d} y_t$.

Wszystkie testy przeprowadzone były na szeregach odchyłeń obserwowanej miesięcznej dynamiki cen od ich średniej. Testowanie odbywało się dla założonych, wartości parametru d oszacowanego metodą Whittle’a. Poniżej, dla porównania, podano wartości d estymowane obiema metodami. Wyniki testów SB-FDF oraz FDF i EFDF bez zmian strukturalnych przedstawiono w tabeli 4.

Na podstawie wyników testów można zauważyć, że wartość parametru d ma w przypadku analizowanych szeregów czasowych duże znaczenie. Jeśli prawdziwa

Tabela 4.

Wyniki testu SB-FDF z endogenicznie wybieraną datą zmiany strukturalnej dla kolejnych wskaźników cen przy założeniu różnych wartości parametru d : oszacowanych metodą GPH (d_gph) i Whittle'a (d_whit)

d	CPI	Bazowa	Żywność	Żyw_przet	Żyw_nprzet	CPI_bez_a_dm	Usługi	Towary	Admin	Energia_a_dm	Usługi_ad_m	Energia	wart kryt 5%	wart kryt 10%
Test SB-FDF														
0,1	3,18	0,83	2,24	6,94	-0,70	4,14	3,17	1,72	-0,03	-2,21	2,42	-0,07	-2,43	-2,06
0,2	1,55	-0,77	0,76	4,87	-1,94	2,48	1,50	0,18	-1,55	-3,45	0,88	-1,29	-2,63	-2,27
0,3	0,01	-2,32	-0,67	3,00	-3,18	0,92	-0,08	-1,28	-2,99	-4,69	-0,58	-2,51	-2,78	-2,44
0,4	-1,43	-3,79	-2,04	1,30	-4,42	-0,55	-1,56	-2,70	-4,36	-5,94	-1,98	-3,73	-2,99	-2,67
0,6	-4,10	-6,59	-4,68	-1,71	-6,94	-3,28	-4,31	-5,33	-6,89	-8,47	-4,63	-6,21	-3,53	-3,24
0,7	-5,34	-7,90	-5,95	-3,07	-8,23	-4,56	-5,59	-6,56	-8,07	-9,77	-5,92	-7,49	-3,85	-3,52
0,8	-6,53	-9,15	-7,18	-4,34	-9,53	-5,79	-6,80	-7,73	-9,20	-11,08	-7,19	-8,80	-4,07	-3,76
0,9	-7,66	-10,33	-8,38	-5,51	-10,85	-6,96	-7,95	-8,85	-10,28	-12,40	-8,43	-10,14	-4,27	-3,98
Test FDF														
0,1	-	-	2,53	7,45	-0,55	-	-	-	-	-1,68	-	-	-1,89	-1,55
0,2	-	-	1,00	5,28	-1,81	-	-	-	-	-2,98	-	-	-1,95	-1,57
0,3	-	-	-0,46	3,33	-3,06	-	-	-	-	-4,26	-	-	-2,00	-1,64
0,4	-	-	-1,87	1,57	-4,31	-	-	-	-	-5,53	-	-	-2,13	-1,68
Test FDF														
0,1	-	-	3,35	7,51	0,00	-	-	-	-	0,29	-	-	1,64	1,28
0,2	-	-	3,51	8,01	0,10	-	-	-	-	0,21	-	-	1,64	1,28
0,3	-	-	3,63	8,44	0,19	-	-	-	-	0,13	-	-	1,64	1,28
0,4	-	-	3,72	8,80	0,27	-	-	-	-	0,05	-	-	1,64	1,28
data zm strukt	cze-01	cze-01	sty-01	sty-01	cze-01	sty-01	cze-01	cze-01	cze-01	sie-01	lip-01	sty-01		
d_gph	0,78	0,97	0,17	0,25	0,02	0,55	1,00	0,95	1,02	0,44	0,69	0,39		
d_whit	0,46	0,62	0,17	0,36	-0,03	0,43	0,59	0,61	0,50	0,21	0,35	0,16		

Podkreślono wartość d , dla której wartość estymowana metodą Whittle'a jest najbliższa. Kolorem szarym zaznaczono te wartości d dla danego szeregu, dla których hipoteza zerowa jest odrzucona na 5% poziomie istotności. Testy przeprowadzono na szeregach zawierających 163 obserwacje. Wartości krytyczne: SB-FDF i FDF Dolado, Gonzalo, Mayoral (2006); dla EFDF Dolado, Gonzalo, Mayoral (2009).

Źródło: obliczenia własne.

wartość parametru d wynosiłaby powyżej 0,8, to w przypadku wszystkich szeregów wyniki testu preferowałyby hipotezę o stacjonarności. W przypadku szacunków uzyskanych przy pomocy estymatora lokalnego Whittle'a estymowany na całej próbie parametr d jest jednak dla większości szeregów czasowych niższy niż ta wartość. Ostateczne wyniki testu są więc bardziej zróżnicowane. Szeregi czasowe CPI, żywności (zarówno przetworzonej jak i nieprzetworzonej oraz żywności ogółem), energii, CPI po wyłączeniu cen administrowanych, usług administrowanych są zintegrowane w stopniu ułamkowym. Natomiast w przypadku inflacji bazowej, towarów, usług, cen administrowanych i energii administrowanej, test skłania się ku stacjonarności ze zmianą strukturalną.

Warto jednocześnie zauważyć, że szeregi cen żywności (zwłaszcza nieprzetworzonej) są szeregami o relatywnie niskim d . Wyniki symulacji Monte Carlo przeprowadzonej przez Dolado, Gonzalo, Mayoral (2006) sugerują, że test SB-FDF może charakteryzować się niską mocą właśnie dla niskich wartości tego parametru. Dlatego w przypadku tych szeregów wyniki mogą być obciążone błędem.

Dla większości szeregów czasowych moment potencjalnej zmiany strukturalnej wskazany przez test SB-FDF pokrywa się z wynikami testu Zivota-Andrewsa. W kilku przypadkach wskazuje on na obserwacje bardzo zbliżone w czasie do tej daty (oddalone o 1–2 miesiące). Warto przypomnieć, że kombinacja testu Zivota-Andrewsa i testu Chowa nie wykazała zmiany strukturalnej w przypadku wskaźników cen żywności i cen energii administrowanej.

Przy d zgodnym z wynikami estymacji metodą Whittle’a wyniki testu SB-FDF potwierdzają wyniki testu Zivota-Andrewsa (zintegrowanie szeregu w stopniu $I(0)$ z uwzględnioną zmianą strukturalną) w przypadku szeregów czasowych: inflacji bazowej, towarów, usług i cen administrowanych. Dodatkowo, zgodnie z testem SB-FDF również energia administrowana jest $I(0)$ ze zmianą strukturalną.

Dla niektórych szeregów czasowych wcześniejsza analiza wykazała brak występowania zmiany strukturalnej. Dlatego do zweryfikowania hipotez o potencjalnej integracji ułamkowej zastosowano dodatkowo dwa komplementarne co do formułowanych hipotez testy: odpowiednią postać testu FDF oraz test EFDF. Zgodnie z obydwooma testami ceny żywności oraz ceny żywności nieprzetworzonej powinny być modelowane jako procesy zintegrowane w stopniu ułamkowym (pomimo relatywnie niskich oszacowań parametru d), natomiast ceny energii administrowanej spełniają raczej warunki procesu $I(0)$. W przypadku cen żywności nieprzetworzonej obydwa testy dają sprzeczne odpowiedzi.

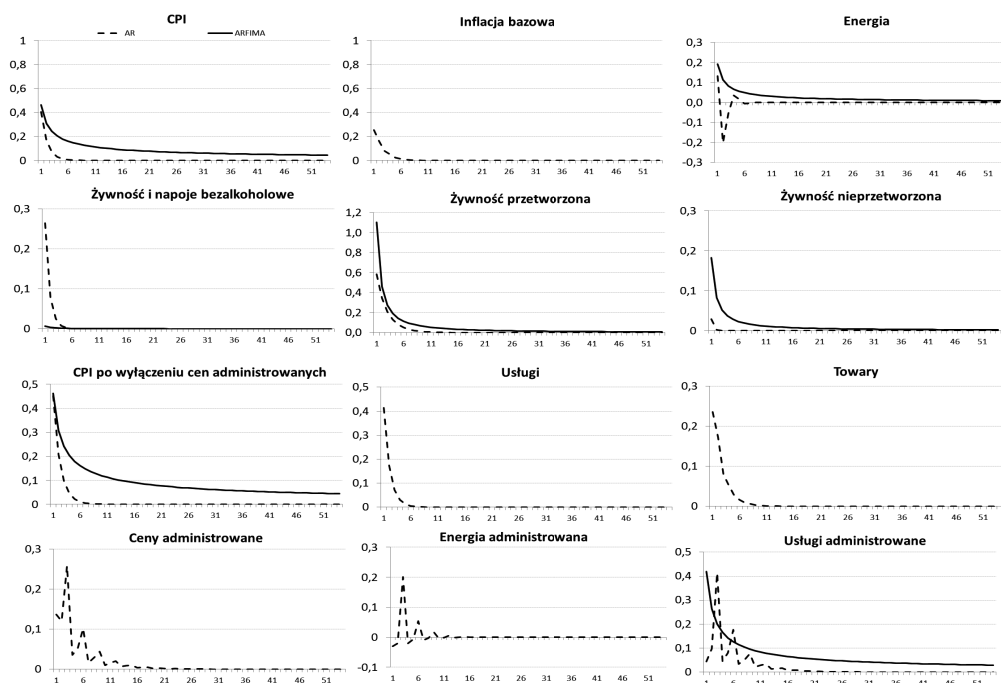
W przypadku tych szeregów czasowych, w których testy wskazały na prawdopodobną integrację ułamkową, oszacowano za pomocą metody największej wiarygodności parametry modelu ARFIMA. W tabeli 5 zamieszczono postać modelu wybraną na podstawie minimalizacji kryteriów informacyjnych (za decydujące przyjęto BIC). Oszacowania parametru d (z wyjątkiem żywności) nie odbiegają znacząco od przybliżonych wartości otrzymanych na potrzeby testu SB-FDF za pomocą estymatora Whittle’a (por. tabela 4).

Tabela 5.

Postać modelu ARFIMA wybrana na podstawie kryterium BIC w szeregach inflacji zintegrowanych w stopniu ułamkowym

Wskaźnik	Postać ARFIMA	Wartość parametru d oszacowana na pełnej próbie
CPI	(0,d,0)	0,41
Energia	(2,d,2)	0,24
Żywność	(1,d,0)	0,005
Żyw_przet	(1,d,0)	-0,26
Żyw_nprzet	(1,d,0)	-0,16
CPI_bez_adm	(0,d,0)	0,41
Usługi_adm	(1,d,0)	0,33

Źródło: obliczenia własne.



Rysunek 2. Funkcja odpowiedzi na impuls dla modeli AR i ARFIMA(p,d,q)

Źródło: obliczenia własne.

Analiza uporczywości w ramach procesów zintegrowanych ułamkowo różni się od ujęcia stosowanego w przypadku procesów stacjonarnych. Gadea, Mayoral (2006) pokazują, że proste, skalarne miary uporczywości, takie jak suma wartości parametrów AR, stosowane często przy założeniu, że inflacja jest zintegrowana w stopniu $I(0)$, nie są adekwatne do sytuacji, w której inflacja modelowana jest za pomocą modeli ARFIMA. Dlatego ostatnim elementem analizy jest policzenie funkcji odpowiedzi na impuls (ang. *impulse-response function, IRF*)³ pochodzących z alternatywnych modeli: klasy AR oraz ARFIMA dla szeregów, w których przypadku uwzględnienie integracji ułamkowej jest uzasadnione. Dzięki temu bardziej wyraźny staje się wpływ wysokości parametru d na czas trwania szoku. W przypadku szeregów czasowych zintegrowanych ułamkowo do porównania wykorzystano modele postaci ARFIMA(p,d,q), opisane w tabeli 5.

Zgodnie z oczekiwaniami, w przypadku wszystkich szeregów czasowych, dla których skonstruowano model ARFIMA, impuls w tym modelu wygasa dużo wolniej niż w przypadku modeli AR (por. rysunek 2). Wygasanie szoku w tempie wolniej-

³ Funkcję odpowiedzi na impuls dla modeli ARFIMA wygenerowano za pomocą procedury *fracirf* w pakiecie Stata.

szym od wykładniczego jest charakterystyczną cechą procesów zintegrowanych ułamkowo.

Dla celów jednoznacznego porównania uporczywości różnych szeregów czasowych oraz obserwację jej zmiany w czasie posłużono się kilkoma miarami skalarnymi. Porównanie poszczególnych szeregów czasowych przebiega na podstawie zestawienia wartości funkcji odpowiedzi na impuls po 3 i po 12 miesiącach od wystąpienia szoku oraz okresu, po jakim wygasa połowa wartości początkowego szoku (HL). Wszystkie trzy miary zostały policzone dla pierwszej i ostatniej 9-letniej próby, aby uchwycić ewentualne zmiany w trwałości szoków (por. tabela 6). Zmiany zachodzące wewnątrz próby nie zostały zaprezentowane aby zwiększyć czytelność wyników.

Wartości funkcji odpowiedzi na impuls zawarte w tabeli 6 pochodzą z dwóch typów modeli. Parametry modelu ARFIMA dostępne są jedynie dla tych szeregów czasowych, które w świetle testu FDF generowane są przez proces zintegrowany w stopniu ułamkowym. Mimo, że odpowiedzi na impuls otrzymano również dla odpowiadających im modeli AR, to oceniamy, że bardziej wiarygodne są te pochodzące z modelu ARFIMA. Wartości funkcji IRF w przypadku pozostałych szeregów czasowych policzono wyłącznie dla modelu AR. Z porównania nasuwają się następujące wnioski. Po pierwsze, składniki inflacji różnią się znacznie pod kątem stopnia uporczywości. W pierwszej analizowanej podpróbie najwyższą uporczywością charakteryzują się szeregi czasowe CPI i CPI_bez_adm. Wyższy stopień uporczywości komponentów na wyższym poziomie agregacji może wskazywać na występowanie efektu agregacji. Relatywnie wysoka uporczywość zarówno w krótkim jak i w długim horyzoncie czasowym, w pierwszej i ostatniej podpróbie, cechuje także szereg cen żywności przetworzonej. Po drugie, z porównania wartości funkcji IRF z pierwszej i ostatniej podpróby można wysnuć wniosek, że uporczywość wielu komponentów inflacji (wszystkich poza szeregami czasowymi żywności) w analizowanym okresie spadła.

Tabela 6.

Zmiana w czasie charakterystyk funkcji odpowiedzi na impuls

Wskaźnik:	okno estymacji:	IRF(3)		IRF(12)		Half-life (w miesiącach):	
		AR(p)	ARFIMA(d)	AR(p)	ARFIMA(d)	AR(p)	ARFIMA(d)
CPI	1999:1-2007:12	0,099	0,278	0,000	0,130	1	2
	2003:8-2012:7	0,042	0,121	0,000	0,043	1	1
Bazowa	1999:1-2007:12	0,092	.	0,000	.	1	.
	2003:8-2012:7	0,062	.	0,000	.	1	.
Energia	1999:1-2007:12	-0,081	0,118	0,000	0,046	1	1
	2003:8-2012:7	-0,031	0,075	0,000	0,013	1	1

Tabela 6.

Wskaźnik:	okno estymacji:	IRF(3)		IRF(12)		<i>Half-life</i> (w miesiącach):	
		AR(p)	ARFIMA(d)	AR(p)	ARFIMA(d)	AR(p)	ARFIMA(d)
Żywność	1999:1-2007:12	0,045	0,031	0,000	0,008	1	1
	2003:8-2012:7	0,005	0,058	0,000	0,018	1	1
Żyw_przet	1999:1-2007:12	0,294	0,263	0,007	0,049	2	2
	2003:8-2012:7	0,126	0,321	0,000	0,046	2	2
Żyw_nprzet	1999:1-2007:12	0,000	0,033	0,000	0,007	1	1
	2003:8-2012:7	0,000	0,026	0,000	0,006	1	1
CPI_bez_adm	1999:1-2007:12	0,134	0,278	0,000	0,130	2	2
	2003:8-2012:7	0,059	0,148	0,000	0,055	1	1
Usługi	1999:1-2007:12	0,090	.	0,000	.	1	.
	2003:8-2012:7	0,055	.	0,000	.	1	.
Towary	1999:1-2007:12	0,128	.	0,001	.	1	.
	2003:8-2012:7	0,032	.	0,000	.	1	.
Admin	1999:1-2007:12	0,082	.	0,000	.	1	.
	2003:8-2012:7	0,436	.	0,040	.	1	.
Energia_adm	1999:1-2007:12	0,088	.	0,000	.	1	.
	2003:8-2012:7	0,313	.	0,010	.	1	.
Usługi_adm	1999:1-2007:12	0,031	0,195	0,000	0,076	1	1
	2003:8-2012:7	0,929	0,066	0,744	0,016	29	1

Pogrubieniem zaznaczono postać modelu, która lepiej charakteryzuje proces (na podstawie testu FDF).

Źródło: obliczenia własne.

6. PODSUMOWANIE

W artykule podjęto próbę oszacowania stopnia uporczywości występującej w inflacji mierzonej za pomocą wskaźnika cen towarów i usług konsumpcyjnych oraz w jej składowych. W tym celu wykorzystano powszechnie stosowane metody szacowania uporczywości bazujące na modelach klasy AR (por. Marques, 2004; Pivetta, Reis, 2007) oraz, alternatywnie, estymację długiej pamięci występującej w analizowanych szeregach (por. Baillie, 1996; Koop i in., 1997; Kwiatkowski, 1999b).

Z analizy modeli klasy AR wypływają następujące wnioski. Po pierwsze, występują istotne różnice w uporczywości, mierzonej za pomocą sumy parametrów AR, pomiędzy poszczególnymi komponentami inflacji. Najwyższy stopień uporczywości

występuje w szeregach żywności przetworzonej, inflacji bazowej oraz usług administrowanych.

Po drugie, w większości analizowanych szeregów czasowych występuje zmiana strukturalna, która zbiega się w czasie z procesem wprowadzania celu inflacyjnego w strategii NBP. Uwzględnienie tej zmiany w modelach sprawia, że spadek uporczywości przestaje być istotny, co prowadzi do wniosku, że obserwowany spadek uporczywości można przypisać zmianie strukturalnej w średniej szeregów czasowych inflacji.

Biorąc pod uwagę możliwość występowania długiej pamięci w szeregach czasowych inflacji (por. np. Bos, 2001; Gadea, Mayoral, 2006), sprawiającej że modelowanie ich za pomocą procesów AR może powodować obciążenie szacunków uporczywości, analizowane szeregi poddano testom na integrację ułamkową (Dolado, Gonzalo, Mayoral, 2006 i 2009). Ich wyniki wskazują, że długą pamięcią charakteryzują się szeregi czasowe: CPI, żywności, energii, usług administrowanych oraz CPI bez cen administrowanych. Pozostałe szeregi czasowe są lepiej charakteryzowane przez modele klasy AR z uwzględnioną zmianą strukturalną.

Dla wymienionych powyżej szeregów czasowych oszacowano następnie parametry modelu ARFIMA (p,d,q) i na ich podstawie wygenerowano funkcje odpowiedzi na impuls. Zestawienie wyników dla wszystkich szeregów z użyciem najbardziej właściwego modelu (AR bądź ARFIMA) wskazuje na dwa główne wnioski. Pierwszy z nich mówi o zróżnicowaniu komponentów inflacji pod kątem obserwowanej uporczywości – najwyższą uporczywość można zaobserwować w przypadku składników o dużym stopniu agregacji: CPI i CPI po wyłączeniu cen administrowanych. Drugi wniosek dotyczy zmiany uporczywości inflacji w czasie. Na podstawie porównania wyników estymacji odpowiednich modeli dla komponentów inflacji w 9-letnich podpróbach można zauważyć, że uporczywość spadła w badanym okresie.

Wskazane w artykule różnice w stopniu uporczywości składników inflacji stanowią użyteczną informację z punktu widzenia prowadzenia polityki pieniężnej. Szczególnie istotną informację niesie zaobserwowany spadek uporczywości wskaźników cen. Zaprezentowane w artykule metody nie pozwalają jednak na jednoznaczną identyfikację przyczyn zaobserwowanych zmian i różnic pomiędzy uporczywością poszczególnych komponentów. Z punktu widzenia dalszych badań nad uporczywością inflacji i jej komponentów, ciekawym zagadnieniem jest wskazanie źródeł tych różnic na drodze analizy w klasie modeli strukturalnych.

Katarzyna Hertel – Narodowy Bank Polski,

Agnieszka Leszczyńska – Narodowy Bank Polski i Uniwersytet Łódzki

LITERATURA

- [1] Altissimo F., Ehrmann M., Smets F., (2006), Inflation Persistence and Price-Setting Behavior in the Euro Area. A Summary of the IPN Evidence, *ECB Occasional Papers*, 46.
- [2] Altissimo F., Mojon B., Zaffaroni P., (2009), Can Aggregation Explain the Persistence of Inflation?, *Journal of Monetary Economics*, 56 (2), 231–241.
- [3] Andrews D., (1993), Exactly Median-Unbiased Estimation of First Order Autoregressive/Unit Root Models, *Econometrica*, 61 (1), 139–165.
- [4] Babecký J., Coricelli F., Horváth R., (2009), Assessing Inflation Persistence: Micro Evidence on an Inflation Targeting Economy, *Czech Journal of Economics and Finance*, 59 (2), 102–127.
- [5] Baillie R. T., (1996), Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics, *Journal of Econometrics*, 73, 5–59.
- [6] Berben R., Mestre R., Mitrakos T., Morgan J., Zonzilos N., (2005), Inflation Persistence in Structural Macroeconomic Models, *ECB Working Papers*, 521.
- [7] Bilke L., (2005), Break in the Mean and Persistence of Inflation. A Sectoral Analysis of French CPI, *ECB Working Papers*, 463.
- [8] Bos C., (2001), Time Varying Parameter Models for Inflation and Exchange Rates, WebDOC.
- [9] Cecchetti S., Debelle G., (2006), Has the Inflation Process Changed?, *Economic Policy*, 21 (46), 311–352.
- [10] Clark T. E., (2006), Disaggregate Evidence on the Persistence of Consumer Price Inflation, *Journal of Applied Econometrics*, 21 (5), 563–587.
- [11] Cutler J., (2001), Core Inflation in the UK, *External MPC Unit Discussion Papers*, 3.
- [12] De Jong D.N., Whiteman C.H., (1991), Reconsidering ‘Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series’, *Journal of Monetary Economics*, 28, 221–254.
- [13] Dhyne E., Alvarez L.J., Le Bihan H., Veronese G., Dias D., Hoffmann J., Jonker N., Lunnemann P., Rumler F., Vilmunen J., (2006), Price Changes in the Euro Area and the United States: Some Facts from Individual Consumer Price Data, *Journal of Economic Perspectives*, 20 (2), 171–192.
- [14] Dolado J. J., Gonzalo J., Mayoral L., (2006), What is What?: A Simple Time-Domain Test of Long-memory vs. Structural Breaks, *Mimeo*, Universidad Carlos III de Madrid.
- [15] Dolado J. J., Gonzalo J., Mayoral L., (2009), Simple Wald Tests of the Fractional Integration Parameter: An Overview of New Results, *Mimeo*, Universidad Carlos III de Madrid.
- [16] Eurostat, (2001), *Compendium of HICP – Reference Documents* (2/2001/B/5).
- [17] Franta M., Saxa B., Šmidková K., (2010), The Role of Inflation Persistence in the Inflation Process in the New EU Member Countries, *Czech Journal of Economics and Finance*, 60 (6), 480–500.
- [18] Fuhrer J. C., (2009), Inflation Persistence, *Federal Reserve Bank of Boston Working Papers*, 09–14.
- [19] Fuhrer J. C., Moore G., (1995), Inflation Persistence, *The Quarterly Journal of Economics*, 110 (1), 127–59.
- [20] Gadea M. D., Mayoral L., (2006), The Persistence of Inflation in OECD Countries: A Fractionally Integrated Approach, *International Journal of Central Banking, International Journal of Central Banking*, 2 (1), 51–104.
- [21] Gali J., Gertler M., (1999), Inflation Dynamics: A Structural Econometric Analysis, *Journal of Monetary Economics*, 44 (2), 195–222.
- [22] Granger C. W. J., (1980), Long memory relationships and the aggregation of dynamic models, *Journal of Econometrics*, 14, 227–238.
- [23] Geweke J., Porter-Hudak S., (1983), The Estimation and Application of Long-Memory Time Series Models, *Journal of Time Series Analysis*, 4, 221–238.
- [24] Granger C. W. J., Joyeux K., (1980), An Introduction to Long-Memory Time Series and Fractional Differencing, *Journal of Time Series Analysis*, 1, 15–29.

- [25] Hassler U., Wolters J., (1995), Long Memory in Inflation Rates: International Evidence, *Journal of Business & Economic Statistics*, 13 (1), 37–45.
- [26] Hosking J. R. M., (1981), Fractional Differencing, *Biometrika*, 68, 165–176.
- [27] Koop G., Ley E., Osiewalski J., Steel M., (1997), Bayesian Analysis of Long Memory and Persistence using ARFIMA models, *Journal of Econometrics*, 76 (1–2), 149–169.
- [28] Kwiatkowski D., Phillips P., Schmidt P., Shin Y., (1992) Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root. How Sure Are We That Economic Time Series Have a Unit Root?, *Journal of Econometrics*, 54, 159–178.
- [29] Kwiatkowski J., (1999a), Bayesowska analiza modeli ARFIMA i persystencji na przykładzie kursu jednostek uczestnictwa funduszu Pioneer, *Dynamiczne modele ekonometryczne*, Toruń, 261–276.
- [30] Kwiatkowski J., (1999b), Procesy z długą pamięcią i modele ARFIMA, *Zeszyty Naukowe AUNC* 329, Toruń, 157–171.
- [31] Lee H., Amsler C., (1997), Consistency of the KPSS Unit Root Test Against Fractionally Integrated Alternative, *Economics Letters*, 55 (2), 151–160.
- [32] Lünemann P., Mathä T. Y., (2004), How Persistent is Disaggregate Inflation? An Analysis Across E15 Countries and HICP Sub-Indices, *ECB Working Papers*, 415.
- [33] Lünemann P., Mathä T.Y., (2005), Regulated and Services' Prices and Inflation Persistence, *ECB Working Papers*, 466.
- [34] Marques C. R., (2004), Inflation Persistence: Facts of Artefacts, *ECB Working Papers*, 371.
- [35] Mayoral L., (2006), Is the Observed Persistence Spurious? A Test for Fractional Integration Versus Short Memory and Structural Breaks, *Univesidad Pompeu Fabra Working Papers*, 956.
- [36] Meller B., Nautz D., (2009), The Impact of the European Monetary Union on Inflation Persistence in the Euro Area, *SFP 649 Discussion Papers*, 037.
- [37] Narodowy Bank Polski, (2003), *Strategia polityki pieniężnej po 2003 roku*.
- [38] Narodowy Bank Polski, (2009), *Raport na temat pełnego uczestnictwa Rzeczypospolitej Polskiej w trzecim etapie Unii Gospodarczej i Walutowej*.
- [39] Nelson C. R., Plosser C., (1982), Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series: Some Evidence and Implications, *Journal of Monetary Economics*, 10 (2), 139–162.
- [40] Perron P., (1989), The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis, *Econometrica*, 57 (6), 1361–1401.
- [41] Phillips P., (1991), To Criticize the Critics: an Objective Bayesian Analysis of Stochastic Trends, *Journal of Applied Econometrics*, 6 (4), 333–364.
- [42] Phillips P., Perron P., (1988), Testing for a Unit Root in a Time Series Regression, *Biometrika*, 75, 335–346.
- [43] Pivetta F., Reis R., (2007), The Persistence of Inflation in the United States, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31 (4), 1326–1358.
- [44] Rossi B., (2005) Confidence Intervals for Half-Life Deviations from Purchasing Power Parity. *Journal of Business & Economic Statistics*, 19, 432–442.
- [45] Said S. E., Dickey D.A., (1984), Testing for Unit Root in Autoregressive Moving Average Models of Unknown Order, *Biometrika*, 71, 599–608.
- [46] Sephton P., (2009), Critical Values for the Augmented Efficient Wald Test for Fractional Unit Roots, 37 (3), *Empirical Economics*, 615–626.
- [47] Shimotsu K., Phillips P. C. B., (2005), Exact Local Whittle Estimation of Fractional Integration, *Annals of Statistics*, 33, 1890–1933.
- [48] Stock J. H., (1991), Confidence Intervals for the Largest Autoregressive root in U.S. Macroeconomic Time Series, *Journal of Monetary Economics*, 28 (3), 435–459.
- [49] Walsh C. E., (2009), Inflation Targeting: What Have We Learned?, *International Finance*, 12 (2), 195–233.

- [50] Walsh J. P., (2011), Reconsidering the Role of Food Prices in Inflation, *IMF Working Papers* nr 11/71.
- [51] Westelius N., (2005), Discretionary Monetary Policy and Inflation Persistence, *Journal of Monetary Economics*, 52 (2), 477–496.
- [52] Zivot E., Andrews D., (1992), Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis, *Journal of Business & Economic Statistics*, 10 (3), 251–70.

ZAŁĄCZNIK

Tabela 7.

Wskaźniki cen wykorzystane w badaniu oraz ich udział w koszyku CPI

Wskaźnik CPI i jego komponenty	Używany skrót	Waga w koszyku CPI w 2012 r. [%]
Wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych:	CPI	100,0
– Inflacja po wyłączeniu cen żywności i energii	Bazowa	58,2
Usługi	Usługi	28,6
Towary	Towary	29,6
– Żywność i napoje bezalkoholowe	Żywność	24,2
Żywność przetworzona	Żyw_przet	13,5
Żywność nieprzetworzona	Żyw_nprzet	10,7
– Energia	Energia	17,6
oraz:		
Wskaźnik cen towarów i usług konsumpcyjnych:	CPI	100,0
– CPI po wyłączeniu cen administrowanych	CPI_bez_adm	86,0
– Ceny administrowane	Admin	14,0
Energia administrowana	Energia_adm	9,4
Usługi administrowane	Usługi_adm	4,6

Źródło: obliczenia własne na podstawie danych GUS.

UPORCZYWOŚĆ INFLACJI I JEJ KOMPONENTÓW – BADANIE EMPIRYCZNE DLA POLSKI

Streszczenie

Artykuł porusza kwestię uporczywości szeregów czasowych inflacji i jej komponentów (11 indeksów cen), która wpływa na szybkość powrotu do równowagi po ustąpieniu szoku. W tym celu wykorzystano powszechnie stosowane metody szacowania uporczywości: bazujące na modelach klasy AR (por. Marques, 2004; Pivetta, Reis, 2007) oraz, alternatywnie, estymację długiej pamięci występującej w analizowanych szeregach (por. Baillie 1996; Koop i in., 1997). Wyboru pomiędzy dwoma klasami modeli dokonano na podstawie wyników testów klasy FDF (Dolado, Gonzalo, Mayoral, 2006). W drodze eksperymentu polegającego na estymacji modeli w przesuwanym oknie estymacji zbadano także zmianę uporczywości w czasie. Wyniki wskazują, że w analizowanym okresie nastąpił spadek uporczywości większości szeregów czasowych inflacji, za co w większości odpowiada zmiana strukturalna, która pokrywa się z okresem wprowadzania i modyfikowania strategii polityki pieniężnej w Polsce.

Słowa kluczowe: uporczywość inflacji, zdezagregowane wskaźniki cen, długa pamięć, test FDF

INFLATION PERSISTENCE AT DISAGGREGATED LEVEL – EMPIRICAL STUDY FOR POLAND

Abstract

The paper aims to evaluate inflation persistence at a disaggregated level. The measures of inflation persistence used in the exercise rely solely on time series methods of AR and long memory models (cf. Marques, 2004; Pivetta, Reis, 2007; Baillie, 1996) and are applied to Polish CPI and its 11 components. The choice between those two frameworks has been based on the results of the FDF test (Dolado, Gonzalo, Mayoral, 2006). The second part of the study consisted in investigation of the dynamics of persistence. An experiment of rolling window regressions revealed a decrease in the persistence of most of the price indices. A plausible source of the decline was a structural change, which occurred during the introduction of direct inflation targeting by the monetary authorities in Poland.

Key words: inflation persistence, disaggregated price indices, long memory, FDF test

WALDEMAR FLORCZAK

MAKROEKONOMICZNY MODEL PRZESTĘPCZOŚCI I SYSTEMU EGZEKUCJI PRAWA DLA POLSKI. STRUKTURA I WŁASNOŚCI W ŚWIELE ANALIZY MNOŻNIKOWEJ¹

1. WSTĘP

W artykule niniejszym, stanowiącym kontynuację autorskiego opracowania² pt. „Makroekonomiczny model przestępczości i systemu egzekucji prawa dla Polski. Specyfikacje równań stochastycznych i rezultaty szacowania parametrów strukturalnych” (Florczak, 2012a), omówiono strukturę i własności symulacyjnej wersji modelu WF-CRIME. Jest to pierwsza w kraju – i jedna z nielicznych w świecie – konstrukcja tego typu, umożliwiająca analizę ilościową związków pomiędzy przestępczością a wszystkimi składowymi systemu egzekucji prawa w ramach powiązań symultanicznych.

Model poszerza ramy dotychczasowych badań nad przestępczością w wielu wymiarach. Po pierwsze, nie ogranicza się do zbiorczego potraktowania wszystkich ogniw sytemu – tak jak ma to miejsce w większości badań. Po drugie, objaśnia kluczowe przepływy pomiędzy poszczególnymi częściami systemu z uwzględnieniem powiązań jednoczesnych i sprzężeń zwrotnych.

Po trzecie, w odróżnieniu od badań wykorzystujących systemy operacyjne – ze swej natury deterministyczne (por. np. Blumstein, Larson, 1969; Noam, 1977; Blumstein, 2007; Rouwette i in., 2007; McDowal, 2010) – parametry strukturalne zdecydowanej większości relacji uzyskiwane są w drodze estymacji, nie zaś kalibracji.

Po czwarte, relacje objaśniające elementy poszczególnych ogniw sytemu egzekucji prawa mają charakter autorski. W trakcie koncyptowania specyfikacji odpowiednich równań starano się *explicite* uwzględnić wszystkie (większość) adekwatne hipotezy formułowane na gruncie rozważań teoretycznych (por. np. Tulder, Torre, 1999).

Po piąte, w odróżnieniu od wszystkich wcześniejszych analiz empirycznych – w tym również przeprowadzonych za granicą – zbiór rozważanych w niniejszym

¹ Opracowanie powstało w ramach realizacji autorskiego grantu MNiSW, nr 3354/B/H03/2010/38.

² Czytelnik proszony jest o zapoznanie się z wymienionym artykułem z przyczyn zarówno merytorycznych, jak i technicznych. Ze względu na limity objętości niniejszego artykułu, zrezygnowano z powtórnego zamieszczenia w nim informacji na temat listy zmiennych i struktury powiązań modelu WF-CRIME, które to informacje obecne są w artykule poprzedzającym.

badaniu czynników wpływających na przestępczość jest względnie pełny. Dlatego – biorąc pod uwagę procedurę selekcji końcowych wersji równań, która przebiegała bez arbitralnego wspomaganie wyboru ostatecznego zestawu zmiennych objaśniających – wydaje się, iż zmienne te, bardziej niż inne, utożsamiać można z długookresowymi determinantami przestępczości w Polsce. Z kolei fakt, iż zbiór statystycznie istotnych regresorów tworzą zmienne znajdujące teoretyczne uzasadnienie w ekonomicznej teorii racjonalnego wyboru (por. np. Florczak 2012b) oraz teorii działań rutynowych (por. np. Cohen, Felson, 1979, Florczak, 2012c) dowodzi ich trafności i przeczy wyrażanym często opiniom o nieadekwatności uwarunkowań ekonomicznych – w tym zwłaszcza koncepcji kary – do opisu zjawisk związanych z przestępczością.

Struktura artykułu jest następująca. W kolejnym punkcie omówiono podstawowe mechanizmy regulujące funkcjonowanie polskiego systemu egzekucji prawa, które dodatkowo zilustrowano adekwatnym schematem powiązań. W punkcie trzecim zbadano własności modelu WF-CRIME poprzez zastosowanie analizy mnożnikowej – impulsowej i podtrzymanej – względem wszystkich zmiennych egzogenicznych, opisujących uwarunkowania instytucjonalne oraz środowiskowe przestępczości w Polsce. Artykuł zawiera również uwagi końcowe.

2. MODEL WF-CRIME JAKO SYSTEM SYMULACYJNY

Równania behawioralne, uzupełnione o odpowiednie relacje tożsamościowe tworzą system symulacyjny, w którym poszczególne relacje połączone są w układ zależności jednoczesnych. W szczególności oznacza to, iż zasada *ceteris paribus* stanowiąca merytoryczny fundament dla interpretacji parametrów strukturalnych jednorównaniowych modeli ekonometrycznych, w przypadku symultanicznych modeli wielorównaniowych traci swój walor poznawczy i zastąpiona musi być analizą mnożnikową³.

Model WF-CRIME liczy 40 równań, w tym 13 stochastycznych oraz 27 tożsamości. Liczba wszystkich zmiennych egzogenicznych wynosi 39, z czego 15 stanowią zmienne zero-jedynkowe. Nieznaczną liczbą zmiennych sztucznych wprowadzonych do modelu miała na celu zwiększenie precyzji wyciąganych wniosków poprzez neutralizację wpływu obserwacji nietypowych.

Poszczególne relacje systemu charakteryzuje wysoka łączna współzależność: jedynie 3 równania tworzą grupę równań pre-rekurencyjnych, zaś 7 należy do grupy równań post-rekurencyjnych. W modelu występują 3 zmienne osiowe (*POZBW*, *TOTALB*, *ZWOL*), co przy jego relatywnie niewielkich rozmiarach ponownie świadczy o silnych powiązaniach jednoczesnych pomiędzy zmiennymi endogenicznymi.

³ W odróżnieniu od klasycznej analizy mnożnikowej, celem analizy mnożnikowej typu *mutatis mutandis* jest nie tyle badanie własności systemowych modelu, co odpowiedź na pytanie o oczekiwany łączny wpływ spójnych działań z zakresu polityki społeczno-ekonomicznej.

System charakteryzuje się dużą dynamiką oraz nieliniowością: w licznych równaniach występują opóźnienia (aż do 5-ciu okresów⁴) oraz schematy autoregresji, zaś postać funkcyjna większości relacji behawioralnych jest nieliniowa.

Z merytorycznego punktu widzenia w modelu wyróżnić można cztery bloki równań⁵:

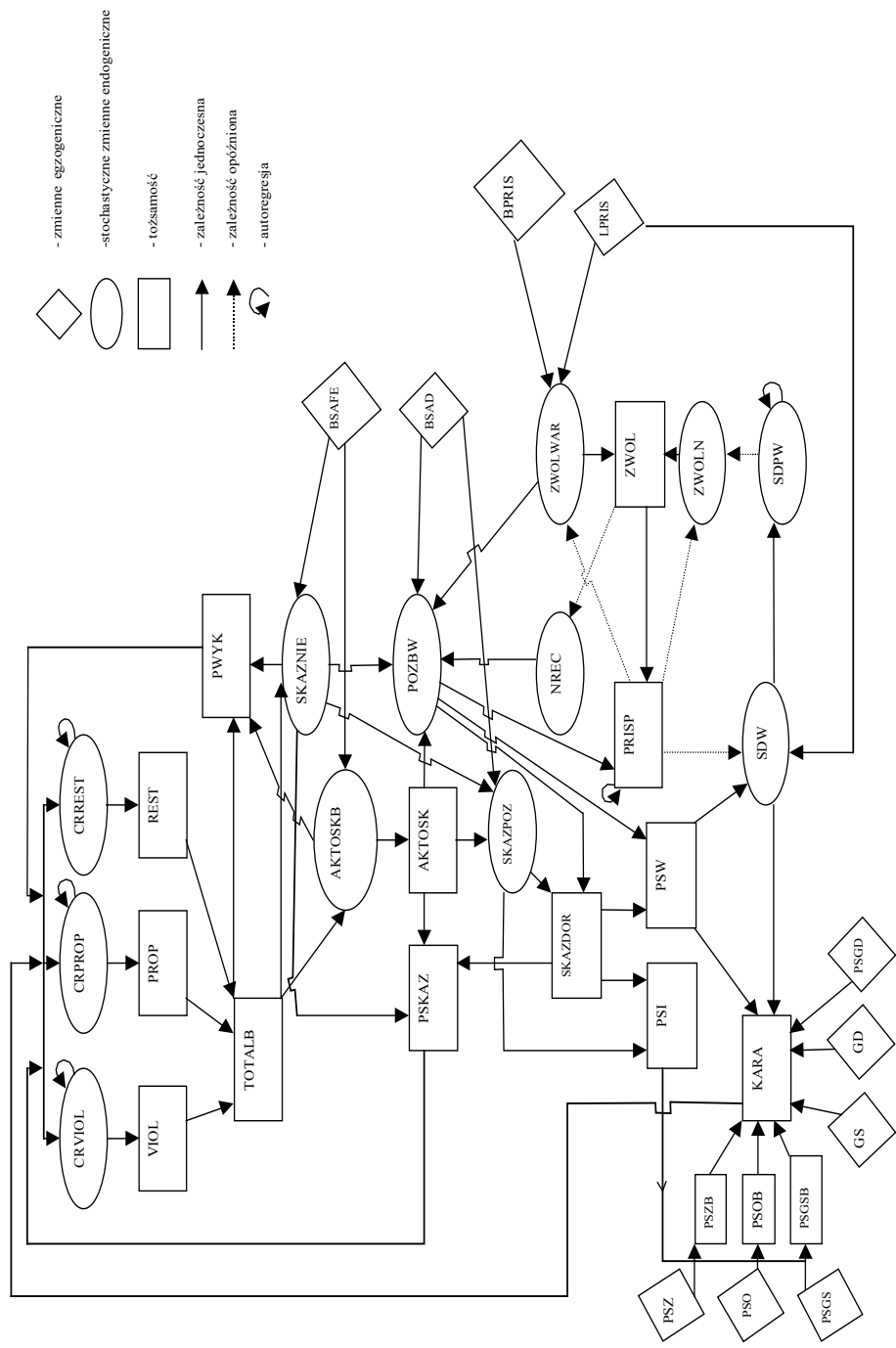
- 1) Blok generujący podaż przestępczości według podziału rodzajowego, obejmujący następujące relacje: *CRVIOL*, *CRPROP*, *CRREST*, *CRDRUNK*, *VIOL*, *PROP*, *REST*, *LDRUNK*, *TOTAL*, *TOTALB*, *CRTOT*, oraz *CRTOTB*.
- 2) Blok opisujący funkcjonowanie sekcji policji, do którego należą: *AKTOSKB*, *SKAZNIE*, *AKTOSK*, *PWYK* oraz *PWYKO*.
- 3) Blok objaśniający funkcjonowanie sekcji wymiaru sprawiedliwości, w skład którego wchodzi następujące zmienne/równania: *POZBW*, *SKAZPOZ*, *SDW*, *PSKAZ*, *SKAZDOR*, *SKAZOG*, *PSW*, *PSI*, *KARA*, *PSZB*, *PSOB*, *PSGB* oraz *SDP*.
- 4) Blok równań sekcji więziennictwa z następującymi relacjami: *ZWOLWAR*, *ZWOLN*, *ZWOL*, *SDWP*, *NREC*, *PRISP* oraz *CRPRISP*.

Trzy relacje systemu – *LDRUNKB*, *NRECB* oraz *ZWOLNB* – mają charakter techniczny. Okazało się bowiem, iż pomimo braku błędów kodowania oraz zgodności zawartości symulacyjnej bazy danych z bazą estymacyjną, reszty generowane w symulacji statycznej pakietu SIMPC nie pokrywały się z resztami uzyskanymi w obliczeniach przeprowadzonych na etapie szacowania parametrów strukturalnych (program RATS). Wydłużenie ścieżki powiązań jednoczesnych poprzez wprowadzenie dodatkowych tożsamości (zmienne *LDRUNKB*, *NRECB* oraz *ZWOLNB*) pozwoliło uporać się z sygnalizowanym problemem.

Rysunek 1 przedstawia schemat powiązań pomiędzy wszystkimi zmiennymi endogenicznymi modelu oraz zmiennymi egzogenicznymi, kluczowymi z punktu widzenia egzekucji prawa. W celu zachowania przejrzystości prezentacji na wykresie celowo pominięto pozainstytucjonalne zmienne egzogeniczne – oddziałujące jedynie na równania przestępczości – oraz zmienne endogeniczne należące do bloku równań pre- i post-rekurencyjnych. Chociaż zmienne pre-rekurencyjne oddziałują na wartości przyjmowane przez zmienne należące do bloku równań łącznie współzależnych, same zależą jedynie od zmiennych egzogenicznych. Natomiast zmienne wchodzące w skład bloku równań post-rekurencyjnych są funkcją zmiennych łącznie współzależnych, ale same nie oddziałują wtórnie na wartości przyjmowane przez te drugie. W obydwu

⁴ Maksymalny 5-cio letni rząd opóźnień występuje w równaniu objaśniającym zjawisko recydywy, gdyż warunkiem koniecznym zaistnienia recydywy jest popełnienie przestępstwa w ciągu pięciu lat po odbyciu kary pozbawienia wolności. Ustalenie rzędu opóźnień miało zatem charakter prawno-merytoryczny (por. Florczak, 2012b).

⁵ Symbole zmiennych zawarto w artykule W. Florczaka „Makroekonomiczny model przestępczości i systemu egzekucji prawa dla Polski. Specyfikacje i rezultaty szacunku parametrów równań stochastycznych”, opublikowanym w „Przeglądzie Statystycznym” (Florczak, 2012a), i stanowiącym preludium do niniejszego artykułu.



Rysunek 1. Schemat powiązań pomiędzy poszczególnymi zmiennymi modelu WF-CRIME
Źródło: opracowanie własne.

zatem przypadkach o wewnętrznej dynamice systemu i jego własnościach decydują relacje tworzące blok równań łącznie współzależnych.

Prześledzenie struktury powiązań pozwala na pełne zrozumienie głównych mechanizmów – środowiskowych i instytucjonalnych – warunkujących nasilenie przestępczości. Poniżej omówiono główne z nich (symbole zmiennych oraz pełną listę równań symulacyjnej wersji modelu WF-CRIME zawarto w artykule Florczaka, 2012a).

Liczne czynniki środowiskowe – ekonomiczne, społeczne, demograficzne i behawioralne – oraz prawne determinują przestępczość w danym społeczeństwie. Przestępczość względna – mierzona liczbą popełnionych czynów karalnych na 100 tys. ludności według podziału rodzajowego (*CRVIOL*, *CRPROP*, *CRREST*, *CRDRUNK*) – po uwzględnieniu liczebności populacji ogółem przekłada się na liczbę popełnionych oraz zgłoszonych i zarejestrowanych przestępstw ogółem (*TOTALB*, *TOTAL*).

Nawet przy niezmiennych nakładach na bezpieczeństwo publiczne zwiększona liczebność przestępstw skutkuje wzrostem absolutnej liczby wykrytych przypadków, *AKTOSKB* – również związanych z przestępczością nieletnich (*SKAZNIE*) – co przypisać należy efektowi skali. Jednakże nawet w przypadku wzrostu liczby aktów oskarżenia, prawdopodobieństwo wykrycia przestępstwa, *PWYK*, maleje, gdyż liczba popełnionych przestępstw rośnie jeszcze szybciej. W konsekwencji osłabienie wskaźników nieuchronności kary (*clearance rate*) skutkuje dalszym wzrostem inklinacji przestępczych w społeczeństwie. Przy założeniu niezmienności uwarunkowań środowiskowych, relatywnemu wzrostowi liczby popełnionych przestępstw nad liczbą przestępstw wykrytych przeciwdziałać można jedynie poprzez zwiększenie środków na bezpieczeństwo publiczne, *BSAFE*. Opisana ścieżka powiązań odpowiada za blok sprzężeń jednoczesnych, w którym rolę zmiennej osiowej pełni *TOTALB*. Oczywiście, w przypadku impulsu środowiskowego destymulującego przestępczość rozumowanie powyższe ma przebieg analogiczny, z tą różnicą, że termin „wzrost” należałoby zastąpić wówczas słowem „spadek”.

Sądy zobowiązane są rozpatrzyć wszystkie zgłoszone przez prokuraturę akty oskarżenia, *AKTOSK*, ferując określone orzeczenie wobec każdego z nich: umorzenia, uniewinnienia lub skazania. W tym ostatnim przypadku – który decyduje o wysokości wskaźnika wyroków skazujących, *PSKAZ* (*conviction rate*) – kluczowe znaczenie ma podział na bezwarunkowe pozbawienie wolności, *POZBW*, oraz pozostałe rodzaje sankcji karnych, *SKAZPOZ*. Podobnie jak w przypadku bezpieczeństwa publicznego, ze względu na efekty skali rosnącemu strumieniowi aktów oskarżenia towarzyszy mniej niż proporcjonalny przyrost orzeczeń skazujących: bardzo nikły w odniesieniu do bezwzględnego pozbawienia wolności (elastyczność 0,2) oraz wysoki (elastyczność 0,97) względem wyroków skazujących na pozostałe rodzaje sankcji karnych.

Liczba dorosłych skazanych na bezwarunkowe pozbawienie wolności, wraz z liczbą dorosłych skazanych na pozostałe sankcje karne, tworzą populację skazanych dorosłych, która – obok aktów oskarżenia i z pominięciem skazań nieletnich – definiuje wskaźnik wyroków skazujących, *PSKAZ*. Wraz ze wskaźnikiem wykrywalności,

PWYK, decyduje on o pełnym efekcie nieuchronności kary, przez który rozumieć należy iloczyn obydwu zmiennych.

Opisana w poprzednich dwóch akapitach ścieżka powiązań identyfikuje kolejne sprzężenie zwrotne, tym razem pomiędzy skalą przestępczości a efektywnością systemu sądowego, którego kluczowym ogniwem jest wskaźnik wyroków skazujących, *PSKAZ*. W warunkach egzogenicznie wywołanego wzrostu przestępczości – a tym samym liczby aktów oskarżenia – jedyną możliwością zachowania wskaźnika wyroków skazujących na niezmiennym poziomie jest zwiększenie nakładów na sądownictwo, *BSAD*. W przeciwnym razie dochodzi do zmniejszenia relatywnej liczby wyroków skazujących, czego efektem jest zwiększenie poczucia bezkarności przestępców oraz osłabienie efektu odstraszania ogólnego, a w konsekwencji – wtórny wzrost poziomu przestępczości.

Trzecie ogniwo efektu odstraszania ogólnego, dotkliwość kary, *KARA*, również znajduje się w bloku sprzężeń zwrotnych, którego zmienną osiową jest liczba skazań na bezwarunkowe pozbawienie wolności, *POZBW*. Prawdopodobieństwo skazania na bezwarunkowe pozbawienie wolności, *PSW*, wraz ze średnią długością orzeczonego pobytu w więzieniu, *SDW*, stanowią najważniejsze komponenty zagregowanej miary kary. Pozostałe składowe dotkliwości kary – prawdopodobieństwo skazania na warunkowe pozbawienie wolności, *PSZ*, prawdopodobieństwo ograniczenia wolności, *PSO*, oraz prawdopodobieństwo skazania na grzywnę samoistną, *PSGS* – mają mniejsze znaczenie (ze względu na niższe wagi w porównaniu z *PSW*) dla formowania zagregowanej dotkliwości kary. Mają one przy tym charakter quasi-egzogeniczny, gdyż są wtórne względem równania generującego prawdopodobieństwo skazania na pozostałe – poza wyrokiem bezwzględного pozbawienia wolności – rodzaje sankcji karnych, *PSI*. Ich poziom jest bowiem bilansowany – za pośrednictwem zmiennych *PSZB*, *PSOB* oraz *PSGSB* do wartości agregatu, który stanowi zmienna *PSI*. I wreszcie, dopełniające komponenty dotkliwości kary – zmienne *GS* (wysokość grzywny samoistnej), *GD* (wysokość grzywny dodatkowej) oraz *PSGD* (prawdopodobieństwo skazania na grzywnę dodatkową) – są w modelu zmiennymi egzogenicznymi⁶.

Dekompozycja kary na wymienione powyżej kategorie umożliwia przeprowadzenie spójnych analiz, których celem jest ustalenie wpływu zmian w wartościach owych kategorii na liczebność poszczególnych rodzajów przestępstw. W odróżnieniu od dwóch wcześniej wymienionych składowych ogólnego efektu odstraszania – tj. wskaźnika wykrywalności, *PWYK*, oraz wskaźnika wyroków skazujących, *PSAKZ*,

⁶ Z punktu widzenia wysokości efektywnej kary, *KARA*, przesunięcia pomiędzy alternatywnymi rodzajami sankcji karnych w ramach ogólnego prawdopodobieństwa skazania na pozostałe rodzaje sankcji karnych, *PSI*, czyli wariacje zmiennych *PSZ*, *PSO* i *PSGS* mają znaczenie drugorzędne. Z powodu braku adekwatnych danych w proponowanej operacjonalizacji dotkliwości kary nie uwzględniono warunków pobytowych w zakładach karnych. Czynniki te mają jednak większe znaczenie dla pomiaru indywidualnego efektu odstraszania niż dla pomiaru efektu odstraszania ogólnego, przy czym prezentowane analizy dotyczą drugiego z wymienionych efektów.

których wysokość jest determinowana nakładami ponoszonymi w odpowiadających im kompetencyjnie ogniwach systemu egzekucji prawa (odpowiednio *BSAFE* dla *PWYK* oraz *BSAD* dla *PSKAZ*) – wysokość efektywnej kary jest funkcją nakładów ponoszonych zarówno w sądownictwie (*BSAD*), jak i tej części nakładów ponoszonych w więziennictwie, która kierowana jest na powiększenie istniejącej infrastruktury (*LPRIS*).

Ostatni blok równań – połączony zmienną *SDW* z relacją generującą dotkliwość kary, zaś zmienną *POZBW*: z grupą równań objaśniających funkcjonowanie sądownictwa – stanowią relacje opisujące makro-mechanizmy funkcjonowania więziennictwa. Kluczową, osiową zmienną tego bloku jest liczba zwolnionych więźniów, *ZWOL*, powstająca w wyniku zsumowania liczby przedterminowych zwolnień warunkowych, *ZWOLWAR*, oraz zwolnień po upływie zapadalności wyroku, *ZWOLN*. O ile liczebność personelu, stan infrastruktury czy stopień jej wykorzystania w więziennictwie nie wywierają bezpośredniego wpływu na wysokość zmiennej *ZWOLN*, to w przypadku zwolnień przedterminowych są to czynniki decydujące. W przypadku wzrostu liczby skazanych na bezwarunkowe pozbawienie wolności, możliwość ograniczenia wysokości zwolnień przedterminowych (w celu absorpcji nowych więźniów) – a tym samym zwiększenia populacji więziennej i ograniczenia przestępczości poprzez efekt odstraszania i izolacji – daje zwiększenie nakładów na więziennictwo, w szczególności zaś – na zwiększenie liczby miejsc pobytowych w zakładach karnych.

Zmienną łączącą sekcję więziennictwa z grupą równań objaśniających funkcjonowanie sądownictwa jest zmienna *POZBW*. Jest to wielkość, która skupia w sobie efekty zmian wszystkich ogniw systemu egzekucji prawa: bezpieczeństwa publicznego za pośrednictwem zmiennej *AKTOSK*; sądownictwa – poprzez zmienną *BSAD* oraz więziennictwa – za pośrednictwem zmiennych *ZWOLWAR* oraz *NREC*. Liczba osób skazanych na karę bezwarunkowego pozbawienia wolności zasila zasób więźniów, który powstaje jako tożsamość ze zsumowania liczebności populacji więziennej z poprzedzającego okresu oraz liczby nowych więźniów, pomniejszony o liczbę łącznych zwolnień (warunkowych i obligatoryjnych). Natomiast od stopnia wykorzystania przepustowości zakładów karnych (iloraz *PRISP* do *LPRIS*) oraz od prawdopodobieństwa skazania na bezwzględne pozbawienie wolności, *PSW* – a zatem od uwarunkowań przypisanych do sekcji więziennictwa i sądownictwa – uzależniona jest średnia długość orzeczonego wyroku więzienia, *SDW*. Zmienna ta w długim okresie determinuje średnią długość wyroku osób odbywających karę pozbawienia wolności, która z kolei wpływa na wielkość zwolnień w trybie normalnym, *ZWOLN*. Tym samym następuje domknięcie sprzężeń zwrotnych wewnątrz bloku równań objaśniających funkcjonowanie sekcji więziennictwa.

Przedstawione powyżej powiązania pomiędzy poszczególnymi ogniwami systemu egzekucji prawa dają dobre wyobrażenie o stopniu złożoności pomiędzy nimi. Decyzje podejmowane na określonym szczeblu systemu egzekucji prawa, np. w obszarze bezpieczeństwa publicznego, wpływają na dalsze ogniwa systemu: sądownictwo i więziennictwo oraz oddziałują wtórnie – poprzez efekt odstraszania ogólnego

i indukowane nim zmiany w poziomie przestępczości – na sekcję bezpieczeństwa publicznego. Jednakże zidentyfikowanie struktury powiązań jest niedostateczne, aby podjąć próbę odpowiedzi na pytanie o ilościowy wymiar owych powiązań, nawet przy znajomości oszacowań parametrów strukturalnych uzyskanych w poszczególnych równaniach modelu. Odpowiedź na nie uzyskać można dopiero w wyniku przeprowadzenia analizy mnożnikowej, której poświęcono kolejny punkt artykułu.

3. ANALIZA REAKCJI MODELU NA BODŹCE

3.1. UWAGI METODOLOGICZNE

Analiza reakcji modelu na bodźce (analiza mnożnikowa) stanowi ostatni etap prac związanych z konstruowaniem wielorównaniowych modeli ekonometrycznych. Poprzedzać ona powinna etap praktycznego wykorzystania modelu, gdyż wszelkie wewnętrzne niespójności, których nie udało się zidentyfikować na etapie specyfikacji i estymacji poszczególnych równań, mogą przejawiać się w symulacyjnej wersji modelu reakcjami niezgodnymi z ustaleniami teoretycznymi ze strony zmiennych endogenicznych w odpowiedzi na impulsy zadawane zmiennym egzogenicznym (por. np. Florczak, 2004). Mając na uwadze fakt, iż cała idea modelu WF-CRIME zasada się na tzw. podejściu strukturalnym, z dominującą rolą przypadającą ustaleniom teoretycznym, reakcje modelu niezgodne z postulatami teoretycznymi uznać należałoby za dyskredytujące jego wartość poznawczą.

Mnożniki są to pochodne poszczególnych zmiennych endogenicznych względem wybranych zmiennych egzogenicznych:

$$u_{m/k,s} = \frac{\partial y_{mt}}{\partial x_{k,t-s}}, \quad (1)$$

gdzie $u_{m/k,s}$ oznacza mnożnik m – tej zmiennej endogenicznej względem k – tej zmiennej endogenicznej po upływie s – okresów, $m = 1, \dots, M$; $k = 1, \dots, K$; $s = 1, \dots, S$.

W przypadku modeli liniowych wartości mnożników można wyznaczyć w sposób analityczny – są one bowiem elementami postaci końcowej modelu (por. np. Welfe, 1990, s. 228–229). Analityczne rozwiązanie modelu nieliniowego względem zmiennych endogenicznych i otrzymanie postaci końcowej jest bardzo kłopotliwe, bądź nawet niemożliwe (por. np. Gajda, 1988, s. 57–65). Dlatego też w celu uzyskania wartości mnożników wykorzystuje się metody numeryczne.

Procedura uzyskania wartości mnożników w modelu nieliniowym składa się z dwóch etapów. W pierwszym dokonuje się symulacji bazowej (kontrolnej). W drugim, zwiększa się wartość zmiennej egzogenicznej (w ogólnym przypadku mogą to być również zmienne endogeniczne), względem której liczony jest mnożnik, o pewną wartość. Wartość ta nie może być zbyt mała – zaokrąglenia w procesie obliczeniowym mogłyby bowiem zdominować jej efekt. Stąd najczęściej jest to impulsowy wzrost

o 10% wartości w okresie startowym⁷. Następnie przeprowadza się symulację zakłóconą. Odchylenia postaci:

$$\Delta_m = \frac{y_{ms}^A - y_{ms}^B}{y_{ms}^B}, \quad (2)$$

gdzie y_{ms}^A i y_{ms}^B oznaczają wartości zmiennej y_m w okresie s otrzymaną odpowiednio w symulacji zakłóconej i bazowej, zaś Δ_m są relatywnymi wartościami mnożników wyrażonymi jako odchylenia względne (lub procentowe) od rozwiązania bazowego.

Poprzez zadawanie impulsowych zaburzeń zmiennym egzogenicznym bada się zatem reakcję systemu na bodźce. Wymaga się przy tym, aby model generował odchylenia zgodne z postulatami formułowanymi na gruncie odpowiednich teorii. Wraz z wydłużaniem horyzontu analizy dobry model powinien również, w przypadku zaburzeń impulsowych, charakteryzować się wygasaniem pierwotnego impulsu, zaś w przypadku mnożników podtrzymanych odchylenia od rozwiązania bazowego powinny wykazywać tendencję do stabilizowania swoich bezwzględnych lub relatywnych poziomów. O ile w przypadku zaburzeń impulsowych analiza mnożnikowa służy przede wszystkim celom diagnostycznym, o tyle w przypadku zaburzeń podtrzymanych wyniki analizy mnożnikowej posiadają wymierny walor praktyczny. W rzeczywistym świecie zjawisk przypadki, w których dyskrecjonalne zmiany określonych instrumentów polityki społeczno-ekonomicznej mają charakter incydentalny i przejściowy są stosunkowo rzadkie. Znacznie częstsze są sytuacje, w których zmiany takie mają charakter podtrzymany i długookresowy.

Odrębną kwestię stanowi sposób wyznaczania rozwiązania bazowego. Można je bowiem uzyskać w oparciu o symulację *ex-post* bądź *ex-ante*⁸. Wykorzystanie symulacji *ex-post* dla otrzymania wartości mnożników niesie ze sobą pewne ni ebezpieczeństwa. Po pierwsze, struktura modelu może być modyfikowana poprzez zastosowanie warunków logicznych, w sytuacjach gdy odpowiednie zmienne przekroczą wartości progowe. W konsekwencji może zaistnieć sytuacja, gdy symulacje bazowe i zakłócona dotyczyć będą innego układu równań. Po drugie, występowanie w równaniach zmiennych zero-jedynkowych powoduje zmianę struktury modelu w odpowiednich okresach próby. Wiąże się to z osłabianiem lub wzmacnianiem całych sprzężeń występujących w systemie, co w konsekwencji doprowadzić może nawet do niezbieżności algorytmu symulacyjnego (por. np. Welfe, 1990). Ze względu

⁷ Dodać należy, iż ze względu na nieliniowość poszczególnych relacji występujących w modelu, efekty wprowadzanych zaburzeń nie są proporcjonalne względem wielkości zadawanych szoków. Jednakże badania empiryczne nad mechanizmami funkcjonowania gospodarki polskiej pokazują, że proporcjonalność jest zakłócona jedynie w znikomym stopniu (por. np. Welfe, Welfe, Florczak, 1996; Welfe, Welfe, Florczak, 2004).

⁸ Symulacja *ex-post* oznacza rozwiązanie symulacyjnej wersji modelu przy wykorzystaniu danych historycznych, natomiast symulacja *ex-ante* dotyczy okresów wybiegających poza okres próby estymacyjnej.

na wymienione przyczyny, analizując własności modelu WF-CRIME zdecydowano się na symulację *ex-ante*, w którym rozwiązanie bazowe dla lat 2012–2020 stanowi wewnętrznie spójna prognoza⁹.

3.2. OPIS BADANIA

W dalszych partiach niniejszej sekcji omówiono reakcje systemu na impulsowe i podtrzymane zaburzenia wartości wszystkich zmiennych egzogenicznych. W pierwszej kolejności omówiono odpowiedzi symulacyjnej wersji modelu WF-CRIME na 10% wzrost realnych nakładów na poszczególne części systemu egzekucji prawa, odpowiednio: (i) bezpieczeństwo publiczne, (ii) sądownictwo i (iii) więziennictwo. Następnie, w celu porównania efektywności poszczególnych ogniw systemu egzekucji prawa, analizę powtórzono, tym razem zaburzając wielkości nakładów nie o 10%, ale o 100 mln. złotych (ceny stałe 1995 roku). Oddzielny eksperyment przeprowadzono dla oceny wpływu zwiększenia efektywnej przepustowości zakładów karnych, poprzez powiększenie liczby funkcjonujących więzień o 10%.

W celu ilościowej oceny efektywności pozostałych instrumentów polityki karnej analizie mnożnikowej poddano również następujące zmienne:

- a) wysokość grzywny samoistnej, *GS*;
- b) wysokość grzywny dodatkowej, *GD*;
- c) prawdopodobieństwo skazania na grzywnę dodatkową, *PSGD*.

Obok analizy wrażliwości na zmiany instrumentów polityki karnej, analizą mnożnikową objęto także egzogeniczne zmienne środowiskowe, w podziale na następujące grupy czynników:

- a) ekonomiczne:
 - (i) płace realne, *W*;
 - (ii) zamożność społeczeństwa, *CSCAP*;
 - (iii) wydatki socjalne, *SOCAP*;
 - (iv) liczba samochodów, *CARS*;
- b) społeczno-ekonomiczne:
 - (i) stopa bezrobocia, *UNR*;
 - (ii) współczynnik nierówności ekonomicznych, *GINI*;

⁹ O ile konstrukcja rozwiązania bazowego (prognozy) jest interesującym zadaniem *per se* (badawczym i praktycznym), o tyle z punktu widzenia analizy wrażliwości na impulsy, której celem jest diagnostyka systemowych własności modelu symulacyjnego, konstrukcja prognozy ma znaczenie drugorzędne. Trafnie kwestię tę oddaje następujący cytat zaczerpnięty z pracy Z. Czerwińskiego i in., 1998: „Scenariusz bazowy nie jest ani „prawdziwy” ani „lepszy” od innych. Został przyjęty jako pewien punkt odniesienia dlatego, że jest scenariuszem umiarkowanego i względnie zrównoważonego wzrostu (...) Zbudowaliśmy go po to, aby porównać z nim scenariusze wynikające ze zmian parametrów i zmiennych egzogenicznych (autonomicznych i decyzyjnych)”.

W świetle powyższej konstatacji oraz – w nie mniejszym stopniu – ze względu na ograniczenia objętości artykułu zrezygnowano z przytoczenia założeń i wyników prognozy bazowej.

- (iii) kapitał ludzki, *RWYZ*;
 - c) społeczne:
 - (i) kapitał społeczny, *ROZMAL*;
 - (ii) współczynnik urbanizacji, *URB*;
 - d) demograficzne i behawioralne:
 - (i) odsetek młodych mężczyzn w społeczeństwie, *MI530Z*;
 - (ii) spożycie alkoholu, *ALCOH*.
- Efekty zaburzeń – w postaci procentowych odchyień od rozwiązania bazowego – analizowane są względem następujących zmiennych endogenicznych¹⁰:
- 1) liczby przestępstw przeciwko zdrowiu i życiu na 100 tys. ludności, *CRVTOL*,
 - 2) liczby przestępstw przeciwko mieniu na 100 tys. ludności, *CRPROP*,
 - 3) liczby pozostałych przestępstw (z wykluczeniem prowadzenia pojazdów w stanie nietrzeźwości) na 100 tys. ludności, *CRREST*,
 - 4) liczby przestępstw ogółem (z wykluczeniem prowadzenia pojazdów w stanie nietrzeźwości) na 100 tys. ludności, *CRTOTB*,
 - 5) prawdopodobieństwa wykrycia przestępstwa, *PWYK*,
 - 6) prawdopodobieństwa skazania, warunkowego względem wykrycia przestępstwa, *PSKAZ*,
 - 7) średniej dotkliwości orzeczonej kary, *KARA*,
 - 8) liczebności populacji więziennej, *PRISP*.

Podkreślić należy, iż celem przeprowadzonych *lege artis* analiz była przede wszystkim ocena właściwości dynamicznych modelu, jego wewnętrznej spójności i zgodności z przesłankami teoretycznymi, nie zaś dbałość o realizm wprowadzanych zaburzeń. Dlatego też w przypadku licznych zmiennych egzogenicznych – zwłaszcza w odniesieniu do szoków impulsowych – ich 10% wzrost jest, w świetle obserwacji historycznych, mało realistyczny. Jednakże z powodów wymienionych w podrozdziale poprzedzającym zbyt niskie impulsy nie są metodologicznie wskazane.

3.3. MNOŻNIKI WZGLĘDEM ZWIĘKSZENIA NAKŁADÓW NA SYSTEM EGZEKUCJI PRAWA ORAZ ZWIĘKSZENIA LICZBY FUNKCJONUJĄCYCH WIĘZIEŃ

Główne instytucjonalne narzędzia ograniczania zjawiska przestępczości są przypisane do poszczególnych części systemu egzekucji prawa: bezpieczeństwa publicznego, sądownictwa i więziennictwa. Stąd zwiększenie nakładów na ich funkcjonowanie skutkuje ograniczeniem przestępczości (por. tabela 1¹¹). Porównanie odpowiednich mnożników w podziale na poszczególne ogniwa systemu pokazuje, iż skala redukcji

¹⁰ Ze względu na limity objętości artykułu dokonano tabelaryzacji wyników analizy mnożnikowej jedynie dla wybranych instrumentów (tabele 1 i 2). Pozostałe wyniki są dostępne na życzenie czytelnika.

¹¹ Tabele przedstawiają odchylenia procentowe zmiennych endogenicznych od rozwiązania bazowego (prognozy) w odpowiedzi na impulsowe/podtrzymane szoki zewnętrzne zadawane zmiennym egzogenicznym.

Tabela 1.

Mnożniki względem uwarunkowań instytucjonalnych

Symbol zmienniej	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Mnożniki podtrzymane względem 10% wzrostu BSAFE									
CRVIOL	-2,25232	-1,16371	-0,59039	-0,29482	-0,14501	-0,07014	-0,03313	-0,01471	-0,00636
CRPROP	-5,97998	-1,27152	-0,27173	-0,06047	-0,01481	-0,00413	-0,00093	0,00117	0,00093
CRREST	-0,10373	0,01269	-0,00023	-0,00106	-0,00079	-0,00039	0	0,001	0,00048
CRTOTB	-3,63609	-0,80975	-0,19819	-0,05587	-0,0189	-0,00735	-0,0028	0,00003	0,00029
PWYK	6,30244	0,0709	0,0173	0,0049	0,00176	0,00063	0,00017	-0,00005	-0,00006
PSKAZ	0,45376	-0,05663	-0,00899	-0,00017	0,00214	0,00268	0,00249	0,00025	0,00066
KARA	-0,11798	0,01566	0,00974	0,00364	0,00038	-0,00134	-0,00254	-0,00353	-0,00225
PRISP	0,19789	0,01135	0,00096	0,00942	0,01666	0,02179	0,02354	0,01501	0,01193
Mnożniki podtrzymane względem 10% wzrostu BSAFE									
CRVIOL	-2,25232	-3,3682	-3,89222	-4,10866	-4,16488	-4,13863	-4,07039	-3,98086	-3,88156
CRPROP	-5,97998	-7,1841	-7,4467	-7,51352	-7,53766	-7,5518	-7,5633	-7,57316	-7,58364
CRREST	-0,10373	-0,08608	-0,08116	-0,07679	-0,07132	-0,06544	-0,05901	-0,0514	-0,04416
CRTOTB	-3,63609	-4,40126	-4,58395	-4,6308	-4,64035	-4,6378	-4,63039	-4,61992	-4,60899
PWYK	6,30244	6,38935	6,41937	6,43649	6,45045	6,4631	6,47558	6,48819	6,50114
PSKAZ	0,45376	0,38107	0,35623	0,34006	0,32439	0,30909	0,2933	0,27496	0,25688
KARA	-0,11798	-0,10182	-0,0925	-0,08989	-0,09139	-0,09464	-0,09942	-0,10556	-0,1109
PRISP	0,19789	0,21269	0,21919	0,23527	0,25962	0,29025	0,32429	0,35199	0,37896
Mnożniki impulsowe względem 10% wzrostu BSAD									
CRVIOL	-0,99404	-0,49889	-0,24775	-0,1213	-0,05824	-0,02703	-0,01133	-0,00246	0,00114
CRPROP	-3,02885	-0,60981	-0,1213	-0,02383	-0,00481	-0,00102	0,00067	0,00438	0,00449
CRREST	-2,11019	0,0246	0,00596	0,00156	0,00036	0,00009	0,00067	0,00289	0,00241
CRTOTB	-2,55821	-0,37756	-0,08511	-0,02168	-0,00669	-0,00242	-0,00015	0,00338	0,00351
PWYK	0,22634	0,03309	0,00754	0,00184	0,00059	0,00022	0,00006	-0,00031	-0,0003
PSKAZ	7,45015	-0,03275	-0,00099	0,00634	0,00885	0,01008	0,00986	0,00496	0,00412
KARA	-0,30191	-0,04666	-0,01829	-0,01138	-0,01003	-0,01043	-0,01202	-0,01446	-0,0121
PRISP	0,46416	0,16758	0,1006	0,08724	0,0889	0,09609	0,10074	0,0824	0,07021
Mnożniki podtrzymane względem 10% wzrostu BSAD									
CRVIOL	-0,99404	-1,48099	-1,70671	-1,79694	-1,81573	-1,79758	-1,75975	-1,71063	-1,65669
CRPROP	-3,02885	-3,62745	-3,74982	-3,77567	-3,77959	-3,77809	-3,77265	-3,76231	-3,75142
CRREST	-2,11019	-2,08571	-2,07664	-2,06985	-2,06184	-2,05342	-2,04266	-2,02908	-2,01543
CRTOTB	-2,55821	-2,92865	-3,01162	-3,02988	-3,03009	-3,02427	-3,0139	-2,99882	-2,98294
PWYK	0,22634	0,25893	0,26574	0,26663	0,26588	0,26429	0,2627	0,26034	0,25823
PSKAZ	7,45015	7,42844	7,43495	7,4454	7,45471	7,464	7,46781	7,46645	7,46454
KARA	-0,30191	-0,34615	-0,36517	-0,37963	-0,39626	-0,41371	-0,43356	-0,45723	-0,4804
PRISP	0,46416	0,64029	0,75834	0,8695	0,98788	1,11891	1,26166	1,39431	1,52385
Mnożniki impulsowe względem 10% wzrostu BPRIS									
CRVIOL	-0,00976	0,06806	0,06345	0,04412	0,02743	0,0163	0,00419	0,00635	0,00738
CRPROP	-0,04307	0,12751	0,08048	0,03978	0,01851	0,00884	-0,01032	0,00405	0,00819
CRREST	-0,02987	0,09441	0,03694	0,01565	0,0069	0,00322	-0,00835	0,00425	0,00489
CRTOTB	-0,03601	0,11154	0,06384	0,03151	0,015	0,00734	-0,00862	0,00427	0,00694
PWYK	0,00312	-0,00975	-0,00554	-0,00269	-0,00124	-0,00076	0,00076	-0,0004	-0,0007
PSKAZ	0,1392	-0,05435	-0,01758	-0,00489	0,00057	0,00278	0,02935	0,01031	0,00595
KARA	-0,04263	-0,25028	-0,10205	-0,04589	-0,02309	-0,01337	-0,00208	-0,02416	-0,0221
PRISP	1,57117	0,6248	0,28143	0,14576	0,08942	0,0665	0,1727	0,14819	0,11651
Mnożniki podtrzymane względem 10% wzrostu BPRIS									
CRVIOL	-0,00976	0,06009	0,12485	0,1693	0,19577	0,21	0,21144	0,21518	0,22011
CRPROP	-0,04307	0,08829	0,17181	0,21454	0,23587	0,24759	0,24077	0,24951	0,2632
CRREST	-0,02987	0,06726	0,10547	0,12243	0,13042	0,13487	0,12797	0,13438	0,14198
CRTOTB	-0,03601	0,07883	0,14496	0,17862	0,19548	0,20467	0,19826	0,20571	0,21649
PWYK	0,00312	-0,00689	-0,01264	-0,01549	-0,0168	-0,0177	-0,01714	-0,01778	-0,01847
PSKAZ	0,1392	0,07906	0,05863	0,05135	0,0496	0,04981	0,07636	0,08308	0,08501
KARA	-0,04263	-0,29583	-0,39945	-0,44778	-0,47312	-0,48891	-0,49411	-0,52289	-0,55112
PRISP	1,57117	2,19063	2,46865	2,61099	2,69139	2,7502	2,91957	3,06853	3,18896
Mnożniki impulsowe względem 10% wzrostu LPRIS									
CRVIOL	-0,05726	-0,00828	0,00324	0,00445	0,0034	0,00223	-0,00038	0,00109	0,00174
CRPROP	-0,1038	0,01774	0,01742	0,00874	0,00379	0,00175	-0,004	0,00107	0,00234
CRREST	-0,07191	0,0274	0,00942	0,00359	0,00151	0,00067	-0,00294	0,00127	0,0014
CRTOTB	-0,08919	0,01929	0,01357	0,00661	0,00296	0,00139	-0,00337	0,00114	0,00196
PWYK	0,00783	-0,00168	-0,00119	-0,00044	-0,00006	-0,00008	0,00036	-0,00013	-0,00022
PSKAZ	0,03161	-0,01694	-0,00485	-0,00124	0,00006	0,00054	0,00903	0,00274	0,0015
KARA	0,20072	-0,0716	-0,02572	-0,01043	-0,0049	-0,00274	0,00052	-0,00691	-0,00613
PRISP	0,46639	0,16231	0,06527	0,03127	0,0185	0,01348	0,04902	0,04065	0,03083
Mnożniki podtrzymane względem 10% wzrostu LPRIS									
CRVIOL	-0,05726	-0,06504	-0,06108	-0,0557	-0,05136	-0,0482	-0,04761	-0,04532	-0,04235
CRPROP	-0,1038	-0,08598	-0,06902	-0,06043	-0,05693	-0,05557	-0,05988	-0,05881	-0,05633
CRREST	-0,07191	-0,04424	-0,03498	-0,03138	-0,03019	-0,02962	-0,03278	-0,03134	-0,0297
CRTOTB	-0,08919	-0,06972	-0,0564	-0,04977	-0,047	-0,04578	-0,04932	-0,048	-0,04576
PWYK	0,00783	0,00618	0,00498	0,00444	0,0041	0,00401	0,00425	0,00401	0,00383
PSKAZ	0,03161	0,01393	0,00906	0,00744	0,00783	0,00803	0,01725	0,01942	0,02014
KARA	0,20072	0,12928	0,10431	0,0946	0,09062	0,08886	0,09018	0,08368	0,07779
PRISP	0,46639	0,62585	0,68881	0,71806	0,7331	0,7435	0,79039	0,82948	0,85967

Źródło: obliczenia własne.

przestępczości jest bardzo zróżnicowana: od praktycznie niezmiennego poziomu – a nawet marginalnego przyrostu przestępczości – w przypadku zwiększenia tych nakładów na więziennictwo, które nie powiększają liczby miejsc w zakładach karanych, przez permanentne obniżenie o ok. 3% ogólnej liczby przestępczości *per capita*, aż po jej spadek o ok. 6% w przypadku trwałego zwiększenia o 10% środków kierowanych do sekcji bezpieczeństwa publicznego.

Obok wymienionych różnic w skali ogólnej reakcji modelu na zwiększenie nakładów na funkcjonowanie poszczególnych ogniw polskiego systemu egzekucji prawa, odnotować można również znaczące zróżnicowanie według rodzajów popełnianych przestępstw. Zwiększenie nakładów na bezpieczeństwo publiczne jest około dwukrotnie efektywniejsze z punktu widzenia walki z przestępczością pospolitą niż analogiczne działanie w stosunku do sądownictwa (w przypadku mnożników podtrzymanych – ok. 4% spadek przestępstw przeciwko zdrowiu i życiu oraz blisko 8% dla przestępstw przeciwko mieniu wobec odpowiednio ok. 2% i 4% w przypadku podwyższenia nakładów na sądownictwo). Z kolei dążąc do ograniczenia pozostałych rodzajów przestępstw należy zasilać system sądowniczy, gdyż zjawisko przestępczości tego typu okazuje się zupełnie niewrażliwe na zwiększenie aktywności policji i pozostałych organów bezpieczeństwa publicznego (w przypadku zasilenia sądownictwa odnotowujemy ok. 2% spadek pozostałych rodzajów przestępstw (mnożnik podtrzymany) wobec praktycznego braku zmian w przypadku zasilenia dodatkowymi środkami sekcji bezpieczeństwa publicznego).

Różnice powyższe wynikają ze zróżnicowania wpływu poszczególnych komponentów efektu odstraszenia na przestępczość według podziału rodzajowego. Prawdopodobieństwo wykrycia, *PWYK*, stanowi kluczowy element efektu odstraszenia w przypadku przestępstw pospolitych. Elastyczność przestępczości przeciwko zdrowiu i życiu względem *PWYK* jest niemal równa sumie elastyczności dwóch pozostałych składowych efektu odstraszenia: prawdopodobieństwa skazania, *PSKAZ*, i dotkliwości kary, *KARA*. W przypadku przestępczości przeciwko mieniu analogiczna elastyczność jest nawet od owej sumy wyższa (-0,969 (*PWYK*) wobec -0,407 (*PSKAZ*) oraz ponownie: -0,407 (*KARA*)). Natomiast prawdopodobieństwo wykrycia jest w zasadzie czynnikiem irrelevantnym w przypadku pozostałych rodzajów przestępczości.

Zgodnie z wewnętrzną logiką modelu, wzrost nakładów na bezpieczeństwo publiczne powoduje największy wzrost prawdopodobieństwa wykrycia (do 6,5% dla mnożnika podtrzymanego), zaś zmiany prawdopodobieństwa skazania i dotkliwości kary mają charakter wtórny i są o rząd wielkości niższe. W przypadku impulsów zadanych nakładom na sądownictwo największy jest natomiast przyrost prawdopodobieństwa skazania (do 7,5%), któremu towarzyszą wtórnie indukowany, marginalny wzrost prawdopodobieństwa wykrycia (o ok. 0,25%) oraz równie nieznaczny spadek dotkliwości kary (do -0,5%).

W odniesieniu do zmian populacji więziennej, najważniejszym czynnikiem – obok wielkości zadawanych impulsów – jest odległość od systemu więziennictwa, z jakiej

impulsy te są zadawane. W przypadku finansowego wsparcia organów bezpieczeństwa publicznego, pierwotny impuls wprowadzony do subsystemu najbardziej odległego od sekcji więziennictwa przechodzi jeszcze przez subsystem sądownictwa zanim jego wpływ uwidoczni się w zmianach strategicznej kategorii dla subsystemu więziennictwa, jaką jest populacja więźniów. Stąd skutki wzrostu nakładów na bezpieczeństwo publiczne mają niewielkie przełożenie na wzrost liczby więźniów (do 0,4%; mnożnik podtrzymany). Z wymienionych względów wyraźnie wyższy przyrost populacji więziennej następuje w rezultacie zwiększenia aktywności sądownictwa (do 1,5%), zaś najwyższy ma miejsce wówczas, gdy dodatkowe środki kierowane są bezpośrednio do systemu więziennictwa (3%).

Na odrębny komentarz zasługuje fakt, iż we wszystkich przytoczonych analizach mamy do czynienia z nieznacznym spadkiem dotkliwości kary, *KARA*. Bezpośrednią tego przyczyną jest skrócenie średniej długości kary bezwarunkowego pozbawienia wolności, *SDW*. Wywołane jest ono z jednej strony zwiększeniem prawdopodobieństwa wydania wyroku skazującego na bezwarunkowy pobyt w więzieniu, *PSW*, z drugiej zaś pogorszeniem wskaźnika wydolności absorpcyjnej więziennictwa. Liczba więźniów rośnie, co – przy stałej liczbie funkcjonujących więzień – prowadzi do zwiększenia stopnia wykorzystania istniejących mocy absorpcyjnych, a w konsekwencji skrócenia średniej długości orzekanych wyroków więzienia. Ostatecznie zatem stymulujący dotkliwość kary wzrost *PSW* nie jest w stanie zneutralizować destymulującego wpływu zmniejszenia wysokości *SDW*, co prowadzi do spadku zagregowanej wysokości kary.

Na podstawie przedstawionej analizy można byłoby wyciągnąć nieuprawniony wniosek, iż kierując się kryterium efektywności ekonomicznej rozwiązaniem najwłaściwszym, prowadzącym do najznaczniejszego obniżenia przestępczości ogółem, byłoby zasilenie dodatkowymi środkami sekcji bezpieczeństwa publicznego. Jednakże dotychczasowa analiza abstrahuje od wysokości absolutnych nakładów asygnowanych na funkcjonowanie poszczególnych części systemu egzekucji prawa. 10% przyrost np. od kwoty 1000 (=100) nie jest bowiem równy 10% przyrostowi od kwoty np. 500 (=50), co w sposób poglądowy dotyka istoty problemu. Dlatego też biorąc pod uwagę duże różnice w wysokości środków budżetowych wydatkowanych na poszczególne ogniwa systemu egzekucji prawa, jedyną szansę odpowiedzi na pytanie o ich ekonomiczną efektywność daje analiza mnożnikowa przeprowadzona nie dla zaburzeń relatywnych (procentowych) ale dla wielkości absolutnych.

Uwagi i wnioski sformułowane w poprzednich akapitach w odniesieniu do mnożników relatywnych pozostają aktualne również dla przypadku mnożników absolutnych, z wyjątkiem interpretacji ilościowej. W warunkach zasilenia tą samą kwotą sekcji bezpieczeństwa publicznego oraz sądownictwa, okazuje się bowiem, iż to drugie ogniwo systemu egzekucji prawa charakteryzuje się nieco wyższą efektywnością od pierwszego. W odniesieniu zaś do więziennictwa, zmiana formuły analizy nie wnosi jakościowo innych treści do wniosków sformułowanych wcześniej. Okazuje się zatem, iż asygnowanie dodatkowych środków na więziennictwo, o ile nie

są one kierowane na powiększenie puli istniejących miejsc w zakładach karnych, jest rozwiązaniem mało efektywnym, gdyż prowadzi do skrócenie średniej długości orzekanego wyroku więzienia, a w konsekwencji – nawet do nieznacznego wzrostu przestępczości.

Zwiększenie mocy absorpcyjnych systemu więziennictwa, np. poprzez budowę nowych więzień, generuje jakościowo odmienną reakcję modelu (tabela 1). Wzrost liczebności osadzonych nie wywiera presji na wskaźniki wykorzystania mocy, i tym samym nie indukuje skrócenia średniej długości orzeczonej kary więzienia. W konsekwencji wszystkie składowe efekty odstraszania rosną a wraz nimi dochodzi do spadku poziomu przestępczości. W porównaniu z reakcją modelu na wzrost nakładów na bezpieczeństwo publiczne czy sądownictwo, ilościowe efekty tych działań są jednak bardzo niskie.

3.4. MNOŻNIKI WZGLĘDEM ZWIĘKSZENIA WYSOKOŚCI GRZYWIEN I PRAWDOPODOBIENSTWA SKAZANIA NA GRZYWNĘ DODATKOWĄ

Do dyspozycji wymiaru sprawiedliwości pozostają inne rodzaje sankcji karnych niż tylko wyrok skazujący na bezwzględne pozbawienie wolności. W modelu WF-CRIME prawdopodobieństwa skazania na następujące rodzaje sankcji: pozbawienie wolności z warunkowym zawieszeniem kary, *PSZB*, ograniczenie wolności, *PSO*, oraz kara grzywny samoistnej, *PSGSB*, są objaśnione równaniami przejścia od prawdopodobieństwa skazania na pozostałe rodzaje sankcji, *PSKAZ*, przy czym struktura owych prawdopodobieństw została *implicite* zamrożona na poziomach z ostatniego roku próby. Stąd zmienne te nie zostały poddane analizie mnożnikowej. Oprócz nich wymiar sprawiedliwości dysponuje następującymi instrumentami karnymi: wysokością grzywny samoistnej i dodatkowej oraz częstotliwością ich stosowania.

Efekty wprowadzenia 10% impulsów są bardzo umiarkowane i nieznacznie wyższe w sytuacji zwiększenia średniej wysokości grzywny samoistnej niż grzywny dodatkowej. Marginalny spadek wszystkich rodzajów przestępstw jest w pierwszej kolejności wynikiem wzrostu dotkliwości kary, która notuje przyrost do 0,17% w przypadku podniesienia wysokości grzywny samoistnej oraz do 0,12% – dla wzrostu prawdopodobieństwa wyroku nakładającego na sprawcę obowiązek uiszczenia grzywny dodatkowej, tudzież zwiększenia pieniężnej wysokości takiej kary. Zaznaczyć należy jednak, iż rozważając możliwość częstszego i intensywniejszego korzystania z wymienionych instrumentów, rzeczywiste pole manewru wydaje się znacznie szersze niż rozważane w analizie 10%, zaś ewentualne efekty takich działań byłyby odpowiednio wyższe.

3.5. MNOŻNIKI WZGLĘDEM 10% WZROSTU ZMIENNYCH Z OBSZARU EKONOMICZNYCH UWARUNKOWAŃ PRZESTĘPCZOŚCI

Esencjonalnym i jednocześnie najbardziej wpływowym reprezentantem tej sfery uwarunkowań przestępczości są płace realne. Ich wzrost o 10% prowadzi do bardzo silnych zmian w poziomach odnotowywanej przestępczości (por. tabela 2). Najwyższy – bo aż 14% w przypadku mnożników podtrzymanych – spadek obserwowany jest dla pozostałych rodzajów przestępstw, nieco niższy jest on dla przestępstw przeciwko mieniu (do 9%), zaś relatywnie najmniejszy – ale wciąż imponująco wysoki – dla przestępczości przeciwko zdrowiu i życiu (6–7%). W sumie mamy do czynienia z niemal proporcjonalnym względem zadanych impulsów spadkiem wskaźnika przestępczości ogółem.

Ten bardzo korzystny obraz wpływu wzrostu gospodarczego na skalę przestępczości znacząco pogarszają pozostałe – poza płacami przeciętnymi – kryminogenne aspekty wzrostu. Zamożność społeczeństwa jest bowiem bardzo silną stymulantą przestępczości przeciwko mieniu, co przejawia się proporcjonalnym, 10% przyrostem tego typu przestępczości w odpowiedzi na 10% wzrost zamożności. Poprzez osłabienie efektu odstraszenia, w rezultacie nasilenia przestępczości przeciwko mieniu, dochodzi również do wzrostu przestępczości przeciwko zdrowiu i życiu (o ok. 0,5%) oraz pozostałych rodzajów przestępstw (ale zaledwie o 0,1%). Sprawę pogarsza również wzrost liczby samochodów, który należy uwzględnić w analizach nad konsekwencjami wzrostu gospodarczego dla przestępczości. Łącznie zatem wzrost zamożności oraz liczby samochodów skutkuje ok. 6,5% (6% + 0,5%) wzrostem przestępczości ogółem, *CRTOTB*, ale z pominięciem przestępstw prowadzenia pojazdów w stanie nietrzeźwości. W przypadku wskaźnika przestępstw ogółem, *CRTOT*, uwzględniającego przestępstwa ścigane z artykułu 178a kodeksu karnego wzrost ten jest nawet wyższy (7–7,5%).

Pomimo wymienionych powyżej ekonomicznych stymulant przestępczości, efekt netto wpływu wzrostu gospodarczego na przestępczość pozostaje wciąż bardzo korzystny, gdyż zsumowanie efektów wywołanych wzrostem płac realnych, społecznej zamożności oraz liczby samochodów daje wynik ujemny: od –3 do –2,5%. Ponadto wydaje się uzasadnione twierdzić, iż wraz ze wzrostem aktywności ekonomicznej, większa pula środków będzie mogła być kierowana również na sferę socjalną, co wpłynie korzystnie na zjawisko przestępczości, obniżając jej poziom. Efektem skierowania dodatkowych środków na cele socjalne jest bowiem zmniejszenie zagregowanej przestępczości o ok. 1,5%.

Tabela 2.

Mnożniki względem uwarunkowań środowiskowych

Symbol zmiennej	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Mnożniki impulsowe względem 10% wzrostu <i>W</i>									
CRVIOL	-3,61667	-1,90784	-0,98294	-0,49785	-0,24917	-0,12417	-0,06322	-0,03591	-0,02236
CRPROP	-6,70189	-1,51094	-0,35155	-0,08832	-0,02502	-0,00812	-0,00497	-0,01003	-0,01082
CRREST	-14,16485	-0,0404	-0,01867	-0,00785	-0,00331	-0,00145	-0,00202	-0,00605	-0,00577
CRTOTB	-9,11747	-1,01943	-0,27851	-0,0886	-0,03293	-0,01375	-0,0079	-0,01036	-0,00977
PWK	0,82991	0,08944	0,02433	0,00776	0,00297	0,00119	0,00061	0,00081	0,00086
PSKAZ	-0,71401	-0,05194	-0,02176	-0,0196	-0,02108	-0,02357	-0,02328	-0,01441	-0,01162
KARA	0,53798	0,18287	0,08231	0,04506	0,03187	0,02833	0,02993	0,03432	0,03066
PRISP	-0,86568	-0,47729	-0,30428	-0,24073	-0,22541	-0,23307	-0,24134	-0,2094	-0,18103
Mnożniki podtrzymane względem 10% wzrostu <i>W</i>									
CRVIOL	-3,61667	-5,4156	-6,26666	-6,62585	-6,73188	-6,70764	-6,61858	-6,49997	-6,36714
CRPROP	-6,70189	-8,12848	-8,47842	-8,59233	-8,70658	-8,70658	-8,70658	-8,81301	-8,87296
CRREST	-14,16485	-14,17453	-14,16912	-14,1552	-14,14031	-14,12239	-14,10492	-14,09015	-14,07499
CRTOTB	-9,11747	-10,07189	-10,33715	-10,43044	-10,47708	-10,50592	-10,53012	-10,55726	-10,58504
PWK	0,82991	0,91863	0,94115	0,94706	0,94835	0,94777	0,94674	0,946	0,94535
PSKAZ	-0,71401	-0,72897	-0,69778	-0,65808	-0,61009	-0,56595	-0,51975	-0,46467	-0,40655
KARA	0,53798	0,71877	0,80049	0,84816	0,8896	0,92855	0,97153	1,02307	1,07523
PRISP	-0,86568	-1,3539	-1,68481	-1,96523	-2,24148	-2,53647	-2,85393	-3,15627	-3,44808
Mnożniki impulsowe względem 10% wzrostu <i>GINI</i>									
CRVIOL	8,86904	4,4827	2,25207	1,12197	0,55382	0,27142	0,13368	0,06956	0,03825
CRPROP	5,90012	1,29892	0,31363	0,0851	0,02653	0,00977	0,00622	0,01135	0,0117
CRREST	17,65673	0,04273	0,01964	0,0086	0,00367	0,00172	0,0022	0,00653	0,00616
CRTOTB	10,26735	1,08276	0,34733	0,13102	0,05519	0,02496	0,01349	0,01355	0,01149
PWK	-0,86226	-0,09425	-0,03023	-0,01135	-0,00468	-0,00222	-0,00127	-0,00122	-0,00097
PSKAZ	0,63584	0,05365	0,02591	0,0224	0,02371	0,02559	0,02515	0,0154	0,01257
KARA	-0,53205	-0,19157	-0,08952	-0,05027	-0,03566	-0,03121	-0,0324	-0,03679	-0,03286
PRISP	0,91745	0,50538	0,32719	0,26078	0,24396	0,251	0,25903	0,22464	0,19453
Mnożniki podtrzymane względem 10% wzrostu <i>GINI</i>									
CRVIOL	8,86904	13,73791	16,20475	17,30228	17,64224	17,57183	17,28573	16,8919	16,44465
CRPROP	5,90012	7,2762	7,61973	7,72405	7,77392	7,80678	7,83721	7,87388	7,91231
CRREST	17,65673	17,62454	17,56598	17,49624	17,42456	17,34951	17,27453	17,20334	17,13125
CRTOTB	10,26735	11,3977	11,75475	11,87195	11,90342	11,89528	11,8715	11,84619	11,81899
PWK	-0,86226	-0,95109	-0,97728	-0,98392	-0,98376	-0,98044	-0,97589	-0,97125	-0,96624
PSKAZ	0,63584	0,63378	0,60306	0,565	0,51941	0,47681	0,43315	0,38158	0,32804
KARA	-0,53205	-0,70956	-0,79282	-0,84266	-0,88535	-0,92452	-0,96651	-1,01525	-1,06352
PRISP	0,91745	1,43281	1,78753	2,08957	2,38572	2,69893	3,03356	3,34894	3,6512
Mnożniki impulsowe względem 10% wzrostu <i>M1530Z</i>									
CRVIOL	4,01815	2,05981	1,04261	0,52148	0,25791	0,12654	0,0622	0,03212	0,01757
CRPROP	6,08646	1,27923	0,28682	0,06984	0,01914	0,00617	0,0031	0,00488	0,00517
CRREST	-0,01465	0,01461	0,00942	0,00453	0,00203	0,00102	0,00092	0,00263	0,00266
CRTOTB	3,78221	0,88801	0,24229	0,07849	0,02972	0,01265	0,00637	0,00592	0,0051
PWK	-0,326	-0,07735	-0,02103	-0,00678	-0,0025	-0,00108	-0,0006	-0,00068	-0,00053
PSKAZ	0,25207	0,0512	0,01567	0,01015	0,01	0,01061	0,01095	0,00711	0,00559
KARA	-0,20428	-0,09823	-0,04625	-0,02482	-0,01662	-0,01388	-0,01402	-0,01572	-0,01444
PRISP	0,34448	0,23453	0,15337	0,11777	0,10685	0,10808	0,11136	0,09881	0,08587
Mnożniki podtrzymane względem 10% wzrostu <i>M1530Z</i>									
CRVIOL	4,01815	6,10683	7,10004	7,4924	7,56241	7,46314	7,27823	7,05302	6,81014
CRPROP	6,08646	7,39109	7,63747	7,65027	7,61104	7,55801	7,50213	7,44814	7,39523
CRREST	-0,01465	0,00516	0,02138	0,03374	0,04546	0,05588	0,06632	0,07848	0,09079
CRTOTB	3,78221	4,68773	4,90053	4,93261	4,91041	4,86763	4,81744	4,76645	4,71521
PWK	-0,326	-0,40181	-0,41861	-0,42018	-0,41699	-0,41231	-0,40705	-0,40152	-0,39608
PSKAZ	0,25207	0,28227	0,27209	0,25405	0,23231	0,21213	0,19214	0,16919	0,14549
KARA	-0,20428	-0,29803	-0,34046	-0,36266	-0,37943	-0,39353	-0,40837	-0,42595	-0,44362
PRISP	0,34448	0,58334	0,74501	0,87491	0,99696	1,12289	1,25652	1,38263	1,50159

Źródło: obliczenia własne.

3.6. MNOŻNIKI WZGLĘDEM 10% WZROSTU ZMIENNYCH Z OBSZARU SPOŁECZNO-EKONOMICZNYCH UWARUNKOWAŃ PRZESTĘPCZOŚCI

Do grupy zmiennych reprezentujących społeczno-ekonomiczne uwarunkowania przestępczości przypisano następujące kategorie: (i) stopę bezrobocia, *UNR*, (ii) współczynnik nierówności ekonomicznych, *GINI*, oraz udział w populacji ogółem osób z wykształceniem wyższym, *RWYZ*.

Okazuje się, iż zgodnie z hipotezą sprzyjającej okazji (*opportunity hypothesis*) – formułowaną na gruncie teorii działań rutynowych – wzrost bezrobocia przekłada się na nieznaczny spadek przestępczości. Ten z pozoru niezgodny z intuicją wynik jest całkowicie logiczny, jeśli obok przytoczonej hipotezy wziąć pod uwagę specyfikację równania przestępczości przeciwko zdrowiu i życiu, *CRVIOL*. Gdyby bowiem zmienną *UNR* pozbawić atrybutów informacyjnych standardowo do niej przypisywanych, takich jak bezwzględne i relatywne ubóstwo, czy frustracja i dezintegracja społeczna, a zatem pozbawić ją cech przypisywanych motywacyjnym pobudkom przestępczości, wówczas wartość informacyjna tej kategorii ograniczy się do hipotezy sprzyjającej okazji. Fakt, iż obok zmiennej *UNR* w omawianym równaniu znajdują się takie zmienne jak realna płaca przeciętna, *W*, oraz współczynnik nierówności ekonomicznych, *GINI*, sprawia iż zmienne te w sposób wyczerpujący odzwierciedlają wpływ motywacyjnych pobudek przestępczości, co w pełni tłumaczy wyniki uzyskane w analizie mnożnikowej.

Nierówności ekonomiczne, *GINI*, okazują się najbardziej ważącą stymulantą przestępczości ze wszystkich rozważanych zmiennych egzogenicznych. Zwiększenie nierówności o 10% skutkuje dramatycznym wzrostem wszystkich typów przestępczości (por. tabela 2). System egzekucji prawa nie dotrzymuje kroku temu zjawisku, czego konsekwencją jest znaczące osłabienie efektu odstraszenia i wtórny przyrost przestępczości. Tak silna reakcja modelu na powiększenie nierówności ekonomicznych obliuguje do sformułowania wniosku, iż pozytywne efekty silnego wzrostu gospodarczego, indykujące zmniejszenie przestępczości, mogą zostać całkowicie zniwelowane jeśli wzrost taki ma miejsce w warunkach rosnących nierówności.

Wzrostowi odsetka ludności z wykształceniem wyższym towarzyszy przyrost zarejestrowanej przestępczości, szczególnie widoczny dla przypadku pozostałych rodzajów przestępstw. Fakt ten należy interpretować w kategoriach wyższej świadomości ofiar tego typu przestępstw, co skutkuje zwiększeniem zgłoszeń na policję, niż przyjmować za dowód świadczący o kryminogennym efekcie wzrostu wykształcenia społeczeństwa polskiego (por. np. Florczak, 2007, 2009).

3.7. MNOŻNIKI WZGLĘDEM 10% WZROSTU ZMIENNYCH Z OBSZARU SPOŁECZNYCH UWARUNKOWAŃ PRZESTĘPCZOŚCI

Pogorszenie społecznych wskaźników rozwoju, reprezentowanych w modelu przez relację liczby rozwodów do liczby nowo-zawartych małżeństw, *ROZMAL*, jak również wzmocnienie procesów urbanizacyjnych, *URB*, przekłada się na wzrost

przestępczości, ale w sposób bardzo nierównomierny względem różnych rodzajów przestępstw. Z analizy wynika, iż ludność miejska jest bardziej narażona na wpływ dezintegracji społecznej oraz innych negatywnych skutków urbanizacji, zaś wynikające stąd frustracje społeczne znajdują ujście w postaci wyższej skłonności do popełniania czynów karalnych.

Wymienione zjawiska oddziałują bezpośrednio na pozostałe rodzaje przestępstw, zaś poprzez zmiany wartości poszczególnych składowych efektu odstraszenia – również (ale w mało odczuwalnej skali) na przestępczość przeciwko zdrowiu i życiu oraz przestępczość przeciwko mieniu. W przypadku zaburzenia zmiennej *ROZMAL* dochodzi do wzrostu pozostałych rodzajów przestępstw o 2,5% (mnożnik podtrzymany), zaś impulsy względem zmiennej *URB* skutkują „prawdziwą eksplozją” tego rodzaju przestępstw (aż do 20%). W świetle tak niepokojącego rezultatu podkreślić należy jednak, iż jego ewentualne przełożenie na rzeczywistość musiałoby być znacznie rozciągnięte w czasie – gdzie realną perspektywą wydają się dziesięciolecia raczej niż lata – mając na uwadze intensywność procesów urbanizacyjnych w minionym dwudziestolecu.

3.8. MNOŻNIKI WZGLĘDEM 10% WZROSTU UDZIAŁU W POPULACJI MŁODYCH MĘŻCZYZN ORAZ SPOŻYCIA ALKOHOLU

Rezultaty analiz mnożnikowych względem wymienionych w tytule niniejszej sekcji zmiennych rozważać należy nie tylko w kategoriach eksperymentu symulacyjnego, ale brać uważnie pod uwagę przy opracowywaniu prognoz przestępczości dla Polski. Spożycie alkoholu charakteryzuje się bowiem wyraźną zmiennością, zaś duża liczba młodych Polaków przebywających zarobkowo za granicą implikuje realistyczną ewentualność ich powrotu do kraju w przypadku zmniejszenia możliwości efektywnego zarobkowania poza granicami Polski.

Jak należało przypuszczać większa liczba młodych mężczyzn w społeczeństwie skutkuje wzrostem przestępczości pospolitej, i to w znaczącym stopniu (do 8%). Natomiast poziom pozostałych rodzajów przestępstw pozostaje w zasadzie indyferentny na zaburzenia wartości tej zmiennej (por. tabela 2).

Pomimo, że spożycie alkoholu jest najprawdopodobniej funkcją zmiennych środowiskowych występujących w charakterze regresorów w równaniach podaży przestępczości – co tłumaczy nieobecność tej zmiennej w tychże równaniach – to jednak w przypadku przestępstw ściganych na podstawie artykułu 178a kodeksu karnego (prowadzenie pojazdu na drodze przez osobę w stanie nietrzeźwości lub pod wpływem środka odurzającego) kategoria ta jest konieczną przesłanką zaistnienia przestępstwa. Dlatego też musi być *explicite* uwzględniona w równaniach objaśniających jego wariancję.

Podwyższone spożycie alkoholu prowadzi do znaczącego, do 7%, wzrostu przestępstw ściganych z artykułu 178a k.k., i w konsekwencji – do wzrostu przestępczości

ogółem, *CRTOT*. W odniesieniu do innych rodzajów przestępstw indukowane wprowadzonym szokiem zmiany są bardziej umiarkowane, gdyż oddziaływanie pierwotnego impulsu na ich wariancję ma charakter wtórny.

3.9. PODSUMOWANIE WYNIKÓW ANALIZY MNOŻNIKOWEJ

Przeprowadzona analiza dowodzi, iż symulacyjna wersja modelu WF-CRIME charakteryzuje się pożądanymi właściwościami merytoryczno-interpretacyjnymi oraz spełnia wszystkie wymogi statystycznej akceptowalności. Reakcja systemu na zadawane szoki zgodna jest z przesłankami teoretycznymi i logicznymi, zaś wartości mnożników impulsowych wygasają i powracają po kilku okresach do swych bazowych poziomów. Pomimo silnych zależności jednoczesnych i licznych opóźnień w nim występujących, model charakteryzuje się zatem właściwą dynamiką.

Porównanie reakcji systemu – za punkt odniesienia biorąc poziom przestępczości – na szoki zadawane instrumentom polityki karnej z zaburzeniami uwarunkowań zewnętrznych wskazuje na niższą skuteczność oddziaływania na zjawisko przestępczości tych pierwszych. Spośród dostępnych środków administracyjnego oddziaływania na przestępczość najbardziej efektywne w obecnych warunkach wydaje się w pierwszej kolejności zwiększenie nakładów na sądownictwo, następnie zaś na bezpieczeństwo publiczne. Asygnowanie dodatkowych funduszy na więziennictwo jest natomiast nieefektywne, o ile nie są one kierowane na rozbudowę istniejącego potencjału dostępnych miejsc w zakładach karnych.

Spośród środowiskowych uwarunkowań przestępczości czynnikami, które w świetle przeprowadzonych analiz okazały się najbardziej ważącymi dla kształtowania skali przestępczości, w pierwszej kolejności wymienić należy nierówności ekonomiczne oraz płace realne. Oznacza to, że akceleracja wzrostu gospodarczego skutkuje spadkiem przestępczości tylko pod warunkiem, gdy nie odbywa się ona kosztem narastania dysproporcji dochodowych w społeczeństwie. Do innych bardzo ważnych egzogenicznych determinant przestępczości, które potencjalnie mogą silnie oddziaływać na skalę przestępczości w bieżącym dziesięcioleciu, zaliczyć należy pochodne wzrostu gospodarczego (społeczna zamożność i liczba samochodów) oraz wybrane czynniki społeczne i demograficzne (odsetek ludności z wykształceniem wyższym oraz udział w populacji młodych mężczyzn).

Właściwości symulacyjnej wersji modelu WF-CRIME zgodne z postulatami merytorycznymi i statystycznymi uprawomocniają sformułowanie końcowego wniosku o pełnej przydatności modelu do zastosowań praktycznych¹².

¹² Prognozę przestępczości w Polsce do roku 2020 wraz z alternatywnymi scenariuszami symulacyjnymi, zakładającymi łagodzenie/zaostrenie polityki karnej, jak również pogorszenie/poprawę środowiskowych uwarunkowań przestępczości, przedstawiono w artykule W. Florczaka, 2013 pt. „Przestępczość w Polsce do roku 2020. Wyniki alternatywnych scenariuszy instytucjonalnych i środowiskowych uwarunkowań przestępczości” w tomie XXXIV „Archiwum Kryminologii” (Florczak, 2013).

4. UWAGI KOŃCOWE

Chociaż liczne wnioski formułowane były w opracowaniu na bieżąco, w trakcie omawiania poszczególnych zagadnień, warto na zakończenie zwrócić uwagę na szczególnie ważką cechę polskiego systemu egzekucji prawa, jaką jest asygnowanie środków publicznych na jego funkcjonowanie. Zarówno analiza jednowymiarowa, jak i wielowymiarowa analiza mnożnikowa, dokonana przy użyciu symulacyjnego modelu WF-CRIME, wskazują, że nakłady na system egzekucji prawa są – przynajmniej w odniesieniu do więziennictwa – oderwane od skali ciążących na nim zobowiązań. Wydaje się, iż zerwanie z domyślną zasadą „urawniłowki” w asygnowaniu publicznego pieniądza na poszczególne ogniwa systemu egzekucji prawa mogłoby wydatnie zwiększyć jego efektywność. Podkreślić należy jednak, iż rozstrzyganie co do kierunku, jak i wysokości ewentualnych przekierowań wymagałoby każdorazowo przeprowadzania odpowiednich analiz, gdyż zidentyfikowana struktura (nie)efektywności nie jest dana raz na zawsze i podlega zmianom wraz ze zmianami poziomu instrumentów, do których należą w pierwszej kolejności nakłady na funkcjonowanie poszczególnych części systemu egzekucji prawa. Zaproponowany model mógłby w dużym stopniu wspomóc analizę efektywności polskiego systemu sprawiedliwości.

Istnieją liczne możliwości rozbudowy i ulepszenia przedstawionego systemu symulacyjnego. Możliwe kierunki dalszych prac mogą obejmować takie zagadnienia jak:

- a) Endogenizację wybranych zmiennych egzogenicznych, np. poprzez sprzężenie modelu WF-CRIME z istniejącymi modelami gospodarki narodowej Polski czy modelami objaśniającymi procesy społeczne i demograficzne. Dzięki takiemu zabiegowi można byłoby ograniczyć stopień arbitralności założeń w odniesieniu do wartości zmiennych egzogenicznych w trakcie opracowania prognoz i scenariuszy symulacyjnych.
- b) Dalszą dezagregację relacji w ramach każdego ogniwa, czyli bardziej szczegółowe uwzględnienie poszczególnych związków i powiązań pomiędzy nimi.
- c) Zastosowanie funkcji produkcji do objaśnienia funkcjonowania systemów bezpieczeństwa publicznego (policji), sądownictwa i więziennictwa.
- d) Wprowadzenie odrębnego podsystemu objaśniającego funkcjonowanie prokuratury.
- e) Objaśnienie poszczególnych typów przestępstw.
- f) Obliczenie zdezagregowanych komponentów efektu odstraszenia w odniesieniu do poszczególnych typów/grup przestępstw, itp.
- g) Analizę faktycznego – w odróżnieniu do rejestrowanego – poziomu przestępczości.

Realizacja wymienionych powyżej, jak i ewentualnie innych zadań, wymagałaby zgromadzenia informacji, które nie są udostępnione do wiadomości publicznej. Ponadto skala wymienionych problemów, ich specyfika i zakres merytoryczny sprawiają, iż przeprowadzenie odpowiednich badań byłoby wyzwaniem naukowym

o dużej wartości praktycznej. Jednakże rzetelne badania w zasygnalizowanych tematach wymagałyby współpracy i koordynacji organizacyjno-naukowej zespołu kryminologów, ekonomistów, ekonometryków, prawników oraz praktyków pracujących na wszystkich etapach systemu egzekucji prawa, jak również dostępu do szczegółowych informacji gromadzonych w resortach bezpieczeństwa publicznego i wymiaru sprawiedliwości.

Uniwersytet Łódzki

LITERATURA

- [1] Blumstein A., (2007), An OR Missionary's Visits to the Criminal Justice System, *Operations Research*, 55 (1), 14–23.
- [2] Blumstein A., Larson R., (1969), Models of Total Criminal Justice System, *Operations Research*, 17 (1), 199–232.
- [3] Cohen L. E., Felson M., (1979), Social Change and Crime Rate Trends: A Routine Activity Approach, *American Sociological Review*, 44, 588–605.
- [4] Czerwiński Z., Kiedrowski M., Konopczyński M., Panek E., (1998), *Budowa makroekonomicznych scenariuszy rozwoju gospodarki polskiej na podstawie modelu KEMPO*, IRiSS Raporty, 66, Warszawa.
- [5] Florczak W., (2004), Stochastyczne równania modelu W8D-2002, *Prace Instytutu Ekonometrii i Statystyki* nr 144, Wydawnictwo UŁ, Łódź.
- [6] Florczak W., (2007), Mikro- i makroekonomiczne korzyści związane z kapitałem ludzkim, *Ekonomista*, 5, 651–673.
- [7] Florczak W., (2009), Zbrodnia i kara. Próba kwantyfikacji makroekonomicznych uwarunkowań przestępczości w Polsce, *Ekonomista*, 4, 479–515.
- [8] Florczak W., (2012a), Makroekonomiczny model przestępczości i systemu egzekucji prawa dla Polski. Specyfikacje równań stochastycznych i rezultaty szacowania parametrów strukturalnych, *Przegląd Statystyczny*, 59 (4), 455–486.
- [9] Florczak W., (2012b), Instytucjonalne uwarunkowania przestępczości w Polsce, *Gospodarka Narodowa*, 10, 97–126.
- [10] Florczak W., (2012c), O możliwości zintegrowanej weryfikacji empirycznej alternatywnych teorii na przykładzie teorii przestępczości, *Ekonomista*, 6, 735–764.
- [11] Florczak W., (2013), Przestępczość w Polsce do roku 2020. Wyniki alternatywnych scenariuszy instytucjonalnych i środowiskowych uwarunkowań przestępczości, *Archiwum Kryminologii*, 34, 407–462.
- [12] Gajda J. B., (1988), *Wielorównaniowe modele ekonometryczne*, PWE, Warszawa.
- [13] McDowal R., (2010), Prison Overcrowding: Finding Successful Policies to Manage Capacity Utilization, mimeo, <https://bora.uib.no/btstream/1956/4355/1/72003844.pdf>.
- [14] Noam E., (1977), The Criminal Justice System: an Economic Model, w: Nagel S.S. (red.) *Modeling the Criminal Justice System*, Sage Publication Inc.
- [15] Rouwette E., van Hooff P., Vennix J., Jongerbreur W., (2007), Modeling Crime Control in the Netherlands: Insights on Process, Paper presented at the 25th International Conference of the System Dynamics Society, Boston.

- [16] Tulder F. P., Van der Torre A., (1999), Modeling Crime and the Law Enforcement System, *International Review of Law and Economics*, 19, 471–486.
- [17] Welfe A., (1990), *Rynek w warunkach inflacji*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź
- [18] Welfe W., Welfe A., Florczak W., 1996, Makroekonomiczny roczny model gospodarki polskiej, *Z Prac Instytutu IRiSS*, 31, 1996, Warszawa.
- [19] Welfe W., Welfe A., Florczak W., 2004, *Scenariusze długookresowego rozwoju gospodarczego Polski*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2004.

MAKROEKONOMICZNY MODEL PRZESTĘPCZOŚCI I SYSTEMU EGZEKUCJI PRAWA DLA POLSKI. STRUKTURA I WŁASNOŚCI W ŚWIEŁIE ANALIZY MNOŻNIKOWEJ

Streszczenie

W artykule, stanowiącym kontynuację autorskiego opracowania pt. „Makroekonomiczny model przestępczości i systemu egzekucji prawa dla Polski. Specyfikacje i rezultaty szacunku parametrów równań stochastycznych”, omówiono strukturę i własności symulacyjnej wersji modelu WF-CRIME. Jest to pierwsza w kraju – i jedna z nielicznych w świecie – konstrukcja tego typu, umożliwiającą analizę ilościową związków pomiędzy przestępczością a wszystkimi składowymi systemu egzekucji prawa w ramach powiązań symultanicznych.

Przeprowadzona analiza dowodzi, iż model charakteryzuje się pożądanymi właściwościami merytoryczno-interpretacyjnymi oraz spełnia wszystkie wymogi statystycznej akceptowalności. Reakcja systemu na zadawane szoki zgodna jest z przesłankami teoretycznymi i logicznymi, zaś wartości mnożników impulsowych wygasają i powracają po kilku okresach do swych bazowych poziomów. Pomimo silnych zależności jednoczesnych i licznych opóźnień w nim występujących, model charakteryzuje się zatem właściwą dynamiką, co pozwala sformułować wniosek o jego przydatności do zastosowań praktycznych prognostyczno-symulacyjnych.

Porównanie reakcji systemu – za punkt odniesienia biorąc poziom przestępczości – na szoki zadawane instrumentom polityki karnej z zaburzeniami uwarunkowań zewnętrznych wskazuje na niższą skuteczność oddziaływania na zjawisko przestępczości tych pierwszych. Spośród dostępnych środków administracyjnego oddziaływania na przestępczość najbardziej efektywne w obecnych warunkach wydaje się w pierwszej kolejności zwiększenie nakładów na sądownictwo, następnie zaś na bezpieczeństwo publiczne.

Słowa kluczowe: przestępczość, uwarunkowania przestępczości, wielorównaniowe modele ekonometryczne, analiza mnożnikowa, własności modelu

MACROECONOMIC MODEL OF CRIME AND OF THE LAW ENFORCEMENT SYSTEM
FOR POLAND. STRUCTURE AND PROPERTIES IN THE LIGHT OF MULTIPLIER ANALYSIS

A b s t r a c t

In this article, being a continuation to *Macroeconomic model of crime and of the law enforcement system for Poland. Equations' specification and the results* by the same author, are discussed the structure and the properties of the WF-CRIME model of the Polish law enforcement system. The model is the very first attempt in Poland – and one of few such constructs in the world – to embrace all the chains of the criminal justice system within a macroeconometric framework.

The multiplier analyses performed on the model testify to its desirable – both essential and statistical – properties. Much as simultaneous, nonlinear and dynamic the model is, it still responds to shocks in an adequate manner, which proves its practical value.

Comparison of the model's responses to both legal and environmental exogenous shocks shows that the efficiency of the former factors in reducing crime is much lower than that of the latter. From among the available administrative measures of affecting crime it seems sensible to shift more means in the first place to the justice, with the public safety to follow, whereas increasing expenditure on the prison system seems ineffective.

Key words: crime, determinants of crime, multi-equation econometric models, multiplier analysis, model properties

PIOTR KĘBŁOWSKI

WNIOSKOWANIE O RZĘDZIE KOINTEGRACJI DLA MODELU VEC ZE SKŁADNIKIEM LOSOWYM Z ROZKŁADU S_U JOHNSONA¹

1. WPROWADZENIE

Wnioskowanie o rzędzie kointegracji za pomocą statystyki opartej na regule ilorazu wiarygodności przeprowadzane jest najczęściej przy założeniu, że składnik losowy jest generowany przez wielowymiarowy proces gaussowskiego białego szumu. Weryfikacja tego założenia w praktyce modelowania szeregów zintegrowanych wymusza zwykle uwzględnienie w modelu VAR wielu zmiennych sztucznych dla odpowiednich obserwacji nietypowych. Jednak konsekwencją włączenia do modelu zmiennych sztucznych i pominięcia informacji związanej z obserwacjami zakwalifikowanymi jako nietypowe jest spadek mocy testu, co w małych próbach może nazbyt często prowadzić do uzyskania wskazań testu, które nie odpowiadają procesowi generującemu system. Interesujące jest zatem rozważenie możliwości wnioskowania o rzędzie kointegracji przed ewentualnym uwzględnieniem w modelu zmiennych sztucznych i zbadanie właściwości rozważanych testów małopróbkowych rzędu kointegracji, gdy składnik losowy jest generowany przez rozkład skośny, leptot albo platykurtyczny.

Statystyka ilorazu wiarygodności, jak również estymator parametrów strukturalnych, wyprowadzone są przy założeniu, że składnik losowy generowany jest przez wielowymiarowy proces gaussowskiego białego szumu – $\varepsilon_t \sim N_p(\mathbf{0}; \mathbf{\Omega})$. Jednakże ich rozkłady asymptotyczne zostały wywiedzione dla bardziej ogólnego założenia, że $\varepsilon_t \sim IID(\mathbf{0}; \mathbf{\Omega})$ (zob. Johansen, 1996, s. 141). Stąd uchylenie założenia $\varepsilon_t \sim N_p(\mathbf{0}; \mathbf{\Omega})$ nie zaburza asymptotycznych właściwości testów, gdy $\varepsilon_t \sim IID(\mathbf{0}; \mathbf{\Omega})$, choć może prowadzić do zmiany małopróbkowych właściwości statystyk oraz estymatorów parametrów (por. np. Gonzalo, 1994). Toda (1994, 1995) formułuje przypuszczenie, że małopróbkowe właściwości testu LR rzędu kointegracji ulegną pogorszeniu,

¹ Artykuł przedstawia wybrane wyniki z rozprawy doktorskiej autora pt. „Małopróbkowe wnioskowanie o rzędzie kointegracji”, obronionej w 2009 roku na Wydziale Ekonomiczno-Socjologicznym Uniwersytetu Łódzkiego. Praca naukowa finansowana ze środków MNiSW jako projekt badawczy nr N111 019 31/2139 pt.: „Małopróbkowe wnioskowanie o rzędzie kointegracji”. Autor pragnie podziękować Recenzentom za wniesione uwagi.

gdy składnik losowy procesu generującego dane nie będzie pochodził z rozkładu normalnego.

W artykule przedstawione zostaną wyniki analiz Monte Carlo własności testów rzędu kointegracji, gdy składnik losowy nie jest generowany przez proces białoszumowy, lecz pochodzi z rozkładu skośnego, lepto- albo platykurtycznego, należącego do rodziny rozkładów S_U zaproponowanej przez Johnsona (1949). Skośność oraz leptokurtyczność rozkładu reszt są typowymi cechami modelu VAR na przykład w przypadku modelowania zmiennych z rynków finansowych. Uwzględnienie tych cech *explicite* prowadzi do hybrydowych modeli VEC, w których reszty generowane są za pomocą procesu SV lub zawierają efekt ARCH (zob. Pajor, 2006). W części 2. omówiono sposób generowania zmiennej z rozkładu S_U oraz, na przykładzie, przedstawiono użyteczność tego rozkładu do opisu niegaussowskiego rozkładu reszt. Część 3. przedstawia wyniki analiz Monte Carlo własności małopróbkowych testów rzędu kointegracji. Część 4. zawiera wnioski podsumowujące badanie.

2. ROZKŁAD S_U A ROZKŁAD EMPIRYCZNY RESZT

Analizę Monte Carlo małopróbkowych własności testów rzędu kointegracji, gdy składnik losowy jest generowany przez rozkład skośny, lepto- albo platykurtyczny przeprowadzono za pomocą rozkładu S_U zaproponowanego przez Johnsona (1949). Rozkład ten posiada cztery niezależne momenty, jest określony na dziedzinie liczb rzeczywistych, zmienna z tego rozkładu powstaje w wyniku przekształcenia zmiennej z rozkładu normalnego.

Zmienne z rodziny rozkładów zaproponowanych przez Johnsona (1949) otrzymywane są w wyniku zastosowania przekształcenia zaproponowanego przez Edgewortha (1898):

$$z_t = a_3 + a_4 f\left(\frac{x_t - a_1}{a_2}\right), \quad (1)$$

gdzie z_t jest zmienną pochodzącą ze standaryzowanego rozkładu normalnego, a_1 i a_2 to parametry odpowiednio wartości oczekiwanej i wariancji, parametry a_3 i a_4 określają, skośność i kurtozę zmiennej x_t , przy założeniu symetryczności funkcji transformacji (zob. Johnson, 1949), x_t jest zmienną pochodzącą z rozkładu konstruowanego, a $f(\cdot)$ oznacza funkcję, zależną od określonej liczby parametrów. Zmienna z rozkładu S_U , oznaczona symbolem x_t , definiowana jest za pomocą następującego przekształcenia:

$$z_t = a_3 + a_4 \sinh^{-1}\left(\frac{x_t - a_1}{a_2}\right) = a_3 + a_4 \log\left[\left(\frac{x_t - a_1}{a_2}\right) + \left(\left(\frac{x_t - a_1}{a_2}\right)^2 + 1\right)^{1/2}\right], \quad (2)$$

skąd wynika, że:

$$x_t = a_1 + \frac{a_2}{2} \left(e^{(z_t - a_3)/a_4} - e^{-(z_t - a_3)/a_4} \right) = a_1 + \frac{a_2}{2} \sinh \left(\frac{z_t - a_3}{a_4} \right). \quad (3)$$

Zmienna z rozkładu S_U posiada cztery niezależne momenty, które są określone jako (por. Johnson, 1949):

$$\mu_1' = -c_1^{1/2} \sinh c_2, \quad (4)$$

$$\mu_2 = (c_1 - 1)(c_1 \cosh 2c_2 + 1)/2, \quad (5)$$

$$\mu_3 = -c_1^{1/2} (c_1 - 1)^2 (c_1 (c_1 + 2) \sinh 3c_2 + 3 \sinh c_2) / 4, \quad (6)$$

$$\mu_4 = (c_1 - 1)^2 (c_1^2 (c_1^4 + 2c_1^3 + 3c_1^2 - 3) \cosh 4c_2 + 4c_1^2 (c_1 + 2) \cosh 2c_2 + 3(2c_1 + 1)) / 8, \quad (7)$$

gdzie μ_i oznacza moment centralny rzędu i , μ_i' to moment zwykły rzędu i , $c_1 = e^{a_3^2}$ oraz $c_2 = a_3/a_4$. Odpowiedni wybór parametrów $a_1, \dots, a_4$ umożliwia zatem konstrukcję zmiennej z rozkładu $S_U(\mu_1'; \mu_2; b_1^{1/2}; b_2)$ o zadanych czterech pierwszych momentach dla określonego obszaru w przestrzeni, wyznaczonej przez kwadrat trzeciego momentu standaryzowanego ($b_1^{1/2}$) i czwarty moment standaryzowany (b_2), ograniczonego linią $b_2 - b_1 - 1 = 0$ dla rozkładów otrzymywanych w wyniku przekształcenia logarytmiczno-normalnego (por. Johnson, 1949).

Rysunek A1 (zob. aneks) stanowi przykład histogramu standaryzowanych reszt równania w modelu VECM bez zmiennych sztucznych, dla którego jednowymiarowe testy normalności odrzucają hipotezę, że reszty te mogą być realizacjami procesu gaussowskiego białego szumu. Graniczny poziom istotności jest bliski zera, co wynika z faktu, że rozkład reszt jest leptokurtyczny i lewostronnie skośny. W tle rysunku A1 pokazano histogram standaryzowanego rozkładu normalnego. Z kolei rysunek A2 zestawia histogramy rozkładu S_U oraz normalnego.

3. WŁAŚCIWOŚCI METOD WNIOSKOWANIA MAŁOPRÓBKOWEGO DLA SKŁADNIKA LOSOWEGO Z ROZKŁADU S_U

Porównanie właściwości testów przeprowadzono dla składnika losowego pochodzącego z rozkładu $S_U(0;1;-0,75;6)$, gdzie $a_1=0,5617$, $a_2=1,4025$, $a_3=0,5923$ i $a_4=1,7682$, oraz składnika losowego generowanego przez proces gaussowskiego białego szumu. Badanie zniekształcenia rozmiaru testów wykonano dla systemu zawierającego pięć zmiennych będących realizacją procesu zintegrowanego w stopniu pierwszym oraz cztery wspólne trendy stochastyczne. Założono, że wartość oczekiwana zmiennych może być niezerowa i nie występuje trend liniowy w poziomie zmiennych, zatem jedynym składnikiem deterministycznym jest stała ograniczona do przestrzeni kointegrującej wektorowego modelu korekty błędem (VEC), postaci:

$$\Delta \mathbf{y}_t = (\mathbf{y}_{t-1} \mathbf{B} + \boldsymbol{\phi}) \mathbf{A}^T + \Delta \mathbf{y}_{t-1} \boldsymbol{\Gamma}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (8)$$

gdzie $\mathbf{y}_t = [y_{1t} \ y_{2t} \ \dots \ y_{Pt}]$, $\mathbf{A}$ i $\mathbf{B}$ są macierzami parametrów o wymiarach $P \times R$ i pełnego rzędu, $\boldsymbol{\Gamma}_1$ jest macierzą parametrów o wymiarach $P \times P$, $\boldsymbol{\phi}$ jest R -elementowym wektorem parametrów, a R oznacza rząd kointegracji.

Porównanie rozmiaru empirycznego i mocy przeprowadzono dla siedmiu testów: (i) standardowego testu ilorazu wiarygodności – LR (Johansen, 1988), (ii) testu LR z poprawką Bartletta – LR^{BC} (Johansen, 2002), (iii) testu LR z poprawką Reinsela i Ahna – LR^{RA} (Reinsel, Ahn, 1989, 1992; Reimers, 1992), (iv) testu LR z poprawką Cheunga i Laia – LR^{CL} (Cheung, Lai, 1993), (v) testu LR z poprawką Hansena i Rahbeka – LR^{HR} (Hansen, Rahbek 2002), (vi) bootstrapowego testu LR – LR^B (Swensen, 2006), (vii) bootstrapowego testu LR z poprawką Bartletta – LR^{BCB} (Kęblowski, 2009, 2013). W każdym eksperymencie wyznaczano 10 tys. replikacji. Dla przyjętego rozmiaru nominalnego testu 5%, odchylenie standardowe rozmiaru wynosi wówczas 0,0022 (zob. szerszy opis testów i eksperymentów Monte Carlo w: Kęblowski, 2013).

Eksperymenty zakodowane zostały w języku programowania RATS 6.3 (kod źródłowy w: Kęblowski, 2009). Obliczenia przeprowadzono na komputerze klasy Intel Core2 1,83GHz. Czas trwania pojedynczego eksperymentu Monte Carlo (tj. łącznie dla $1,0e^4 \cdot 1,0e^3 = 1,0e^7$ replikacji) dla $T = 50$ oraz $T = 100$ wyniósł odpowiednio około 20 i 36 godzin.

Porównanie zniekształcenia rozmiaru małopróbkowych testów rzędu kointegracji przeprowadzono za pomocą procesu (8), gdzie wartości startowe pochodzą ze standaryzowanego rozkładu normalnego, a pierwsze sto obserwacji jest odrzucanych. Parametry procesu generującego dane (DGP) w wersji bazowej ($P = 5$, $R = 1$) określono jako: $\mathbf{B} = [1 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0]^T$, $\mathbf{A} = [\alpha \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $\boldsymbol{\phi} = 1$, $\boldsymbol{\Gamma}_1 = \zeta \mathbf{I}$ oraz $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim N_p(\mathbf{0}; \boldsymbol{\Omega})$ i $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{I}$. Przyjęto długość próby $T = 50$. Wyniki przedstawiono w tabelach 1. i 2. dla: szybkości mechanizmu korekty błędem (parametr α , wyniki w wierszach) oraz siły efektów krótkookresowych (parametr ζ , wyniki w kolumnach).

Tabela 1.

Empiryczny rozmiar (w %) testów małopróbkowych, $P = 5$, $R = 1$, $T = 50$, DGP (8),
składnik losowy generowany przez rozkład $S_U(0; 1; -0,75; 6)$

$\alpha \setminus \zeta$		0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
-0,1	LR	8,5	9,7	17,0	31,4	67,5	98,9
	LR^{BC}	0,8	0,5	0,7	0,9	1,1	2,6
	LR^{RA}	0,3	0,4	1,1	3,4	17,1	81,4
	LR^{CL}	0,5	0,5	1,7	4,5	20,8	84,8
	LR^{HR}	2,4	2,8	6,1	13,2	41,6	94,9
	LR^B	0,2	0,2	0,3	0,6	1,0	8,5
	LR^{BCB}	0,3	0,3	0,4	0,7	1,0	1,2
-0,2	LR	9,6	11,9	19,8	35,7	68,7	98,3
	LR^{BC}	1,0	1,0	1,2	1,4	2,5	2,5
	LR^{RA}	0,5	0,8	1,6	4,4	19,9	78,9
	LR^{CL}	0,7	1,1	2,2	5,6	23,8	82,4
	LR^{HR}	2,8	3,9	7,1	16,0	44,8	93,4
	LR^B	0,4	0,5	0,6	0,7	2,1	10,0
	LR^{BCB}	0,5	0,6	0,7	1,0	2,0	1,9
-0,4	LR	13,0	15,9	24,3	39,7	70,1	96,6
	LR^{BC}	1,8	1,9	2,3	3,1	4,4	1,7
	LR^{RA}	0,6	1,0	2,0	6,0	23,5	70,6
	LR^{CL}	1,0	1,5	2,9	7,7	27,7	74,8
	LR^{HR}	4,1	5,6	9,4	20,1	47,6	89,3
	LR^B	0,6	0,7	0,8	1,5	3,5	9,4
	LR^{BCB}	0,9	0,9	1,2	2,1	3,9	1,8
-0,6	LR	15,5	17,6	26,5	42,3	69,0	95,5
	LR^{BC}	2,4	2,9	3,7	4,9	4,6	1,2
	LR^{RA}	0,9	1,3	3,0	7,6	23,6	66,6
	LR^{CL}	1,2	1,8	4,0	9,6	27,3	71,1
	LR^{HR}	5,1	6,1	11,3	21,9	47,3	86,7
	LR^B	0,9	0,9	1,5	2,5	4,2	8,9
	LR^{BCB}	1,1	1,3	2,1	3,3	4,5	1,6

Tabela 1.

-0,8	LR	16,5	19,1	26,8	42,1	68,0	95,3
	LR^{BC}	3,4	3,7	4,2	5,6	4,9	1,1
	LR^{RA}	1,4	1,7	3,0	8,3	23,8	64,6
	LR^{CL}	1,9	2,3	4,0	10,1	27,3	69,4
	LR^{HR}	5,8	7,4	11,6	23,0	46,6	85,8
	LR^B	1,2	1,4	1,6	2,4	4,8	9,3
	LR^{BCB}	1,7	1,8	2,2	3,6	5,4	1,9
-0,9	LR	16,7	19,7	27,4	42,4	67,5	95,4
	LR^{BC}	3,5	3,8	4,9	5,7	4,6	0,9
	LR^{RA}	1,0	1,6	3,6	8,4	22,3	64,7
	LR^{CL}	1,4	2,3	4,6	10,5	25,8	69,3
	LR^{HR}	6,3	7,2	12,3	22,4	45,6	85,5
	LR^B	1,1	1,6	1,9	2,8	4,5	9,0
	LR^{BCB}	1,4	1,9	2,6	3,7	5,0	1,7

Tabela 2.

Empiryczny rozmiar (w %) testów małopróbkowych, $P = 5$, $R = 1$, $T = 50$, DGP (8),
składnik losowy generowany przez proces gaussowskiego białego szumu

$\alpha \setminus \zeta$		0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
-0,1	LR	7,4	9,9	16,4	32,8	66,0	98,9
	LR^{BC}	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	2,9
	LR^{RA}	0,2	0,5	1,1	3,7	17,0	81,2
	LR^{CL}	0,3	0,5	1,4	4,8	20,7	84,5
	LR^{HR}	1,9	2,5	5,2	14,2	41,8	94,9
	LR^B	0,2	0,2	0,5	0,5	1,2	8,6
	LR^{BCB}	0,2	0,3	0,6	0,7	1,0	1,2
-0,2	LR	9,4	11,9	19,4	36,0	69,8	98,4
	LR^{BC}	0,9	0,9	1,2	1,4	2,5	2,6
	LR^{RA}	0,4	0,6	1,4	4,5	20,3	79,2
	LR^{CL}	0,6	0,8	1,8	5,8	24,5	83,1
	LR^{HR}	2,4	3,6	7,0	15,9	45,7	93,9
	LR^B	0,4	0,4	0,5	0,7	1,8	10,0
	LR^{BCB}	0,4	0,5	0,7	1,0	1,9	1,7

Tabela 2.

-0,4	LR	13,2	15,6	24,4	40,6	70,6	97,0
	LR^{BC}	1,8	1,9	2,5	3,4	4,2	1,8
	LR^{RA}	0,8	1,0	2,5	6,7	23,6	71,3
	LR^{CL}	1,2	1,4	3,3	8,5	27,6	75,9
	LR^{HR}	4,2	5,3	9,6	20,4	48,4	89,4
	LR^B	0,6	0,7	1,0	1,5	3,6	9,5
	LR^{BCB}	0,9	0,9	1,4	2,1	3,8	1,8
-0,6	LR	15,0	17,8	25,5	41,7	68,4	96,0
	LR^{BC}	2,4	2,7	3,3	4,6	4,9	1,5
	LR^{RA}	0,9	1,2	2,9	7,9	23,1	67,0
	LR^{CL}	1,3	1,7	3,7	9,9	27,2	71,8
	LR^{HR}	4,7	6,3	10,5	22,2	47,5	87,4
	LR^B	0,8	0,9	1,3	2,2	4,0	9,2
	LR^{BCB}	1,0	1,3	1,8	3,0	4,4	1,7
-0,8	LR	15,5	19,5	27,3	42,6	69,0	95,8
	LR^{BC}	2,8	3,5	4,5	5,0	5,0	1,0
	LR^{RA}	0,9	1,4	3,3	7,9	23,3	66,0
	LR^{CL}	1,3	1,8	4,3	9,7	27,1	70,3
	LR^{HR}	5,0	7,1	11,6	22,2	47,2	86,8
	LR^B	1,0	1,1	1,8	2,7	4,6	9,3
	LR^{BCB}	1,2	1,4	2,3	3,4	5,1	1,6
-0,9	LR	16,3	18,5	28,3	42,4	67,8	95,3
	LR^{BC}	3,5	3,6	4,6	5,3	4,3	1,0
	LR^{RA}	1,2	1,4	3,2	8,0	22,5	64,0
	LR^{CL}	1,6	2,0	4,2	10,1	26,6	68,8
	LR^{HR}	6,0	6,8	12,1	22,9	46,0	85,4
	LR^B	1,2	1,2	1,9	2,5	4,4	8,5
	LR^{BCB}	1,5	1,6	2,4	3,6	4,7	1,6

Wyniki eksperymentów Monte Carlo zestawione w tabeli 1 nie różnią się istotnie od wyników eksperymentów dla przypadku, gdy składnik losowy jest generowany przez proces gaussowskiego białego szumu (tabela 2). Zatem, w przypadku gdy składnik losowy pochodzi z rozkładu skośnego, leptokurtycznego, wówczas testy rzędu kointegracji oparte na regule ilorazu wiarygodności są odporne, ze względu

na rozmiar testu, na niespełnienie założenia, że składnik losowy pochodzi z rozkładu normalnego, dla rozważanych obszarów w przestrzeni parametrycznej (por. przeciwne przypuszczenie sformułowane przez Todę, 1994, 1995 oraz podobny wniosek dla testu asymptotycznego w: Cheung i Lai, 1993).

W przypadku gdy składnik losowy jest generowany przez rozkład skośny, leptokurtyczny (albo platykurtyczny), wówczas właściwa strategia małopróbkowego wnioskowania o rzędzie kointegracji polega na weryfikacji rzędu kointegracji przed ewentualnym włączeniem zmiennych sztucznych do modelu. Należy jednak zauważyć, że gdy skośność i leptokurtyczność reszt wynika z innych przyczyn, na przykład takich jak nieuwzględnione zmiany strukturalne, wówczas właściwa strategia wnioskowania wymaga zawarcia odpowiednich zmiennych deterministycznych w modelu VEC, przed weryfikacją rzędu kointegracji (zob. np. Johansen i in., 2000).

Analiza mocy małopróbkowych testów rzędu kointegracji dla składnika losowego pochodzącego z rozkładu skośnego, leptokurtycznego przeprowadzona została dla analogicznego system pięciu zmiennych stochastycznych będących realizacją procesu zintegrowanego w stopniu pierwszym, w którym występują trzy wspólne trendy stochastyczne dla (prawdziwej) hipotezy alternatywnej (por. Kęblowski, 2013). DGP został określony następująco:

$$\Delta \mathbf{y}_t^{DGP} = (\mathbf{y}_{t-1}^{DGP} \mathbf{B} + \boldsymbol{\varphi}) \mathbf{A}^T + (\mathbf{y}_{t-1}^{DGP} \mathbf{B}_1 + \boldsymbol{\varphi}_1) \mathbf{A}_1^T + \Delta \mathbf{y}_{t-1}^{DGP} \boldsymbol{\Gamma}_1 + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (9)$$

gdzie $\mathbf{B}_1$ i $\mathbf{A}_1$ są macierzami parametrów o wymiarach $P \times (R - r)$ i pełnego rzędu, $\boldsymbol{\varphi}_1$ oznacza $(R - r)$ -elementowy wektor parametrów, a r to weryfikowany rząd kointegracji ($r < R$).

Tabela 3.

Relatywne prawdopodobieństwa odrzucenia hipotezy zerowej (w %), $P = 5$, $r = 1$, $R = 2$, $T = 50$, DGP (9), składnik losowy generowany przez rozkład $S_U(0; 1; -0,75; 6)$

$\alpha \setminus \zeta$	0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
LR	9,4	12,3	21,1	36,8	72,7	99,6
LR^{BC}	0,7	0,8	1,0	1,4	2,3	10,1
LR^{RA}	0,3	0,6	1,5	4,8	22,3	90,9
-0,1 LR^{CL}	0,5	0,8	2,1	6,2	26,9	92,8
LR^{HR}	2,9	3,7	7,5	16,9	49,3	97,7
LR^B	0,3	0,4	0,5	0,7	1,8	21,0
LR^{BCB}	0,3	0,5	0,7	1,0	1,6	4,5

Tabela 3.

-0,2	LR	15,2	18,8	29,8	48,3	81,9	99,8
	LR^{BC}	1,8	2,0	2,7	4,0	8,3	18,6
	LR^{RA}	1,0	1,4	3,1	8,8	33,8	94,8
	LR^{CL}	1,3	1,9	4,0	10,9	38,3	95,8
	LR^{HR}	4,7	6,7	12,4	25,5	61,8	98,8
	LR^B	0,9	1,0	1,4	2,2	5,5	42,3
	LR^{BCB}	1,0	1,2	1,7	2,8	5,6	15,6
-0,4	LR	28,2	34,4	48,2	70,9	95,2	99,9
	LR^{BC}	5,8	7,1	9,7	15,8	33,0	39,6
	LR^{RA}	2,7	3,8	8,0	21,0	65,9	98,9
	LR^{CL}	3,7	5,0	1,0	25,1	70,3	99,1
	LR^{HR}	11,5	15,1	24,2	46,7	85,5	99,8
	LR^B	2,9	3,4	4,4	8,8	27,9	81,3
	LR^{BCB}	3,5	4,2	5,8	11,1	29,2	50,0
-0,6	LR	42,1	49,0	65,8	86,6	99,2	99,9
	LR^{BC}	13,5	16,1	21,9	35,8	61,3	57,5
	LR^{RA}	5,6	8,0	15,9	40,6	86,3	99,8
	LR^{CL}	7,1	10,3	19,4	45,6	89,1	99,9
	LR^{HR}	19,8	25,1	40,5	68,3	96,3	99,9
	LR^B	6,3	8,0	11,7	24,2	60,2	95,0
	LR^{BCB}	7,7	9,8	14,2	28,2	61,5	73,4
-0,8	LR	53,8	61,2	78,7	95,3	99,8	99,9
	LR^{BC}	22,4	26,5	38,4	59,1	81,0	70,4
	LR^{RA}	9,6	12,9	28,0	62,5	95,3	99,9
	LR^{CL}	12,3	16,2	32,9	67,3	96,5	99,9
	LR^{HR}	28,7	35,6	55,8	85,1	99,0	99,9
	LR^B	11,8	14,1	23,5	45,7	82,6	98,6
	LR^{BCB}	13,9	16,8	27,3	50,5	83,3	85,6
-0,9	LR	59,5	66,0	83,5	97,1	99,9	99,9
	LR^{BC}	27,2	31,6	45,9	68,3	87,1	74,1
	LR^{RA}	12,0	16,1	34,6	71,0	97,4	99,9
	LR^{CL}	15,1	19,7	39,8	75,1	98,0	99,9
	LR^{HR}	33,5	41,1	63,2	89,5	99,5	99,9
	LR^B	15,1	18,1	30,3	56,9	89,3	99,4
	LR^{BCB}	17,6	20,8	34,5	61,4	89,6	88,9

Tabela 4.

Relatywne prawdopodobieństwa odrzucenia hipotezy zerowej (w %), $P = 5$, $r = 1$, $R = 2$, $T = 50$, DGP (9), składnik losowy generowany przez proces gaussowskiego białego szumu

$\alpha \setminus \xi$		0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
-0,1	LR	9,1	11,4	19,4	38,1	72,9	99,6
	LR^{BC}	0,7	0,8	1,0	1,1	2,2	10,2
	LR^{RA}	0,4	0,7	1,3	4,6	21,5	90,3
	LR^{CL}	0,5	0,8	2,0	6,0	25,4	92,3
	LR^{HR}	2,6	3,7	7,7	17,1	47,9	98,0
	LR^B	0,4	0,3	0,5	0,6	1,5	20,6
	LR^{BCB}	0,4	0,4	0,7	0,7	1,3	4,9
-0,2	LR	14,6	17,7	28,6	48,4	82,1	99,8
	LR^{BC}	1,7	1,9	23,5	3,8	7,7	18,3
	LR^{RA}	0,9	1,2	2,8	8,1	34,1	95,4
	LR^{CL}	1,2	1,6	3,8	10,5	39,2	96,3
	LR^{HR}	4,8	6,7	11,7	25,2	62,8	98,9
	LR^B	0,8	0,9	1,1	1,9	5,1	43,5
	LR^{BCB}	1,0	1,0	1,7	2,6	5,1	15,6
-0,4	LR	28,2	33,5	48,8	70,5	95,5	99,9
	LR^{BC}	5,8	6,6	10,1	15,7	32,5	40,1
	LR^{RA}	2,5	3,8	8,4	20,8	64,9	99,0
	LR^{CL}	3,4	4,8	10,6	24,8	69,4	99,2
	LR^{HR}	10,9	14,8	25,3	46,2	86,1	99,8
	LR^B	2,7	3,4	5,1	9,1	27,9	81,7
	LR^{BCB}	3,4	4,2	6,5	11,2	29,3	49,7
-0,6	LR	42,5	48,3	64,9	87,2	99,1	99,9
	LR^{BC}	13,5	15,6	22,1	36,9	60,6	58,9
	LR^{RA}	5,7	7,9	15,9	41,1	86,2	99,9
	LR^{CL}	7,7	10,0	19,3	46,4	88,7	99,9
	LR^{HR}	19,5	24,8	40,1	68,7	96,0	99,9
	LR^B	6,7	8,0	11,7	24,7	60,0	95,5
	LR^{BCB}	8,2	9,4	14,3	28,8	61,2	74,4

Tabela 4.

-0,8	LR	54,1	60,7	79,3	95,2	99,8	99,9
	LR^{BC}	23,2	26,0	37,6	59,2	81,8	70,0
	LR^{RA}	9,6	13,2	27,4	62,4	95,5	99,9
	LR^{CL}	12,2	16,6	32,2	67,2	96,4	99,9
	LR^{HR}	29,0	35,1	55,9	84,8	99,0	99,9
	LR^B	12,0	14,3	23,5	46,6	83,2	98,9
	LR^{BCB}	14,1	16,9	27,7	51,4	84,1	86,2
-0,9	LR	58,9	66,3	84,6	97,2	99,9	99,9
	LR^{BC}	26,9	31,6	45,2	67,5	87,6	75,3
	LR^{RA}	11,5	16,0	33,1	70,3	97,1	99,9
	LR^{CL}	14,4	19,6	38,5	74,6	97,9	99,9
	LR^{HR}	32,7	40,3	62,9	89,8	99,6	99,9
	LR^B	14,6	18,2	29,5	56,4	89,3	99,5
	LR^{BCB}	17,0	21,1	33,5	60,9	89,8	89,8

Tabela 5.

Moc testu (w %) dla rozmiaru równego 5%, $P = 5$, $r = 1$, $R = 2$, $T = 50$,
DGP (9), składnik losowy generowany przez rozkład $S_U(0; 1; -0,75; 6)$

$\alpha \setminus \zeta$		0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
-0,1	LR	6,1	6,8	6,7	6,6	7,2	15,3
	LR^{BC}	5,9	6,4	7,0	6,5	8,2	15,3
-0,2	LR	8,2	9,3	9,5	10,2	11,1	29,7
	LR^{BC}	7,7	9,1	9,9	10,9	14,9	27,6
-0,4	LR	13,5	14,9	15,4	18,1	28,7	66,2
	LR^{BC}	14,9	16,1	17,3	21,6	35,0	53,7
-0,6	LR	19,2	21,1	23,9	32,5	54,9	86,6
	LR^{BC}	20,8	23,9	28,2	37,6	61,3	72,9
-0,8	LR	25,6	28,3	36,3	50,8	76,9	95,2
	LR^{BC}	29,1	32,4	41,7	57,7	81,2	82,6
-0,9	LR	29,1	32,2	42,4	60,5	84,2	97,4
	LR^{BC}	33,7	36,4	47,5	66,5	87,4	85,5

Relatywne prawdopodobieństwa odrzucenia hipotezy zerowej zestawione w tabeli 3 nie różnią się istotnie od wyników dla przypadku, gdy składnik losowy jest generowany przez proces gaussowskiego białego szumu (tabela 4). Ponadto moc testów (tabela 5) w obydwu przypadkach jest zbliżona, co wynika z braku istotnego wpływu skośności i leptokurtyczności reszt na empiryczny rozmiar testów. W przypadku gdy reszty nie pochodzą z rozkładu normalnego, lecz są generowane przez rozkład skośny, leptokurtyczny, wówczas testy rzędu kointegracji oparte na regule ilorazu wiarygodności są odporne na niespełnienie założenia, że reszty pochodzą z rozkładu normalnego, zarówno ze względu na rozmiar testu, jak i moc.

Wyniki powyższych badań pozwalają rozszerzyć wcześniejszy wniosek, zgodnie z którym właściwa strategia małopróbkowego wnioskowania o rzędzie kointegracji polega na weryfikacji rzędu kointegracji przed ewentualnym włączeniem zmiennych sztucznych do modelu, gdy składnik losowy jest generowany przez rozkład skośny, leptokurtyczny (albo platykurtyczny), również na przypadek mocy testu. Uwzględnienie zmiennych sztucznych impulsowych w modelu VEC przed weryfikacją rzędu kointegracji tak, aby testy wskazywały, że reszty są generowane przez proces gaussowskiego białego szumu, gdy składnik losowy jest generowany przez proces skośny leptokurtyczny, może prowadzić do niecelowego pogorszenia małopróbkowych właściwości rozważanych testów kointegracji.

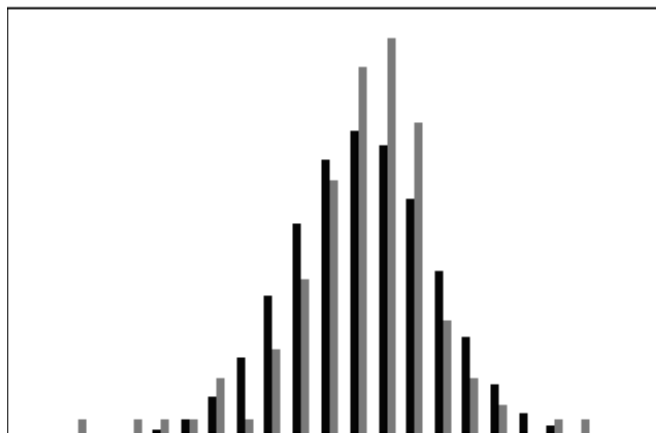
4. PODSUMOWANIE

Wyniki eksperymentów Monte Carlo wskazują, że testy liczby relacji kointegrujących oparte na regule ilorazu wiarygodności są odporne, gdy składnik losowy pochodzi z rozkładu skośnego, leptokurtycznego, aproksymowanego rozkładem S_U Johnsona, zamiast z wielowymiarowego rozkładu normalnego. Stąd też, uwzględnienie zmiennych sztucznych w modelu VEC przed wnioskowaniem o rzędzie kointegracji, tak aby testy potwierdzały założenie o normalności rozkładu reszt, może prowadzić do niecelowego pogorszenia małopróbkowych właściwości rozważanych testów kointegracji. Jednak w tych przypadkach, w których przyczyną skośności lub leptokurtyczności reszt są jednorazowe szoki strukturalne, zwykle dobrze uzasadnione zdarzeniami ekonomicznymi, politycznymi lub zmianami definicyjnymi, wówczas zmienne deterministyczne powinny być zawarte w modelu przed weryfikacją rzędu kointegracji.

LITERATURA

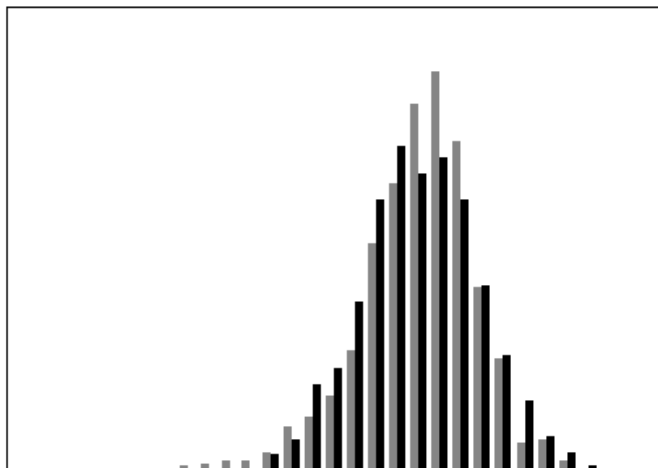
- [1] Cheung Y.-W., Lai K. S., (1993), Finite-Sample Sizes of Johansen's Likelihood Ratio Tests for Cointegration, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 55, 313–328.
- [2] Edgeworth F. Y., (1898), On the Representation of Statistics by Mathematical Formulae, *Journal of the Royal Statistical Society*, 61, 670–700.
- [3] Gonzalo J., (1994), Five Alternative Methods of Estimating Long-Run Equilibrium Relationships, *Journal of Econometrics*, 60, 203–233.
- [4] Hansen H., Rahbek A., (2002), Approximate Conditional Unit Root Inference, *Journal of Time Series Analysis*, 23, 1–28.
- [5] Johansen S., (1988), Statistical Analysis of Cointegration Vectors, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 12, 231–254.
- [6] Johansen S., (1996), *Likelihood-Based Inference in Cointegrated Vector Autoregressive Models*, Oxford University Press, Oxford.
- [7] Johansen S., (2002), A Small Sample Correction for the Test of Cointegrating Rank in the Vector Autoregressive Model, *Econometrica*, 70, 1929–1961.
- [8] Johansen S., Mosconi R., Nielsen B., (2000), Cointegration Analysis in the Presence of Structural Breaks in the Deterministic Trend, *Econometrics Journal*, 3, 216–249.
- [9] Johnson N. L., (1949), Systems of Frequency Curves Generated by Methods of Translation, *Biometrika*, 36, 149–176.
- [10] Kębłowski P., (2009), Małopróbkowe wnioskowanie o rzędzie kointegracji, rozprawa doktorska.
- [11] Kębłowski P., (2013), Właściwości metod małopróbkowego wnioskowania o rzędzie kointegracji, *Przegląd Statystyczny*, 60 (2), 163–185.
- [12] Kębłowski P., Welfe A., (2010), Estimation of the Equilibrium Exchange Rate: The CHEER Approach, *Journal of International Money and Finance*, 29 (8), 1385–1397.
- [13] Pajor A., (2006), Bivariate Bayesian VECM-SV Models for Polish Exchange Rates, *Przegląd Statystyczny*, 53 (3), 9–26.
- [14] Reimers H.-E., (1992), Comparisons of Tests for Multivariate Cointegration, *Statistical Papers*, 33, 335–359.
- [15] Reinsel G. C., Ahn S. K., (1989), Likelihood Ratio Test for Unit Roots and Forecasting Properties in the Nonstationary Vector AR Model, materiał powielony.
- [16] Reinsel G. C., Ahn S. K., (1992), Vector AR Models with Unit Roots and Reduced Rank Structure: Estimation, Likelihood Ratio Test, and Forecasting, *Journal of Time Series Analysis*, 13, 353–375.
- [17] Swensen A. R., (2006), Bootstrap Algorithms for Testing and Determining the Cointegration Rank in VAR Models, *Econometrica*, 74, 1699–1714.
- [18] Toda H. Y., (1994), Finite Sample Properties of Likelihood Ratio Tests for Cointegrating Ranks when Linear Trends are Present, *The Review of Economics and Statistics*, 76, 66–79.
- [19] Toda H. Y., (1995), Finite Sample Performance of Likelihood Ratio Tests for Cointegrating Ranks in Vector Autoregressions, *Econometric Theory*, 11, 1015–1032.

ANEKS



Rysunek A1. Histogramy standaryzowanego rozkładu normalnego oraz standaryzowanych reszt dla równania stóp procentowych obligacji skarbowych 5-letnich w Polsce w modelu VECM bez zmiennych sztucznych

Słupki czarne oznaczają histogram standaryzowanego rozkładu normalnego, słupki szare przedstawiają histogram standaryzowanych reszt dla równania stóp procentowych obligacji skarbowych 5-letnich w Polsce w modelu VECM bez zmiennych sztucznych, gdzie trzeci i czwarty moment centralny standaryzowany są równe odpowiednio: $-0,60$ i $5,36$ (zob. model w: Kęblowski, Welfe, 2010).



Rysunek A2. Histogramy standaryzowanego rozkładu normalnego oraz rozkładu $S_U(0; 1; -0,75; 6)$

Słupki czarne oznaczają histogram standaryzowanego rozkładu normalnego, słupki szare przedstawiają histogram rozkładu S_U Johnsona (1949), gdzie wartość oczekiwana i wariancja są równe odpowiednio: zero i jeden, a trzeci i czwarty moment centralny standaryzowany były równe odpowiednio: $-0,75$ i $6,00$. Histogramy wyznaczano na podstawie tysiąca realizacji ze standaryzowanego rozkładu normalnego, generowanych za pomocą generatora liczb pseudolosowych programu MS Excel 2003.

WNIOSKOWANIE O RZĘDZIE KOINTEGRACJI DLA MODELU VEC
ZE SKŁADNIKIEM LOSOWYM Z ROZKŁADU S_U JOHNSONA

Streszczenie

Artykuł przedstawia wyniki analiz Monte Carlo własności małopróbkowych testów rzędu kointegracji dla modelu VEC ze składnikiem losowym pochodzącym z rozkładu skośnego, leptokurtycznego. Analiza przeprowadzana jest dla testu asymptotycznego, testów z poprawkami na liczbę stopni swobody, testu z poprawką Bartletta, testu bootstrapowego oraz testu bootstrapowego z poprawką Bartletta w roli surogatu podwójnego testu bootstrapowego. Wyniki eksperymentów wskazują, że testy liczby relacji kointegrujących oparte na regule ilorazu wiarygodności są odporne ze względu na rozmiar jak i moc testu, gdy składnik losowy pochodzi z rozkładu skośnego, leptokurtycznego, aproksymowanego rozkładem S_U Johnsona, zamiast z wielowymiarowego rozkładu normalnego.

Słowa kluczowe: rozkład reszt o grubych ogonach, rozkład S_U Johnsona, wnioskowanie małopróbkowe, rząd kointegracji

INFERENCE ON COINTEGRATION RANK FOR A VEC MODEL
WITH THE S_U JOHNSON ERROR DISTRIBUTION

Abstract

Performance of small-sample cointegration rank tests is investigated within the framework of a VEC model with skewed fat-tailed error distribution. The Monte Carlo analysis is conducted for: asymptotic test, tests with degrees-of-freedom corrections, test with Bartlett correction, bootstrap test, and bootstrap test with Bartlett correction, as a surrogate of double bootstrap test. The results indicate that the small-sample cointegration rank tests are robust to skewed fat-tailed error distribution, approximated by S_U Johnson distribution, with respect to size and power of these tests.

Keywords: fat-tailed error distribution, S_U Johnson distribution, small sample inference, cointegration rank

DARIUSZ SIUDAK

KLASYFIKACJA PRZEDSIĘBIORSTW ZE WZGLĘDU NA TRZY FAZY MIGRACJI WARTOŚCI Z WYKORZYSTANIEM METOD PORZĄDKOWANIA LINIOWEGO

1. WPROWADZENIE

„Migracja wartości obrazuje przepływ zysków i bogactwa akcjonariuszy poprzez biznesową szachownicę. Jest to proces, w którym wartość odpływa od przestarzałych ekonomicznie modeli działalności biznesowej i płynie do nowych, które bardziej efektywnie kreują korzyści dla klienta oraz pozyskują wartość dla właściciela” (Slywotzky 1996, s. 21).

Pomiar i analiza procesu migracji wartości może być realizowana za pomocą modelu trzech faz migracji wartości, którego propozycję przedstawił Slywotzky (1996). Istotą modelu jest założenie, że każde przedsiębiorstwo może znajdować się w jednej z trzech faz migracji wartości (Siudak 2001, s. 195):

- *faza przyływu wartości* – przedsiębiorstwa znajdujące się w tej fazie absorbują wartość z innych sektorów lub przedsiębiorstw tego samego sektora; mocna pozycja konkurencyjna, wysoka dynamika wzrostu oraz wysoka rentowność tych przedsiębiorstw powiększa ich siłę rynkową, powiększając zarazem ich wartość;
- *faza stabilizacji wartości* – przedsiębiorstwa znajdujące się w tej fazie charakteryzuje stan równowagi i stabilności w zakresie pozycji konkurencyjnej i udziału w rynku; w fazie tej wartość przedsiębiorstwa podlega wahaniom krótkoterminowym i niewielkim zmianom długoterminowym;
- *faza odpływu wartości* – przedsiębiorstwa, które znajdują się w tej fazie charakteryzuje spadek sprzedaży, spadek pozycji konkurencyjnej, odpływ klientów do przedsiębiorstw konkurencyjnych; konsekwencją tego jest ucieczka inwestorów (a więc przepływ kapitałów) do innych spółek i sektorów, następstwem czego jest odpływ wartości.

Jak stwierdza Mills (2005, s. 66), „nie chodzi o to, że wartość zanika, lecz przemieszcza się – czasem szybko – w kierunku nowych działań i umiejętności oraz w kierunku nowych form prowadzenia działalności, które są w stanie osiągać zyski dzięki lepszemu spełnianiu potrzeb klientów”. W konsekwencji następuje przepływ wartości w wyniku zmiany efektywności w zakresie kreowania wartości dla akcjonariuszy.

W literaturze przedmiotu występuje luka teoretyczno-empiryczna w zakresie pomiaru migracji wartości przedsiębiorstw. Stąd też celem artykułu jest przedstawienie procedury podziału analizowanego układu przedsiębiorstw względem trzech faz migracji wartości, zgodnie z modelem Slywotzky'ego, z wykorzystaniem metody porządkowania liniowego. Wiąże się to z konstrukcją zmiennej syntetycznej oraz na jej podstawie podziału przedsiębiorstw względem trzech faz migracji wartości. Podjęto próbę weryfikacji empirycznej zaproponowanej metody podziału analizowanego układu przedsiębiorstw.

Zastosowanie modelu Slywotzky'ego (1996) zostało ograniczone do jego sensu konceptualnego, czyli wyróżnienia trzech faz migracji wartości. Modyfikacja zaproponowanej metody w odniesieniu do modelu Slywotzky'ego polega na przyjętym kryterium i sposobie podziału przedsiębiorstwa względem wyróżnionych faz migracji wartości. Jako kryterium podziału Slywotzky przyjął jeden miernik w postaci relacji:

$$\text{kryterium} = \frac{\text{wartość rynkowa brutto}}{\text{przychody ze sprzedaży}}, \quad (1)$$

arbitralnie przyjmując następujące wartości graniczne:

- $<0 \div 1,0$ – faza odpływu wartości,
- $<1,0 \div 2,0>$ – faza stabilizacji wartości,
- $(2,0 \div \infty)$ – faza przyływu wartości.

Jednocześnie w powyższym modelu jego autor zakłada, że przyjęte wartości graniczne mogą ulegać zmianie w zależności od rodzaju sektora gospodarczego, w którym spółka prowadzi swoją działalność.

Natomiast w proponowanym w opracowaniu podejściu podziału przedsiębiorstw nie istnieją standardowe granice poszczególnych faz migracji wartości. Kwalifikacja do jednej z grup następuje na podstawie zmiennej syntetycznej, agregującej kilka zmiennych diagnostycznych procesu migracji wartości.

Zaproponowaną procedurę podziału przedsiębiorstw względem trzech faz migracji wartości zastosowano do wszystkich 270 spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w roku 2007, które stanowią analizowany układ przedsiębiorstw.

2. POMIAR PROCESÓW MIGRACJI WARTOŚCI

Do pomiaru procesów migracji wartości zastosowano metodę porządkowania liniowego, którego celem jest utworzenie zmiennej syntetycznej agregującej informacje ze wszystkich zmiennych diagnostycznych opisujących badane zjawisko. Zmienna syntetycznie opisująca pomiar migracji wartości przedsiębiorstw została

oparta na zestawie trzech poniższych zmiennych diagnostycznych o charakterze stymulanty:

(1) *udział w saldzie migracji gospodarki* z wagą 25%

$$\text{Udział w saldzie migracji} = \frac{\Delta MVA_i}{\left| \sum_{i=1}^n MVA_i \right|}, \quad \left(\sum_{i=1}^n MVA_i \neq 0 \right), \quad (2)$$

gdzie: MVA_i – rynkowa wartość dodana i -tego przedsiębiorstwa ($i = 1, \dots, n$), notowanego na giełdzie papierów wartościowych.

(2) *udział w saldzie migracji sektora* z wagą 25%

$$\text{Udział w saldzie migracji sektora} = \frac{\Delta MVA_i}{\left| \sum_{i \in I_s} \Delta MVA_i \right|}, \quad \left(\sum_{i \in I_s} \Delta MVA_i \neq 0 \right), \quad (3)$$

gdzie: MVA_i – rynkowa wartość dodana i -tego przedsiębiorstwa wchodzącego w skład s -tego sektora gospodarczego, ($i \in I_s$, $i = 1, \dots, s$).

(3) *zmiana MVA/K* z wagą 50%

$$\Delta(MVA/K) = \left(\frac{MVA}{K} \right)_T - \left(\frac{MVA}{K} \right)_{T-1}, \quad (K \neq 0), \quad (4)$$

gdzie: K – wartość księgowa zainwestowanego kapitału w działalność operacyjną przez wszystkich kapitałodawców.

Uzasadnieniem merytorycznym przyjętego systemu ważenia cech jest oparcie dwóch zmiennych, których wagi zostały ustalone w wysokości 25%, na podobnej formule matematycznej (formuły 2 i 3). W przypadku *udziału w saldzie migracji gospodarki*, saldo odnoszone jest do sumy zmian MVA analizowanego układu wszystkich przedsiębiorstw, informując o rozwoju migracji wartości poszczególnych spółek kapitałowych na tle całego rynku. Natomiast dla zmiennej *udział w saldzie migracji sektora*, saldo migracji pozostaje w odniesieniu do sumy zmian MVA spółek s -tego sektora, w którym rozpatrywana spółka prowadzi działalność gospodarczą. Waga 50% dla trzeciej zmiennej *zmiana MVA/K* stanowi dopełnienie do 100%.

W dalszych rozważaniach przyjmujemy następujące oznaczenia: $i = 1, \dots, n$ – numeracja poszczególnych spółek wchodzących w skład analizowanego układu przedsiębiorstw; $j = 1, \dots, m$ – numeracja poszczególnych zmiennych diagnostycznych, gdzie ze względu na przyjęte trzy zmienne $m = 3$.

Normalizację powyższych zmiennych przeprowadzono za pomocą następującego przekształcenia ilorazowego (por. Kukuła, s. 79):

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} \left(\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\} \right) = 0, \quad (5)$$

gdzie: z_{ij} – znormalizowana wartość j -tej zmiennej dla i -tego przedsiębiorstwa,
 x_{ij} – wartość j -tej zmiennej dla i -tego przedsiębiorstwa.

Za pomocą zaprezentowanej formuły normalizacyjnej możliwe jest normowanie zmiennych o wartościach dodatnich, ujemnych, oraz przyjmujących wartość równą zero. Ma to istotne znaczenie, ponieważ przyjęte trzy zmienne mogą przyjmować takie wartości. Ponadto brak zmiany znaku wartości zmiennej znormalizowanej w odniesieniu do pierwotnych wartości badanych zmiennych, pozwala na względną obserwację kierunku migracji wartości, przez badaną zmienną pierwotną i znormalizowaną. Należy podkreślić, że funkcja normalizacyjna (5) nie dotyczy zmiennych stałych.

Funkcja agregująca oparta jest na metryce euklidesowej:

$$SIMW_i = d_i = \sqrt{\sum_{j=1}^m w_j (z_{ij} - z_{0j})^2}, \quad (6)$$

gdzie: $SIMW_i$ – syntetyczny indeks migracji wartości,
 d_i – wartość zmiennej syntetycznej w i -tym przedsiębiorstwie,
 w_j – współczynnik wagowy j -tej zmiennej ($j = 1, 2, \dots, m$),
 z_{ij} – znormalizowana wartość j -tej zmiennej diagnostycznej w i -tym przedsiębiorstwie ($j = 1, 2, \dots, m$; $i = 1, 2, \dots, n$),

Metryka Euklidesa mierzy odległość pomiędzy analizowanymi obiektami a elementem stanowiącym antywzorzec (dolny biegun rozwoju dla powyższych cech o charakterze stymulanty) – określony relacją:

$$z_{0j} = \min_i \{z_{ij}\}. \quad (7)$$

Przyjęcie za element wzorcowy z_{0j} w formule (7) dolny biegun rozwoju pozwala na wyrażenie zmiennej syntetycznej (6) w charakterze stymulanty.

Ostateczne uporządkowanie przedsiębiorstw względem zmiennej syntetycznej przeprowadzono w sposób nierosnący, gdzie większe wartości d_i odpowiadają wyższemu poziomowi migracji wartości.

Ponieważ rozstęp zmiennej znormalizowanej jest równy 1, oraz suma przyjętych wag we wzorze (6) również wynosi 1, maksymalna różnica pomiędzy i -tym przedsiębiorstwem a obiektem antywzorcowym może wynieść 1. Stąd syntetyczny indeks migracji wartości (6) uzyskuje wielkości nie mniejsze od zera oraz nie większe od jedności, co wynika ze specyfiki jego konstrukcji.

3. PODZIAŁ PRZEDSIĘBIORSTW ZGODNIE Z MODELEM TRZECH FAZ MIGRACJI WARTOŚCI

Klasyfikację można przeprowadzić wykorzystując uzyskane wielkości syntetycznego indeksu migracji wartości ($SIMW$). Zmienna syntetyczna ($d_i = SIMW_i$) wyraża w postaci zagregowanej opis analizowanych przedsiębiorstw w trójwymiarowej przestrzeni cech. Wyraźnie podkreśla to Nowak (1990, s. 85): „Jeżeli należy przeprowadzić podział zbioru obiektów na grupy typologiczne ze względu na poziom zjawiska społeczno-gospodarczego, można zaproponować odmienne podejście klasyfikacyjne, bazujące na tzw. taksonomicznych miernikach rozwoju, zwanych także syntetycznymi miernikami rozwoju”.

Poniżej przedstawiono etapy postępowania klasyfikacji przedsiębiorstw na trzy fazy migracji wartości w oparciu o zmienną syntetyczną $SIMW$.

Posiadając oznaczony zbiór analizowanych przedsiębiorstw należy dokonać podziału na z góry zadaną liczbę klas wynoszącą $k = 3$, zgodnie z modelem trzech faz migracji wartości. Podział analizowanego układu przedsiębiorstw na trzy fazy migracji wartości składa się z 5 kroków:

1. Przeprowadzane jest uporządkowanie liniowe przedsiębiorstw względem syntetycznego indeksu migracji wartości ($d_i = SIMW_i$) w sposób nierosnący.
2. Obliczana jest mediana z wartości zmiennej syntetycznej dla wektora składającego się z szeregu wartości syntetycznego miernika $d_i = SIMW_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$).
3. Każda wartość j -tej zmiennej syntetycznej ($d_i = SIMW_i$) dla poszczególnych przedsiębiorstw ($i = 1, 2, \dots, n$) jest pomniejszana o medianę d_i . Wartość bezwzględna tej różnicy stanowi przekształconą zmienną syntetyczną d_i' , tj.:

$$d_i' = \left| d_i - Me\{d_i\} \right|, \quad (8)$$

gdzie: d_i' – przekształcona zmienna syntetyczna d_i ,
 Me – mediana zmiennej syntetycznej d_i .

4. Następnie wyznaczana jest mediana przekształconych zmiennych syntetycznych d_i' , stanowiąca wartość progową wyszczególnienia odpowiednich grup (faz migracji wartości):

$$u = Me\{d_i'\}, \quad (9)$$

gdzie: u – wartość progowa.

Wartość progową u – według formuł (8) i (9) – można zapisać w postaci:

$$u = Me\left|d_i - Me\{d_i'\}\right|. \quad (10)$$

5. Dla uszeregowanego w sposób nierosnący zbioru analizowanych przedsiębiorstw względem zmiennej syntetycznej ($d_i = SIMW_i$) porównuje się wartości d_i' ($i = 1, 2, \dots, n$) z wartością progową u dla każdego przedsiębiorstwa w celu zakwalifikowania do odpowiedniej grupy. Do fazy stabilizacji migracji wartości kwalifikowane jest i -te przedsiębiorstwo, dla którego spełniona zostanie poniższa relacja:

$$d_i' < u. \quad (11)$$

Do fazy przyływu wartości zakwalifikowane zostaje przedsiębiorstwo, dla którego spełnione są jednocześnie dwa warunki, (1) co najmniej równości d_i' w odniesieniu do wartości progowej u oraz (2) większej wartości zmiennej syntetycznej ($d_i = SIMW_i$) od mediany tej wartości:

$$d_i' \geq u \text{ oraz } d_i > Me\{d_i'\}. \quad (12)$$

Natomiast do fazy odpływu wartości przyporządkowane jest przedsiębiorstwo spełniające poniższe warunki:

$$d_i' \geq u \text{ oraz } d_i \leq Me\{d_i'\}. \quad (13)$$

W powyższym algorytmie za d_i przyjmujemy miernik syntetycznego indeksu migracji wartości.

Faza stabilizacji wartości obejmuje krótkoterminowe zmiany oraz nieznaczne długookresowe zmiany wartości przedsiębiorstw, które charakteryzują się określonym poziomem stabilizacji rozwoju. Natomiast dwie pozostałe fazy obejmują: znaczny długookresowy przyływ wartości do przedsiębiorstwa – faza przyływu wartości, oraz znaczny długookresowy odpływ wartości z przedsiębiorstwa.

Powyższa procedura jest „odporna” na wartości skrajne. Wynika z zastosowania kategorii mediany, której współczynnik załamania (ang. *breakdown point*) wynosi 0,5 – por. (Jajuga 1993, s. 82). Mediana jest również odporna na asymetryczny rozkład empiryczny.

Wartość progowa u zdefiniowana równością (10) określana jest *medianowym odchyleniem bezwzględnym* – w powyższym przypadku zmiennej syntetycznej ($d_i = SIMW_i$). Młodak (2006, s. 29) medianowe odchylenie bezwzględne interpretuje jako „pozytywny odpowiednik odchylenia standardowego, bardzo naturalny w swej konstrukcji i dający niskie błędy losowe”.

Cechą charakterystyczną powyższego algorytmu podziału na trzy fazy migracji wartości jest równomierny podział względem liczności fazy stabilizacji – grupy pośredniej – w odniesieniu do łącznej liczności obu pozostałych grup – fazy przy-
pływu i odpływu.

4. OCENA JAKOŚCI KLASYFIKACJI

Prawidłowo przeprowadzony proces taksonomicznego podziału na odpowiednie grupy badanych przedsiębiorstw winien wyróżniać się wysokim stopniem zróżnicowania (odmiennością) podmiotów zakwalifikowanych do różnych faz migracji, przy jednoczesnym niskim poziomie zróżnicowania (podobieństwem) obiektów wewnątrz danej fazy.

Do oceny prawidłowości przeprowadzonego podziału można wykorzystać miary stopnia podobieństwa poszczególnych obiektów wewnątrz danej grupy (tzw. miary niepodobieństwa wewnątrzgrupowego) oraz zróżnicowania względem obiektów zakwalifikowanych do pozostałych grup (miary niepodobieństwa międzygrupowego). Miary te oparte są na podstawie odległości pomiędzy poszczególnymi elementami podziału taksonomicznego.

W literaturze przedmiotu można spotkać kilka koncepcji powyższych miar (por. Grabiński, Wydmus, Zeliaś 1989, s. 150–151, Nowak 1990, s. 190–191, Malina 2004, s. 136–137, Młodak 2006 s. 78–80, Panek 2009 s. 161–166). Do przeprowadzenia oceny niepodobieństwa wewnątrzgrupowego i międzygrupowego zastosujemy odpowiednio średnią odległość wewnątrzgrupową oraz średnią odległość międzygrupową.

Miarę niepodobieństwa wewnątrzgrupowego w postaci średniej odległości wewnątrzgrupowej wyznaczyć można za pomocą poniższej formuły (por. Nowak, 1990, s. 190):

$$D(A_p, A_p) = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} d(O_i, O_j)}{n_p(n_p - 1)}, \quad (14)$$

gdzie: $D(A_p, A_p)$ – średnia odległość wewnątrzgrupowa,

A_p – skupienie (grupa) obiektów O_i, O_j ($i, j = 1, 2, \dots, n_p$),

n_p – liczba obiektów wchodzących w skład grupy A_p ,

$d(O_i, O_j)$ – odległości pomiędzy poszczególnymi elementami grupy A_p .

Niskie wartości miary niepodobieństwa wewnątrzgrupowego oznaczają wysoki stopień podobieństwa elementów w danej grupie. Natomiast wysokie wartości $D(A_p, A_q)$ oznaczają niski stopień podobieństwa elementów jednej grupy.

Średnia odległość międzygrupowa obliczana jest za pomocą poniższej formuły (por. Nowak, 1990, s. 190):

$$D(A_p, A_q) = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_q} d(O_i, O_j)}{n_p n_q}, \quad (15)$$

gdzie: $D(A_p, A_q)$ – średnia odległość międzygrupowa,

A_p – skupienie (grupa) i -tych obiektów O_i ($i = 1, 2, \dots, n_p$), $O_i \in A_p$,

A_q – skupienie (grupa) j -tych obiektów O_j ($j = 1, 2, \dots, n_q$), $O_j \in A_q$,

n_p – liczba obiektów wchodzących w skład grupy A_p ,

n_q – liczba obiektów wchodzących w skład grupy A_q ,

$d(O_i, O_j)$ – odległości pomiędzy i -tym elementem grupy A_p a j -tym obiektem grupy A_q .

Za miarę odległości $d(O_i, O_j)$ przyjmujemy metrykę euklidesową.

Wysokie wartości relacji (15) oznaczają znaczne zróżnicowanie elementów zakwalifikowanych do dwóch różnych grup. Natomiast niskie wartości świadczą o niewielkim zróżnicowaniu jednostek dwóch różnych klas. Właściwy podział obiektów na grupy typologiczne winien się cechować wartościami relacji (14) które powinny być jak najmniejsze, oraz wartościami formuły (15) jak największe.

5. WYNIKI BADAŃ EMPIRYCZNYCH

Liczebności przedsiębiorstw w odpowiednich fazach migracji w poszczególnych okresach zaprezentowano w tabeli 1.

Tabela 1.

Liczebność przedsiębiorstw względem trzech faz migracji wartości

Faza migracji wartości	Liczba spółek
Faza przyływu	61
Faza stabilizacji	135
Faza odpływu	74
Liczba spółek (N)	270

Źródło: obliczenia własne.

Liczba przedsiębiorstw zakwalifikowanych do fazy stabilizacji wynosi połowę liczby analizowanych spółek. Jednakże liczebność fazy przyływu i fazy odpływu wartości nie jest sobie równa. O relacji ilości spółek w dwóch skrajnych fazach migracji wartości (przyływu i odpływu) decydują procesy przepływu wartości pomiędzy przedsiębiorstwami w ramach analizowanego układu przedsiębiorstw oraz salda przyływu (odpływu) wartości spoza (na zewnątrz) analizowanego układu spółek. Skrócony podział względem trzech faz migracji wartości przedsiębiorstw (po 5 najlepszych i najgorszych dla danej fazy) został zamieszczony w załączniku.

Dla prowadzonej analizy można wyznaczyć wartości średnie dla poszczególnych faz migracji wartości. W tabeli 2 zamieszczono wartości średnie dla trzech faz migracji wartości – oryginalnych (x_j) oraz znormalizowanych zmiennych diagnostycznych (z_j) a także syntetycznego indeksu migracji wartości ($SIMW$), zaś w tabeli 3 medianę powyższych kategorii. Jest to standardowe badanie uzupełniające przy zastosowaniu klasyfikacji metodami taksonomicznymi.

Tabela 2.

Wartości średnie zmiennych oraz $SIMW$

Specyfikacja	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{z}_1$	$\bar{z}_2$	$\bar{z}_3$	$\overline{SIMW}$
Faza przyływu	2,1%	81,3%	231,7%	0,0472	0,0275	0,0280	0,5667
Faza stabilizacji	0,0%	-1,3%	-32,1%	-0,0002	-0,0004	-0,0039	0,5312
Faza odpływu	-0,3%	-57,9%	-531,9%	-0,0079	-0,0196	-0,0642	0,4913

$\bar{x}_j$ – średnie arytmetyczne wyznaczone dla pierwotnych wartości badanych zmiennych, $\bar{z}_j$ – średnie arytmetyczne wyznaczone dla znormalizowanych wartości badanych zmiennych, $\overline{SIMW}$ – wartość średnia syntetycznego indeksu migracji wartości.

Źródło: obliczenia własne.

Zaobserwować możemy dodatkowo wartości średnie zarówno nieunormowane, jak i znormalizowane zmiennych diagnostycznych dla przedsiębiorstw zakwalifikowanych do fazy przyływu oraz wartości ujemne dla spółek znajdujących się w fazie odpływu. Zwracamy uwagę, iż według przyjętej formuły normalizacyjnej, zmienne znormalizowane (z_{ij}) posiadają ten sam znak co oryginalne wielkości zmiennych diagnostycznych (x_{ij}). Wartości średnie zmiennych dla fazy stabilizacji oscylują wokół zera, z wyjątkiem miernika *zmiana MVA/K*. Przyczyną jest największa różnica – pomiędzy fazą przyływu i fazą odpływu – wartości średnich cechy *zmiana MVA/K* w porównaniu do dwóch pozostałych mierników (to samo dotyczy w odniesieniu do wartości znormalizowanych). Średnia wartość $SIMW$ dla fazy przyływu wynosi 0,5667, dla fazy stabilizacji 0,5312, zaś dla fazy odpływu wartości 0,4913.

Występujące niewielkie różnice pomiędzy wartościami średnimi syntetycznego indeksu migracji wartości wynikają między innymi z unormowania jego wartości w zakresie $\langle 0 \div 1 \rangle$. Ponadto zastosowana metoda wzorcowa przy konstrukcji $SIMW$

powoduje brak możliwości na prowadzenie szerszych interpretacji w zakresie stopnia wyższości i niższości pomiędzy obiektami.

Tabela 3.

Mediana zmiennych oraz *SIMW*

Specyfikacja	$Me(x_1)$	$Me(x_2)$	$Me(x_3)$	$Me(z_1)$	$Me(z_2)$	$Me(z_3)$	$Me(SIMW)$
Faza przyływu	0,4%	11,1%	90,9%	0,0082	0,0037	0,0110	0,5469
Faza stabilizacji	0,00%	-0,1%	-23,2%	0,0000	0,0000	-0,0028	0,5315
Faza odpływu	-0,1%	-4,2%	-274,1%	-0,0017	-0,0014	-0,0331	0,5071

$Me(x_j)$ – mediana wyznaczona dla pierwotnych wartości badanych zmiennych, $Me(z_j)$ – mediana wyznaczona dla znormalizowanych wartości badanych zmiennych, $Me(SIMW)$ – mediana syntetycznego indeksu migracji wartości.

Źródło: opracowanie własne na podstawie badań empirycznych.

Do tych samych wniosków dochodzimy analizując wartość mediany oryginalnych i znormalizowanych zmiennych diagnostycznych oraz *SIMW* dla poszczególnych faz migracji. Należy podkreślić, że mediana zmiennej syntetycznej – $Me(SIMW)$ – dla fazy przyływu jest bardziej zbliżona do mediany dla fazy stabilizacji, niż w porównaniu do median zmiennej syntetycznej w relacji faza stabilizacji-faza odpływu. Większa różnica median zmiennej syntetycznej w ostatniej relacji wynika z zakwalifikowania większej ilości spółek do fazy odpływu w porównaniu do fazy przyływu. Ponieważ mediana w odróżnieniu do wartości średniej nie jest wrażliwa na wartości skrajne, różnice median powyższych kategorii pomiędzy fazą przyływu a fazą odpływu są mniejsze niż różnice wartości średnich pomiędzy tymi fazami.

Poddana zostanie testowi hipoteza o równości średnich zmiennej syntetycznej (*SIMW*) dla wszystkich grup niezależnych. Ponieważ podział analizowanych przedsiębiorstw przebiegał względem trzech grup, stąd porównanie statystycznej istotności średnich wartości *SIMW* dla wszystkich wyszczególnionych klas jednocześnie, przeprowadzono za pomocą jednoczynnikowej analizy wariancji (jednoczynnikowa ANOVA). Formalny zapis testowanej hipotezy jest następujący:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3,$$

$$H_1: \exists j_1 j_2 : \mu_{j_1} \neq \mu_{j_2}.$$

Hipoteza zerowa stanowi brak różnic wartości średnich zmiennej syntetycznej (*SIMW*) pomiędzy poszczególnymi grupami, wobec hipotezy alternatywnej mówiącej, że co najmniej 2 grupy przedsiębiorstw różnią się względem średniej wartości zmiennej syntetycznej. Za pomocą testu *F* dokonamy weryfikacji powyższej hipotezy. W tabeli 4 zamieszczono statystykę testu *F*.

Tabela 4.

Statystyka testu F

Specyfikacja	Sumy kwadratów (SS)	df	Średni kwadrat (MS)	F	Istotność (p)
Pomiędzy grupami	0,192	2	0,096	65,884	0,000
Wewnątrz grup	0,390	267	0,001		
Razem	0,582	269			

Źródło: obliczenia własne.

Statystyka F wynosi $F(2; 267) = 65,884$ (wartość dużo większa od jedności) i jest istotna statystycznie na poziomie istotności $\alpha = 0,01$, co oznacza, iż należy odrzucić hipotezę zerową, na rzecz hipotezy alternatywnej, mówiącej o istotnej statystycznie różnicy w wartościach średnich zmiennej syntetycznej ($\overline{SIMW}$) między co najmniej dwiema klasami. Świadczyć to może o poprawnym podziale analizowanego układu przedsiębiorstw względem trzech faz migracji wartości.

W celu ustalenia, które wartości średnie pomiędzy poszczególnymi grupami są różne i odpowiadają za odrzucenie hipotezy H_0 , przeprowadzone zostaną porównania wielokrotne z wykorzystaniem odpowiednich testów *post-hoc*. Wybrano dwa testy: (1) HSD Turkey'a (dla różnych N w grupach) oraz (2) Scheffego. Zarówno test Turkey'a, jak i test Scheffego zapewniają łączny poziom istotności dla wszystkich porównań na poziomie równym α . Ponadto test Scheffego jest najbardziej konserwatywnym testem *post-hoc* (por. Kot, Jakubowski, Sokołowski, 2007, 285–286). W tabeli 5 zamieszczono porównania wielokrotne grup z wykorzystaniem testów HSD Turkey'a i Scheffego.

Dla wszystkich porównań pomiędzy poszczególnymi grupami, obserwujemy statystycznie istotne różnice średnich zmiennej syntetycznej, na poziomie istotności $\alpha = 0,01$, za pomocą obu testów. Jednocześnie obserwujemy statystycznie istotne (na tym samym poziomie α) większe różnice w średnich $\overline{SIMW}$ ($\overline{SIMW}$) pomiędzy dwiema skrajnymi fazami – przyływu i odpływu – niż pomiędzy parami grup – faza przyływu-faza stabilizacji oraz faza stabilizacji-faza odpływu. Ponadto zauważyć można większą różnicę średnich zmiennej syntetycznej ($\overline{SIMW}$) pomiędzy grupami – faza stabilizacji-faza odpływu – niż pomiędzy fazą przyływu a fazą stabilizacji. Stanowi to potwierdzenie wniosków dotyczących analizy mediany zmiennej syntetycznej – $Me(\overline{SIMW})$.

Na rysunku 1 przedstawiono wykres interakcji średnich zmiennej syntetycznej ($\overline{SIMW}$) z podziałem na grupy trzech faz migracji wartości.

W tabeli 6 przedstawiono macierze miar niepodobieństwa wewnątrzgrupowego i międzygrupowego w poszczególnych okresach analizy. Na przekątnej macierzy zamieszczone zostały średnie odległości wewnątrzgrupowe, natomiast poza przekątną umieszczono średnie odległości międzygrupowe.

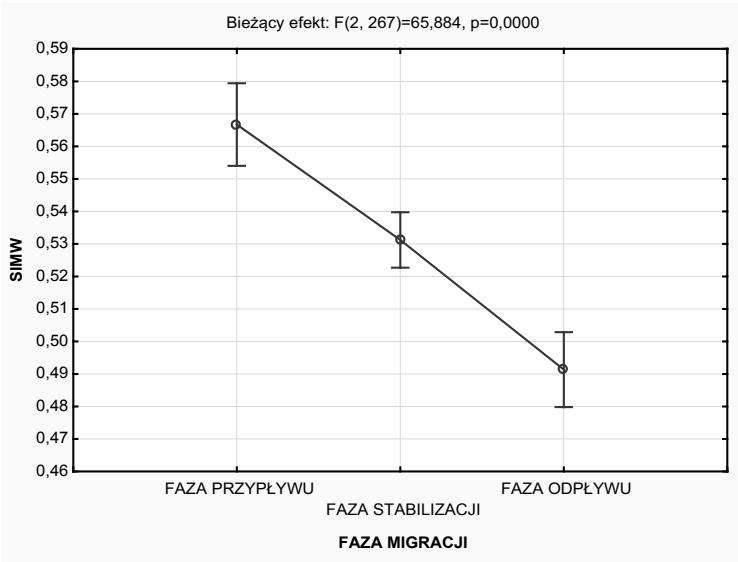
Tabela 5.

Porównania wielokrotne za pomocą testów post hoc. Zmienna zależna: $SIMW_i = d_i$

Rodzaj testu	Faza migracji (I)	Faza migracji (J)	Różnica średnich (I-J)	Błąd standardowy	Istotność (p)
Tukey HSD	Faza przyływu	Faza stabilizacji	0,0355(*)	0,0059	0,000
		Faza odpływu	0,0754(*)	0,0066	0,000
	Faza stabilizacji	Faza przyływu	-0,0355(*)	0,0059	0,000
		Faza odpływu	0,0399(*)	0,0055	0,000
	Faza odpływu	Faza przyływu	-0,0754(*)	0,0066	0,000
		Faza stabilizacji	-0,0399(*)	0,0055	0,000
Scheffe	Faza przyływu	Faza stabilizacji	0,0355(*)	0,0059	0,000
		Faza odpływu	0,0754(*)	0,0066	0,000
	Faza stabilizacji	Faza przyływu	-0,0355(*)	0,0059	0,000
		Faza odpływu	0,0399(*)	0,0055	0,000
	Faza odpływu	Faza przyływu	-0,0754(*)	0,0066	0,000
		Faza stabilizacji	-0,0399(*)	0,0055	0,000

* Różnica średnich jest istotna na poziomie $\alpha = 0,01$.

Źródło: obliczenia własne.



Pionowe słupki oznaczają 0,99 przedziały ufności

Rysunek 1. Wykres interakcji średnich zmiennej syntetycznej ($\overline{SIMW}$) z podziałem według trzech faz migracji wartości

Tabela 6.

Zestawienie miar niepodobieństwa wewnątrzgrupowego i międzygrupowego klasyfikacji przedsiębiorstw względem trzech faz migracji wartości

Rok 2007 ($n = 270$)			
Faza migracji wartości	Faza przyływu	Faza stabilizacji	Faza odpływu
Faza przyływu	0,0336	0,0911	0,1547
Faza stabilizacji	0,0911	0,0124	0,0787
Faza odpływu	0,1547	0,0787	0,0388

Źródło: obliczenia własne.

Dla przeprowadzonej analizy możemy zaobserwować mniejsze wartości średnie odległości wewnątrzgrupowych w porównaniu do wartości średnich odległości międzygrupowych. Oznacza to, iż obiekty po przeprowadzeniu klasyfikacji na trzy fazy migracji wartości są bardziej do siebie podobne wewnątrz poszczególnych faz i jednocześnie bardziej zróżnicowane pomiędzy rozpatrywanymi fazami. Może to świadczyć o poprawnie przeprowadzonym podziale przedsiębiorstw zgodnie z modelem trzech faz migracji wartości.

Warto zauważyć, iż średnie odległości wewnątrzgrupowe dla fazy stabilizacji są najniższe w porównaniu do pozostałych dwóch faz. Równocześnie można zaobserwować najwyższe wartości miary niepodobieństwa międzygrupowego dla rozpatrywanej pary faz przyływu i odpływu wartości w porównaniu do pozostałych dwóch par – (1) faza przyływu-faza stabilizacji oraz (2) faza stabilizacji-faza odpływu (por. tab. 6). Jest to naturalna konsekwencja przeprowadzonych podziałów na typologiczne grupy. Przedsiębiorstwa zakwalifikowane do fazy przyływu i fazy odpływu, winny być znacznie bardziej zróżnicowane względem siebie, niż porównywane obiekty fazy przyływu i stabilizacji oraz fazy stabilizacji i odpływu.

6. PODSUMOWANIE

Na podstawie mierników oceny jakości dokonanej klasyfikacji przedsiębiorstw na trzy odrębne grupy stanowiące poszczególne fazy migracji wartości można stwierdzić w miarę poprawną heterogeniczność pomiędzy wyodrębnionymi grupami oraz homogeniczność wewnątrz wyodrębnionych grup względem trzech faz migracji wartości. Poprawność przeprowadzonej klasyfikacji potwierdziła również analiza wartości średnich oraz mediany zmiennych diagnostycznych i wartości *SIMW* względem utworzonych trzech faz migracji wartości. Pozytywnie zweryfikowano hipotezę o nierówności wartości średnich zmiennej syntetycznej względem wyszczególnionych trzech klas.

Zaproponowana metoda klasyfikacji przedsiębiorstw na trzy fazy migracji wartości stanowi praktyczne uzupełnienie modelu, który zaproponował Slywotzky (1996) wielokrotnie przytaczany później przez różnych autorów. W modelu trzech faz migracji wartości zostało wskazane kryterium oraz arbitralnie przyjęte przez Slywotzky'ego wartości graniczne określonych faz migracji. Propozycją tą posłużyli się przykładowo Herman, Szablewski (1999, s. 31–35) w celu fragmentarycznej analizy migracji wartości na polskim rynku kapitałowym (badaniem objęto zaledwie 14 przedsiębiorstw w 1997 roku). Kryterium i arbitralnie przyjęte wartości graniczne stanowią niewątpliwie wadę modelu Slywotzky'ego. Dotyczy to przede wszystkim: (1) braku analiz empirycznych wskazujących na właściwe wartości graniczne wyszczególnionych faz migracji; (2) przyjęcie tylko jednego kryterium pomiaru (relacja wartości rynkowej do przychodów ze sprzedaży), co ogranicza z natury skomplikowany proces migracji wartości do analizy jednowymiarowej; oraz (3) oparcie kryterium pomiaru na kategorii przychodów ze sprzedaży, która nie uwzględnia kosztochłonności (wysokie przychody ze sprzedaży nie oznaczają uzyskania zysku ekonomicznego z uwzględnieniem kosztu kapitału) oraz kapitałochłonności powołania i prowadzenia działalności przez przedsiębiorstwo. Ponadto, przyjęte kryterium (relacja wartości rynkowej do przychodów ze sprzedaży) z uwagi na przyjęte wartości graniczne jest stymulantą. Stąd z dwóch przedsiębiorstw o jednakowej wartości rynkowej wyższy poziom rozwoju migracji wartości posiada to przedsiębiorstwo, które uzyskało mniejszą wartość przychodów ze sprzedaży.

Zaproponowana w pracy metoda podziału umożliwia sporządzenie mapy migracji wartości przedsiębiorstw zgodnej z modelem teoretycznym trzech faz migracji. Do pomiaru migracji wartości zastosowano trzy zmienne diagnostyczne (analiza wielowymiarowa). Poprzez odniesienie do obiektu antywzorca (dolny biegun rozwoju), miejsce danego przedsiębiorstwa uzależnione jest nie tylko od jego własnych wyników w zakresie migracji wartości, ale także od wyników w tym zakresie innych analizowanych przedsiębiorstw, tj. wartości *SIMW*. W efekcie możliwe jest zastosowanie tej metody w różnych okresach, gdzie wartości graniczne poszczególnych faz migracji stają się płynne.

Z drugiej strony w odróżnieniu do modelu Slywotzky'ego zastosowanie zaproponowanej metody opartej na syntetycznym indeksie migracji wartości wymaga zebrania informacji z wielu przedsiębiorstw jednocześnie. W zaprezentowanym badaniu było to 270 przedsiębiorstw. Stąd w razie potrzeby przeprowadzenia jedynie fragmentarycznej analizy migracji wartości dotyczącej przykładowo kilkunastu przedsiębiorstw notowanych na giełdzie papierów wartościowych, wymaga uwzględnienia wszystkich spółek giełdowych.

Analiza jakości przeprowadzonego podziału wskazuje na poprawność przyjętych rozwiązań konstrukcji syntetycznego indeksu migracji wartości, jak i samej procedury klasyfikacji. Jednocześnie w literaturze przedmiotu brak jest badań empirycznych weryfikujących poprawność podziału według przyjętych przez Slywotzky'ego wartości granicznych trzech faz migracji wartości.

Zestawienie przedsiębiorstw względem trzech faz migracji wartości może być pomocne w analizie aktualnej sytuacji ekonomicznej oraz pozycji spółki na tle całego rynku i/lub sektora gospodarczego. Podkreślić należy, że mapa migracji wartości w kształcie zaprezentowanym w załączniku zawiera także fragmentaryczny ranking przedsiębiorstw (po pięć spółek najlepszych i najgorszych w danej klasie) w zakresie migracji wartości na polskim rynku kapitałowym w roku 2007, choć oczywiście jest to efekt nieomawianej procedury podziału przedsiębiorstw, lecz konstrukcji syntetycznego indeksu migracji wartości (*SIMW*) i względem jego porządkowania liniowego.

Uzupełnienie analizy migracji wartości stanowić może wybór reprezentantów odpowiednich faz migracji wartości. Najczęściej stosowaną metodą wyboru reprezentantów klas jest metoda środka ciężkości. Opis metod wyboru reprezentantów klas zawierają prace między innymi: Nowak (1990, s. 181–188), Pocięcha, Podolec, Sokołowski, Zając (1998, s. 105–110).

Spełnienie warunków, aby (1) wybrane przedsiębiorstwo-reprezentant charakteryzowało się największym podobieństwem w odniesieniu do pozostałych spółek zaliczonych do tej samej klasy (blisko środka ciężkości danej grupy), oraz (2) jednocześnie jak najbardziej niepodobny do przedsiębiorstw pozostałych klas, w tym także ich reprezentantów powoduje, że reprezentanci poszczególnych grup stanowią przedsiębiorstwa typowe dla swej klasy, oraz jednocześnie spółki te różnią się pomiędzy sobą na tyle istotnie, przez co istnieją odpowiednie przesłanki do szczegółowego poznania typologii przedsiębiorstw dla utworzonych trzech grup. W tym celu można wykorzystać odpowiednie wskaźniki analizy ekonomiczno-finansowej, oraz wskaźniki stanu zarządzania wartością przedsiębiorstwa. Propozycje w tym zakresie stanowić może opracowanie Siudaka (1998) – dla przedsiębiorstw sfery realnej – oraz Siudaka (2007) dla instytucji finansowej typu bank komercyjny. Tak określony przedmiot badań, może stanowić jeden z kierunków dalszych badań w zakresie analizy migracji wartości przedsiębiorstw na rynku kapitałowym, którego tematyka może być przedmiotem oddzielnej publikacji.

Politechnika Łódzka

LITERATURA

- [1] Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A., (1989), *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, PWN, Warszawa.
- [2] Herman A., Szablewski A., (1999), *Orientacja na wzrost wartości współczesnego przedsiębiorstwa*, w: Herman A., Szablewski A. (red.), *Zarządzanie wartością firmy*, Wydawnictwo Poltext, Warszawa, 13–56.
- [3] Jajuga K., (1993), *Statystyczna analiza wielowymiarowa*, PWN, Warszawa.
- [4] Kot S.M., Jakubowski J., Sokołowski A., (2007), *Statystyka*, Difin, Warszawa.
- [5] Kukula K., (2000), *Metoda unitaryzacji zerowanej*, PWN, Warszawa.

- [6] Malina A., (2004), Wielowymiarowa analiza przestrzennego zróżnicowania struktury gospodarki Polski według województw. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- [7] Mills R., (2005), *Dynamika wartości przedsiębiorstwa dla udziałowców. Zasady i praktyka analizy wartości strategicznej*, Ośrodek Doradztwa i Doskonalenia Kadr, Gdańsk.
- [8] Młodak A., (2006), *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*, Difin, Warszawa.
- [9] Nowak E., (1990), *Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych*, PWE, Warszawa.
- [10] Panek T., (2009), *Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej*. Szkoła Główna Handlowa w Warszawie, Warszawa.
- [11] Pocięcha W., Podolec B., Sokołowski A., Zając K., (1988), *Metody taksonomiczne w badaniach społeczno-gospodarczych*, PWN, Warszawa.
- [12] Siudak D., (2007), Wskaźniki zarządzania przez wartość banku komercyjnego. Aspekty teoretyczno-metodyczne, *Kwartalnik e-finance* nr 1/2007, Rzeszów, www.e-finance.com.
- [13] Siudak M., (1998), *Ocena zarządzania wartością przedsiębiorstwa*, w: J. Lewandowski (red.) materiały konferencyjne, T.II., V Międzynarodowa Konferencja Naukowa pt. *Zarządzanie organizacjami gospodarczymi*, Politechnika Łódzka, Łódź, 515–525.
- [14] Siudak M., (2001), *Zarządzanie wartością przedsiębiorstwa*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- [15] Slywotzky A. J., (1996), *Value Migration. How to Think Several Moves Ahead of the Competition*, Harvard Business School Press, Boston, Massachusetts.

ZAŁĄCZNIK

Tabela 7.

Zestawienie 5 najlepszych i najgorszych przedsiębiorstw w poszczególnych trzech fazach migracji wartości w roku 2007

L.P.	Spółka	<i>SIMW</i>	d'_i	Relacja	Faza migracji	Miejsce w danej fazie
1	ECHO	0,8393	0,3083	$d'_i \geq u; SIMW > Me(SIMW)$	Faza przypływu	1
2	ZYWIEC	0,7314	0,2005	$d'_i \geq u; SIMW > Me(SIMW)$	Faza przypływu	2
3	CEZ	0,7279	0,1970	$d'_i \geq u; SIMW > Me(SIMW)$	Faza przypływu	3
4	ATLANTIS	0,6840	0,1531	$d'_i \geq u; SIMW > Me(SIMW)$	Faza przypływu	4
5	FON	0,6336	0,1027	$d'_i \geq u; SIMW > Me(SIMW)$	Faza przypływu	5
...	...	...	...	...	...	...
57	BZWBK	0,5391	0,0081	$d'_i \geq u; SIMW > Me(SIMW)$	Faza przypływu	57
58	FORTISPL	0,5391	0,0081	$d'_i \geq u; SIMW > Me(SIMW)$	Faza przypływu	58
59	HANDLOWY	0,5386	0,0077	$d'_i \geq u; SIMW > Me(SIMW)$	Faza przypływu	59
60	DEBICA	0,5386	0,0077	$d'_i \geq u; SIMW > Me(SIMW)$	Faza przypływu	60
61	INTERSPPL	0,5385	0,0076	$d'_i \geq u; SIMW > Me(SIMW)$	Faza przypływu	61

L.P.	Spółka	<i>SIMW</i>	d'_i	Relacja	Faza migracji	Miejsce w danej fazie
62	EUROTEL	0,5384	0,0075	$d'_i < u$	Faza stabilizacji	1
63	QUMAKSEK	0,5384	0,0075	$d'_i < u$	Faza stabilizacji	2
64	EUROFAKTR	0,5381	0,0072	$d'_i < u$	Faza stabilizacji	3
65	NOWAGALA	0,5379	0,0070	$d'_i < u$	Faza stabilizacji	4
66	PEPEES	0,5378	0,0068	$d'_i < u$	Faza stabilizacji	5
...	...	...	...	...	...	...
192	DUDA	0,5244	0,0066	$d'_i < u$	Faza stabilizacji	131
193	UNIMA	0,5241	0,0068	$d'_i < u$	Faza stabilizacji	132
194	INSTALKRK	0,5236	0,0073	$d'_i < u$	Faza stabilizacji	133
195	RELPOL	0,5234	0,0075	$d'_i < u$	Faza stabilizacji	134
196	ATLANTAPL	0,5233	0,0075	$d'_i < u$	Faza stabilizacji	135
197	CCC	0,5230	0,0079	$d'_i \geq u; SIMW \leq Me(SIMW)$	Faza odpływu	1
198	ODLEWNIE	0,5226	0,0083	$d'_i \geq u; SIMW \leq Me(SIMW)$	Faza odpływu	2
199	PROCHEM	0,5223	0,0086	$d'_i \geq u; SIMW \leq Me(SIMW)$	Faza odpływu	3
200	BBICAPNFI	0,5218	0,0091	$d'_i \geq u; SIMW \leq Me(SIMW)$	Faza odpływu	4
201	CERSANIT	0,5213	0,0096	$d'_i \geq u; SIMW \leq Me(SIMW)$	Faza odpływu	5
...	...	...	...	...	...	...
266	MIDAS	0,4008	0,1301	$d'_i \geq u; SIMW \leq Me(SIMW)$	Faza odpływu	70
267	IGROUP	0,3774	0,1535	$d'_i \geq u; SIMW \leq Me(SIMW)$	Faza odpływu	71
268	PEMUG	0,3500	0,1809	$d'_i \geq u; SIMW \leq Me(SIMW)$	Faza odpływu	72
269	ALCHEMIA	0,3245	0,2064	$d'_i \geq u; SIMW \leq Me(SIMW)$	Faza odpływu	73
270	TRAVELPL	0,1608	0,3701	$d'_i \geq u; SIMW \leq Me(SIMW)$	Faza odpływu	74

Wartość progowa u – 0,0076; mediana *SIMW* – 0,5309.

Źródło: obliczenia własne

KLASYFIKACJA PRZEDSIĘBIORSTW ZE WZGLĘDU NA TRZY FAZY MIGRACJI WARTOŚCI Z WYKORZYSTANIEM METOD PORZĄDKOWANIA LINIOWEGO

Streszczenie

W opracowaniu podjęto zagadnienie taksonomicznego podziału przedsiębiorstw notowanych na GPW w Warszawie względem poziomu rozwoju migracji wartości zgodnie z modelem trzech faz migracji wartości. Zaprezentowano odpowiedni algorytm klasyfikacji przedsiębiorstw do wyszczególnionych faz migracji wartości, z wykorzystaniem zmiennej syntetycznej opracowanej na podstawie metody porządkowania liniowego. Uzyskane podziały badanej zbiorowości poddano ocenie jakości klasyfikacji za pomocą miary niepodobieństwa wewnątrzgrupowego oraz międzygrupowego oraz zweryfikowano statystyczną istotność różnic średnich zmiennej syntetycznej według wyodrębnionych trzech faz migracji wartości.

Słowa kluczowe: migracja wartości, taksonomiczna klasyfikacja obiektów, zmienna syntetyczna, porządkowanie liniowe

THE CLASSIFICATION OF ENTERPRISES ACCORDING TO THE THREE STAGES OF VALUE MIGRATION BASED ON METHODS OF LINEAR ORDERING

Abstract

The paper presents and attempt to divide enterprises listed on the Warsaw Stock Exchange basing on taxonomy with regard to a level of value migration development according to three stages of the value migration model. There was proposed the algorithm of enterprises classification to the distinct stages of value migration employing a synthetic variable elaborated on the basis of linear ordering. The divisions of the population under the study were evaluated with respect to the quality of classification using the measure of within and between groups dissimilarity, furthermore, they were tested for the equality of means using the analysis of variance F- test.

Key words: value migration, classification of units based on taxonomy, synthetic variable, linear ordering

ANDRZEJ GEISE

PRZESTRZENNO-CZASOWE MODELOWANIE ZMIENNOŚCI PRODUKCJI W SEKTORACH MIKRO-, MAŁYCH, ŚREDNICH I DUŻYCH PRZEDSIĘBIORSTW W POLSCE¹

1. WSTĘP

Po roku 1989 Polska stała się jednym z dynamiczniej rozwijających się krajów Europy. Szybki rozwój kraju spowodowany był między innymi wzrostem przedsiębiorczości znacznej części społeczeństwa. Nastąpił wzrost liczebności małych podmiotów, dzięki którym wystąpił znaczny wzrost aktywności gospodarczej kraju, przejawiający się we wzroście wartości produktu krajowego brutto oraz spadku poziomu stopy bezrobocia². W związku z powyższym pozycja sektora mikro-, małych i średnich przedsiębiorstw (MSP) umocniła się i jednocześnie stała się fundamentem gospodarki rynkowej.

Zgodnie z definicją zawartą w ustawie o swobodzie działalności gospodarczej z 2 lipca 2004 r., przedsiębiorstwa klasyfikuje się na mikro-, małe, średnie oraz duże przedsiębiorstwa. Sektor MSP łączy w sobie trzy podstawowe klasy wielkości przedsiębiorstw. Wskazane rodzaje przedsiębiorstw w dużym stopniu są niejednorodne. Na podstawie definicji każdej klasy przedsiębiorstw można wyodrębnić wiele różnic występujących między nimi. Również literatura ekonomiczna wskazuje różnice wewnątrz sektora MSP. Przykładem może być fakt, że bariery silnie wpływające na ograniczenie rozwoju mikroprzedsiębiorczości, nie mają aż tak dużego znaczenia przy rozwoju średnich przedsiębiorstw. Należy zauważyć, że sektor MSP łączy w sobie grupy przedsiębiorstw różne m.in. pod względem zarządzania, organizacji oraz planowania (por. Dominiak, 2005). Ważne jest zatem, aby rozpatrywać przedsiębiorstwa w oddzielnych grupach według klas wielkości.

Celem artykułu jest prezentacja oraz wykorzystanie statycznego modelowania panelowego w analizie porównawczej modelowego związku produkcji w sektorach

¹ Artykuł stanowi wyniki badania przeprowadzonego w ramach pracy magisterskiej napisanej pod kierunkiem dr hab. Marioli Piłatowskiej, prof. UMK.

² Spadek poziomu stopy bezrobocia nie miał charakteru systematycznego. Były okresy, zwłaszcza w początkowym okresie transformacji, gdy poziom bezrobocia w kraju gwałtownie rósł, natomiast były również okresy ożywienia gospodarczego, w których bezrobocie spadało.

mikro-, małych, średnich oraz dużych przedsiębiorstw, drogą analizy współczynników elastyczności z funkcji produkcji Cobb-Douglasa dla poziomu produkcji sprzedanej przemysłu oraz poprzez analizę współczynników produktywności krańcowej z liniowych modeli produkcji.

W artykule zaprezentowano podstawowe estymatory służące estymacji parametrów modeli panelowych oraz testy pozwalające ocenić heteroskedastyczność analizowanych modeli. Kolejny punkt artykułu zawiera wyniki analizy empirycznej produkcji w badanych sektorach przedsiębiorstw. Wnioski z przeprowadzonej analizy oraz kierunki dalszych badań zaprezentowano w podsumowaniu artykułu.

2. MODELOWANIE DANYCH O CHARAKTERZE PRZESTRZENNO-CZASOWYM

Ze względu na panelowy charakter danych szacując parametry poszczególnych modeli produkcji posłużono się statycznymi modelami panelowymi. Rosnące znaczenie zastosowań modeli panelowych wielokrotnie podkreślane jest w literaturze światowej oraz polskiej. Założenia, podstawowa terminologia, a także zależności występujące w metodyce budowy statycznych modeli panelowych rozwinięte zostały m.in. w pracach Matyasa i Severstre (1996), Johnston'a i DiNardo (1997), Wooldridge'a (2002), Greene'a (2003), Verbeeka (2004) oraz Baltagi'ego (2005).

W pracy podjęto próbę zastosowania modeli panelowych do zbadania kierunku i natężenia zmian w produkcji w sektorze MSP. Głównym założeniem konstrukcji modeli panelowych jest niezmienność parametrów przy zmiennych objaśniających względem obiektów i czasu. Zróżnicowanie składnika losowego lub wyrazu wolnego (w zależności od założeń) względem obiektów i/lub czasu pozwala na uwzględnienie zjawiska braku homogeniczności obiektów lub zróżnicowania modelowanego zjawiska w czasie. Modele statyczne, które omówione zostaną poniżej nazywa się odpowiednio modelami z efektami stałymi (*fixed effects*) oraz modelami z efektami losowymi (*random effects*) (por. Dańska-Borsiak, 2011, s. 39).

2.1. METODY ESTYMACJI PARAMETRÓW MODELI PANELOWYCH

Estymator panelowy MNK stanowi najprostszy sposób estymowania parametrów modelu opartego na danych panelowych, w którym zakłada się, że badana populacja jest homogeniczna (badane obiekty są jednorodne) oraz odchylenia zaobserwowane pomiędzy rzeczywistą wartością zmiennej objaśnianej a wartością teoretyczną, spowodowane są wyłącznie składnikiem losowym, którego rozkład jest niezależny i identyczny dla każdego obiektu we wszystkich okresach (por. Johnston, DiNardo, 2005). W praktyce, założenie to jest trudne do spełnienia, dlatego w estymacji parametrów modelu opartego na danych panelowych proponuje się dwa podstawowe podejścia. Pierwsze podejście stanowi estymator efektów stałych (FE – *fixed effects*), który stosuje się w estymacji parametrów modeli ze stwier-

dzonymi efektami indywidualnymi. Sformułowanie modelu zakłada, że efekty indywidualne β_i dla poszczególnych jednostek nie są przypadkowe i możliwe jest oszacowanie ich wartości (por. Osińska, 2007). Oznacza to, że różnice między poszczególnymi jednostkami można uchwycić w różnicach pojawiających się w wyrazie wolnym. Odwołując się do konstrukcji modelu efektów stałych należy wskazać, że podstawowym ograniczeniem w estymacji parametrów takiego modelu jest problem odwracania macierzy zbyt dużego rzędu. Rozwiązaniem problemu jest przekształcenie danych a następnie szacowanie parametrów na nowo zdefiniowanych szeregach panelowych. Przekształcenia polegają na uśrednieniu modelu względem czasu, a następnie odjęciu stronami od wartości x_i oraz y_i dla i -tego obiektu odpowiadających im średnich arytmetycznych. Wówczas estymator parametrów strukturalnych FE przyjmuje postać (por. Kufel, 2011):

$$\hat{\beta}_{FE} = (\tilde{X}^T \tilde{X})^{-1} \tilde{X}^T \tilde{y}. \quad (1)$$

Drugim sposobem estymacji parametrów modeli panelowych jest zastosowanie estymatora efektów losowych (*RE – random effects*), który w odróżnieniu od estymatora *FE*, efekty indywidualne traktuje jako zmienne losowe i stanowią one element składnika losowego, rozumianego jako proces stochastyczny. Ze względu na zależność między składnikiem losowym a efektami indywidualnymi wnioskuję się, że występuje autokorelacja w resztach. Implikuje to konieczność stosowania w modelowaniu uogólnionej metody najmniejszych kwadratów (UMNK).

Estymator UMNK ma następującą postać (por. Osińska, 2007):

$$\hat{\beta}_{UMNK} = (X^T \Omega^{-1} X)^{-1} X^T \Omega^{-1} y, \quad (2)$$

w którym:

X – oznacza macierz obserwacji na zmiennych objaśniających o wymiarze $(NT \times K)$,

y – oznacza macierz obserwacji na zmiennej objaśnianej o wymiarze $(NT \times 1)$,

Ω^{-1} – macierz blokowo diagonalna o wymiarze $(NT \times NT)$ postaci:

$$\Omega^{-1} = \begin{bmatrix} \omega^{-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \omega^{-1} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

w której elementy głównej przekątnej wyznacza się wg formuły:

$$\omega^{-1} = \sigma_{FE}^{-2} \left[1 - \frac{\sigma_{RE}^2}{\sigma_{FE}^2 + T\sigma_{RE}^2} e_t e_t^T \right], \quad (4)$$

e_t – oznacza wektor reszt z uogólnionego modelu dla danych panelowych,

σ_{FE}^2 – wariancja składnika losowego z modelu o stałych efektach (FE),

σ_{RE}^2 – wariancja składnika losowego z modelu o losowych efektach (RE).

2.2. ESTYMATOR EFEKTÓW STAŁYCH CZY ESTYMATOR EFEKTÓW LOSOWYCH

Znając podstawowe typy estymatorów parametrów modeli panelowych, należy odpowiedzieć na pytanie, który z nich jest najlepszy w danej sytuacji. Dokonuje się tego poprzez porównanie własności opisanych estymatorów, wykorzystując w tym celu odpowiednie testy heteroskedastyczności: Walda, Breuscha-Pagana oraz Hausmana.

Testowanie efektów ustalonych odbywa się przy użyciu testu Walda. Hipoteza zerowa zakłada równość wyrazów wolnych w ujęciu statystycznym oraz ich niezależność od obiektu oraz czasu. Hipoteza alternatywna natomiast, zakłada, że wyrazy wolne są stałe w czasie ale różne dla i -tych obiektów. Statystyka testu przyjmuje postać (por. Baltagi, 2005):

$$F = \frac{(SSR_{pooled} - SSR_{FE})/(n-1)}{(SSR_{FE})/(NT - N - K)}, \quad (5)$$

SSR_{pooled} – suma kwadratów reszt obliczona dla modelu $y_{it} = X_{it}\beta + \varepsilon_{it}$,

SSR_{FE} – suma kwadratów reszt obliczona dla modelu $\tilde{y}_i = \tilde{X}_i\beta + \tilde{\varepsilon}_i$,

N – liczba obiektów

T – liczba okresów,

K – liczba zmiennych objaśniających w modelu.

Jeżeli $F \geq F_{\alpha, v1, v2}$, to następuje odrzucenie hipotezy zerowej na rzecz hipotezy alternatywnej, co świadczy o braku jednorodności obiektów i sugeruje użycie estymatora FE. Wybór H_1 pozwala stwierdzić, że wprowadzenie stałych wartości wyrazu wolnego dla każdego obiektu poprawia dokładność oszacowań parametrów. W przeciwnym przypadku, gdy $F < F_{\alpha, v1, v2}$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej stwierdza się homogeniczność obiektów i uzasadnia budowę modelu opierając się na założeniach estymatora panelowego MNK (por. Osińska, 2007).

Testowanie efektów losowych odbywa się przy wykorzystaniu testu Breuscha-Pagana. Test ten jest wariantem testu mnożnika Lagrange’a. Prawdziwość hipotezy alternatywnej oznacza, że wprowadzenie efektów indywidualnych do modelu nie

zmienia jego wariancji, stąd wariancja efektów indywidualnych jest zerowa, co oznacza, że wprowadzenie takich efektów jest zbędne, a więc w estymacji lepszy okazał się estymator uogólniony dla danych panelowych (por. Greene, 2003).

Hipotezy testu Breuscha-Pagana weryfikowane są na podstawie statystyki LM , która przyjmuje postać:

$$LM = \frac{NT}{2(T-1)} \left[\frac{\sum_{i=1}^N \left[\sum_{t=1}^T e_{it} \right]^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T e_{it}^2} - 1 \right]^2, \quad (6)$$

gdzie e_{it} są resztami modelu, w którym nie wyróżnia się efektów grupowych.

Przy prawdziwości hipotezy zerowej, statystyka LM jest zbieżna do rozkładu $\chi^2(1)$ z jednym stopniem swobody. W przypadku gdy wartość statystyki LM przekroczy wartość krytyczną, odczytaną z tablic rozkładu χ^2 dla przyjętego poziomu istotności, należy odrzucić hipotezę zerową, co oznacza, że wariancja składnika losowego zróżnicowanych efektów indywidualnych jest różna od zera, a więc odpowiednim do estymacji modelem jest model RE. Brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej implikuje wyższość estymatora uogólnionego nad estymatorem efektów losowych (por. Osińska, 2007).

Hausman (1978) opisał test, na podstawie którego dokonuje się wyboru między estymatorem efektów stałych a estymatorem losowych efektów indywidualnych. Hipoteza zerowa testu, oznacza brak autokorelacji między efektami indywidualnymi β_i oraz zmiennymi objaśniającymi x_{it} . Generalna idea testu opiera się na porównaniu obu estymatorów pod względem zgodności oraz efektywności (por. Verbeek, 2004). W związku z tym rozważono różnicę między estymatorami postaci $\hat{q} = \hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE}$, co pozwoliło Hausmanowi wyprowadzić statystykę W daną wzorem:

$$W = \hat{q}^T [V(\hat{q})]^{-1} \hat{q}, \quad (7)$$

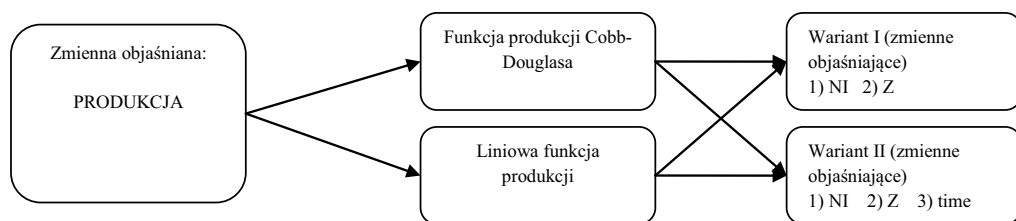
gdzie $V(\hat{q}) = V(\hat{\beta}_{FE}) - V(\hat{\beta}_{RE})$, $V(\hat{\beta}_{FE})$ oraz $V(\hat{\beta}_{RE})$ stanowią asymptotyczne macierze wariancji i kowariancji estymatorów $\hat{\beta}_{FE}$ i $\hat{\beta}_{RE}$ (por. Owusu-Gyapong, 1986).

Hausman wykazał, że statystyka W ma asymptotyczny rozkład χ^2 z m stopniami swobody, gdzie m jest liczbą zmiennych objaśniających (por. Verbeek, 2004). Przyjęcie hipotezy alternatywnej jako prawdziwej, wiąże się z wyborem estymatora FE , który jest nieobciążony, a jednak nie spełnia założeń o efektywności. Przy wyborze estymatora RE jako bardziej właściwego, wybiera się estymator nieobciążony oraz zgodny (por. Osińska, 2007).

3. ANALIZA EMPIRYCZNA ZRÓŻNICOWANIA SEKTORA MSP

Analiza empiryczna zróżnicowania sektora MSP przeprowadzona została drogą analizy współczynników elastyczności z modeli produkcji Cobb-Douglasa oraz współczynników produktywności krańcowej z liniowych modeli produkcji. Dane do analizy pobrane zostały z baz danych Głównego Urzędu Statystycznego. Obejmują one poziom produkcji sprzedanej przemysłu, nakłady inwestycyjne oraz zatrudnienie w układzie 16 województw w latach 2005–2009.

Współczynniki elastyczności z funkcji Cobb-Douglasa oraz współczynniki produktywności krańcowej z liniowych modeli szacowane były w dwóch wariantach. Pierwszy wariant modelu Cobb-Douglasa obejmował w specyfikacji dwie zmienne objaśniające tj. nakłady inwestycyjne oraz poziom zatrudnienia. Z kolei drugi wariant modelu Cobb-Douglasa uwzględnia dodatkowo występowanie trendu. Specyfikacja liniowych modeli produkcji jest identyczna jak w przypadku modeli Cobb-Douglasa. Uwzględnienie w modelowaniu zmienności produkcji zmiennej czasowej t , pozwala na ewentualną eliminację niestacjonarności procesów. Uwzględnienie składnika trendu w modelach produkcji stanowi intuicyjne podejście, nie jest natomiast efektem badania wewnętrznej struktury procesu.



Rysunek 1. Warianty modelowania

Źródło: opracowanie własne.

Do opisu wartości produkcji $[P_{it}]$, w zależności od przyjętej postaci analitycznej funkcji, zaproponowano następujące postaci modeli produkcji:

$$\text{model Cobb-Douglasa} \quad P_{it} = \beta_0 NI_{it}^{\beta_1} Z_{it}^{\beta_2} e^{\eta} e^{u_{it}}, \quad (8)$$

$$\text{model liniowy} \quad P_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 NI_{it} + \alpha_2 Z_{it} + \rho t + \varepsilon_{it}, \quad (9)$$

dla $i = 1, 2, \dots, 16$ oraz $t = 1, 2, \dots, 5$,

gdzie:

P_{it} – wartość produkcji w mln zł w i -tym sektorze w okresie t ,

NI_{it} – wartość nakładów inwestycyjnych w tys. zł w i -tym sektorze w okresie t ,
 Z_{it} – wielkość zatrudnienia w tys. osób w i -tym sektorze w okresie t ,
 t – składnik trendu,
 γ, ρ – miernik efektów neutralnego postępu technicznego i postępu organizacyjnego,
 α_0, β_0 – parametr wyrazu wolnego,
 α_1, α_2 – współczynniki produktywności krańcowej liniowych modeli produkcji,
 β_1, β_2 – współczynniki elastyczności funkcji produkcji Cobb-Douglasa,
 u_{it}, ε_{it} – składnik losowy równania.

Ze względu na panelowy charakter danych rozważono stosowanie trzech typów estymatorów: panelowego MNK, estymatora fixed effects oraz estymatora random effects. Wyboru jednego z nich dokonano drogą analizy heteroskedastyczności składnika losowego, wykorzystując opisane wyżej testy heteroskedastyczności:

- po pierwsze, badano czy wprowadzenie zróżnicowanych wyrazów wolnych dla i -tych obiektów daje dokładniejsze oszacowania parametrów modelu danych panelowych (test Walda),
- po drugie, badano założenia o stałości wariancji składnika losowego dla N obiektów (test Breuscha-Pagana),
- po trzecie, badano własności estymatorów FE oraz RE a następnie wybrano nieobciążony estymator (test Hausmana).

Wybór odpowiednich estymatorów dla odpowiednich wariantów modelowania zaprezentowano w tabeli 1.

Dla funkcji produkcji Cobb-Douglasa w wariancie I we wszystkich sektorach przedsiębiorstw w testach Walda oraz Breuscha-Pagana odrzucono hipotezę zerową na korzyść alternatywnej, uznając estymator FE jako bardziej odpowiedni, w przypadku testu Walda oraz wskazując wyższość estymatora RE , w przypadku testu Breuscha-Pagana. Rozstrzygnięciem dylematu wyboru najlepszego estymatora stanowi więc test Hausmana, który przy 5% poziomie istotności wskazuje na brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej uznając tym samym estymator RE jako bardziej efektywny (zob. tabela 1 – model produkcji Cobb-Douglasa, wariant I). Uwzględnienie w analizie czynnika czasu w wariancie II spowodowało zmiany w wyborze estymatora najlepszego do szacowania parametrów w badanych sektorach przedsiębiorstw. Zmiana nastąpiła tylko w sektorze MMP, gdzie w teście Hausmana wskazano na brak podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, tym samym wybierając estymator FE . W pozostałych sektorach najlepszy okazał się estymator RE (zob. tabela 1 – modele produkcji Cobb-Douglasa, wariant II). Analiza jednorodności składnika losowego dla liniowych modeli produkcji we wszystkich sektorach przedsiębiorstw w wariancie I wskazuje, iż estymatorem nieobciążonym jest estymator efektów stałych (FE) (zob. tabela 1 – liniowe modele produkcji, wariant I). Uwzględnienie czynnika czasu w liniowych modelach produkcji dla sektorów MMP, SP oraz MSP nie spowodowało zmian własności wykorzystywanych estymatorów. W dalszym ciągu nieobciążonym

estymatorem w tych sektorach jest estymator *FE*. Natomiast w sektorze DP, test Hausmana wskazuje, że estymatorem nieobciążonymi efektywnym jest estymator *RE* (zob. tabela 1 – liniowe modele produkcji, wariant II).

Tabela 1.

Testy heteroskedastyczności dla funkcji produkcji Cobb-Douglasa
oraz liniowych funkcji produkcji – wariant I oraz II

Funkcja produkcji Cobb-Douglasa				
Testy	MMP	SP	MSP	DP
Wariant I				
TEST WALDA	F=26,008*	F=9,406*	F=18,492*	F=17,520*
TEST BREUSCHA – PAGANA	LM=104,556*	LM=58,830*	LM=88,909*	LM=90,901*
TEST HAUSMANA	W = 5,028	W = 1,5878	W = 2,620	W = 1,990
Wariant II				
TEST WALDA	F=33,398*	F=9,532*	F=18,543*	F=52,644*
TEST BREUSCHA – PAGANA	LM=112,680*	LM=62,688*	LM=90,754*	LM=128,139*
TEST HAUSMANA	W = 10,484*	W = 0,015	W = 3,323	W = 1,486
Liniowa funkcja produkcji				
Wariant I				
TEST WALDA	F=27,481*	F=7,335*	F=17,743*	F=58,751*
TEST BREUSCHA – PAGANA	LM=92,471*	LM=22,479*	LM=53,318*	LM=111,514*
TEST HAUSMANA	W = 8,493*	W = 15,249*	W = 17,763*	W = 6,754*
Wariant II				
TEST WALDA	F=28,944*	F=7,736*	F=18,999*	F=73,659*
TEST BREUSCHA – PAGANA	LM=99,534*	LM=24,924*	LM=60,698*	LM=117,217*
TEST HAUSMANA	W = 10,612*	W = 17,067*	W = 17,408*	W = 5,042*

* odrzucenie hipotezy zerowej przy poziomie istotności $\alpha=0,05$.

Źródło: obliczenia własne.

Wyniki oszacowań parametrów w modelach produkcji przy zastosowaniu odpowiednich estymatorów przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2.

Wyniki estymacji parametrów modeli produkcji

Zmienna	FUNKCJA PRODUKCJI COBBA-DOUGLASA							
	Wariant I				Wariant II			
	MMP	SP	MSP	DP	MMP	SP	MSP	DP
	RE	RE	RE	RE	FE	RE	RE	RE
const.	0,025 (-5,99)	0,066 (-4,14)	0,038 (-4,86)	0,426 (-1,23)	2,895 (0,68)	0,083 (-3,77)	0,043 (-4,64)	0,973 (-0,04)
NI	0,176 (6,77)	0,193 (3,26)	0,240 (6,04)	0,176 (3,05)	0,069 (1,67)*	0,123 (1,84)*	0,159 (2,57)	-0,036 (-0,92)*
Z	0,812575 (12,92)	0,801 (8,53)	0,740 (9,77)	0,716 (7,9)	0,544 (3,58)	0,863 (8,93)	0,822 (9,13)	0,897 (12,23)
t	–	–	–	–	0,030 (4,4)	0,019 (2,15)	0,014 (1,69)*	0,069 (11,27)
Współczynniki determinacji								
(%)	70,75	46,65	64,71	43,46	78,79	49,75	66,11	81,35
(%)	96,70	95,46	95,94	93,89	96,78	95,52	96,12	93,59
(%)	96,21	93,65	95,16	92,58	95,80	93,84	95,37	93,28
Statystyka testu F								
F	1128,2	809,5	909,8	591,6	1157,2	820,9	953,8	562,1
Zmienna	LINIOWA FUNKCJA PRODUKCJI							
	Wariant I				Wariant II			
	MMP	SP	MSP	DP	MMP	SP	MSP	DP
	FE	FE	FE	FE	FE	FE	FE	RE
const.	3074,53 (2,48)	2339,71 (0,94)	6407,71 (1,85)	4925,45 (1,29)	3256,8 (2,77)	5366,08 (2,04)	7911,89 (2,36)	4262,99 (1,04)
NI	0,001 (7,43)	0,001 (2,24)	0,001 (5,77)	0,002 (4,55)	0,001 (4,49)	0,001 (2,09)	0,001 (4,19)	0,001 (2,89)
Z	0,012 (2,37)	0,067 (2,22)	0,019 (1,84)*	0,106 (3,67)	0,012 (2,46)	0,029 (0,91)*	0,016 (1,56)*	0,107 (5,63)
t	–	–	–	–	167,94 (2,88)	319,49 (2,7)	375,28 (2,66)	1511,14 (4,64)
Współczynniki determinacji								
(%)	70,75	35,77	64,67	60,35	74,25	42,64	68,35	70,28
(%)	93,03	92,02	90,71	81,47	93,76	89,23	90,90	81,94
(%)	92,18	90,09	89,80	80,79	92,54	86,04	89,59	81,59
Statystyka testu F								
F	513,9	444,0	375,9	169,3	578,5	319,0	384,6	174,7

* brak podstaw do odrzucenia H_0 w teście *t-Studenta*, w nawiasach podano wartości statystyki *t-Studenta*, RE oznacza estymator efektów losowych, FE oznacza estymator efektów stałych; statystyka testu F wyznaczona w oparciu o międzygrupowy współczynnik determinacji.

Źródło: obliczenia własne.

Pod względem istotności parametrów oraz jakości dopasowania danych empirycznych, modele produkcji w prezentowanych wariantach są akceptowalne. Ze względu na kluczowy w całym badaniu charakter współczynników elastyczności oraz współczynników produktywności krańcowej, nie usuwano z modeli zmiennych nieistotnych statystycznie. Dla potwierdzenia łącznej istotności parametrów badanych modeli przeprowadzono test F (zob. tabela 2).

Interpretacja ekonomiczna współczynników elastyczności w modelach produkcji Cobb-Douglasa oznacza przeciętny przyrost poziomu produkcji spowodowany jednoprocentowym wzrostem nakładu czynnika produkcji, przy założeniu stałości pozostałych czynników. Jednoprocentowy wzrost wielkości nakładów inwestycyjnych (*ceteris paribus*) w modelach produkcji Cobb-Douglasa w wariancie I powoduje przeciętny wzrost poziomu produkcji średnio o 0,1763% w grupie mikroprzedsiębiorstw i małych przedsiębiorstw, 0,1935% w grupie średnich przedsiębiorstw, 0,2398% w sektorze MSP oraz 0,1763% w grupie dużych przedsiębiorstw. W wariancie II modeli Cobb-Douglasa, wzrost nakładów inwestycyjnych o 1%, *ceteris paribus*, powoduje przeciętny wzrost poziomu produkcji odpowiednio o 0,069% w sektorze mikro i małych przedsiębiorstw, 0,123% w sektorze średnich przedsiębiorstw oraz 0,159% w sektorze MSP. Zmienność produkcji spowodowana zmianami wielkości nakładów inwestycyjnych, przy założeniu stałości poziomu zatrudnienia w badanych sektorach, jest mniejsza w sektorze mikro i małych przedsiębiorstw oraz sektorze średnich przedsiębiorstw w porównaniu z sektorem MSP. Oznacza to, że traktując sektor MSP bez rozróżnienia na sektor małych oraz sektor średnich przedsiębiorstw, zawyżono by wpływ wzrostu nakładów inwestycyjnych na wzrost produkcji (zob. tabela 2).

Uwzględnienie w modelu produkcji Cobb-Douglasa czynnika czasu spowodowało obniżenie siły wpływu zmian wielkości nakładów inwestycyjnych w grupach MMP, SP oraz MSP przy założeniu stałości zatrudnienia (zob. tabela 2).

Analiza zmian wielkości zatrudnienia w modelach produkcji Cobba-Douglasa w wariantach I oraz II przy założeniu stałości nakładów inwestycyjnych, wskazuje, że wzrost zatrudnienia o 1% powoduje średni wzrost poziomu produkcji o:

- 0,8126% w wariancie I oraz 0,5436% w wariancie II w grupie MMP,
- 0,8008% w wariancie I oraz 0,8631% w wariancie II w grupie SP,
- 0,7397% w wariancie I oraz 0,8218% w wariancie II w sektorze MSP,
- 0,7160% w wariancie I oraz 0,8975% w wariancie II w grupie DP (zob. tabela 2).

W wariancie I wzrost zatrudnienia w sektorze mikro i małych przedsiębiorstw oraz w sektorze średnich przedsiębiorstw jest zbliżony. Z kolei badając wpływ wzrostu zatrudnienia na zmiany produkcji, przy założeniu stałości nakładów inwestycyjnych, w sektorze MSP, należy wskazać, że wpływ ten jest niższy. Wyniki te potwierdza również analiza współczynnika elastyczności względem zatrudnienia w wariancie II, gdzie zmienność produkcji w sektorze MSP na zmiany poziomu zatrudnienia, *ceteris paribus*, jest niższa (zob. tabela 2).

Interpretacja ekonomiczna współczynnika produktywności krańcowej z liniowych modeli produkcji oznacza zmiany poziomu produkcji wywołane przez wzrost czynnika produkcji o jednostkę. Wzrost nakładów inwestycyjnych o tys. zł, *ceteris paribus*, powoduje przeciętny wzrost poziomu produkcji w wariancie I o 1,112 tys. zł dla sektora mikro i małych przedsiębiorstw (MMP), o 966 zł dla średnich przedsiębiorstw (SP), o 1,432 tys. zł dla sektora MSP traktowanego łącznie oraz 2,249 tys. zł dla sektora dużych przedsiębiorstw (DP). W wariancie II po uwzględnieniu w modelach produkcji czynnika czasu szacunki parametrów uległy znacznemu zmniejszeniu. W grupie mikro i małych przedsiębiorstw wzrost nakładów inwestycyjnych, *ceteris paribus*, powoduje przeciętny wzrost produkcji o 800 zł. Dla grupy średnich przedsiębiorstw wzrost produkcji wynosi przeciętnie 865 zł, dla sektora MSP 1,11 tys. zł oraz dla grupy dużych przedsiębiorstw 1,36 tys. zł (zob. tabela 2). Reakcję wielkości produkcji w badanych sektorach na zmiany w wielkościach zatrudnienia przy założeniu, że wielkość nakładów inwestycyjnych pozostaje stała w czasie wskazuje, że w wariancie I wzrost zatrudnienia o 1 tys. osób powoduje przeciętny wzrost produkcji o 0,01173 mln zł w sektorze MMP, o 0,06695 mln zł w sektorze SP, o 0,01951 mln zł w sektorze MSP oraz o 106,42 tys. zł w sektorze DP. W wariancie II, szacunki parametrów przy zatrudnieniu wskazują, że reakcja wywołana wzrostem zatrudnienia o 1000 osób, *ceteris paribus*, powoduje wzrost poziomu produkcji przeciętnie o 11,52 tys. zł w przedsiębiorstwach mikro oraz małych, 29 tys. zł w przedsiębiorstwach średniej wielkości, 15,92 tys. zł w sektorze MSP oraz 106,6 tys. zł w sektorze dużych przedsiębiorstw (zob. tabela 2).

Porównując wpływ wzrostu w nakładach inwestycyjnych, *ceteris paribus*, na zmienność produkcji należy wskazać, że w sektorach MMP, SP oraz MSP, zarówno w wariancie I jak i II wpływ jest jednakowy. Natomiast porównując badane sektory pod względem wpływu poziomu zatrudnienia na zmienność produkcji, widocznym jest, że tylko sektor SP charakteryzuje się większą zmiennością. Z kolei sektor MMP oraz MSP przyjmują zbliżone wielkości parametrów produktywności krańcowej (zob. tabela 2).

Powyższe wyniki są zgodne z wiedzą ekonomiczną, dotyczącą wpływu zmian w nakładach inwestycyjnych oraz zatrudnieniu na poziom produkcji.

4. WNIOSKI

W artykule przedstawiono analizę zmian we współczynnikach elastyczności oraz współczynnikach produktywności krańcowej na podstawie modeli produkcji dla sektorów MMP, SP, MSP oraz DP. Współczynniki elastyczności dostarczają informacji względnych o reakcji produkcji na wzrost nakładów i zatrudnienia w badanych sektorach przedsiębiorstw. Informacji bezwzględnych o zróżnicowaniu reakcji produkcji w sektorach przedsiębiorstw dostarczają współczynniki produktywności krańcowej.

Zmiany powstające wskutek wahań w wielkościach czynników produkcji w różnych sektorach przedsiębiorstw znacząco różnią się od tych zmian, które mają miejsce w sektorze MSP. Łączne traktowanie przedsiębiorstw o różnych wielkościach może powodować zniekształcenie informacji o reakcji produkcji na zmiany czynników produkcji w poszczególnych sektorach. Wartości współczynników dla sektorów MMP i SP mają wartości istotnie wyższe lub istotnie niższe w stosunku do wartości osiąganych przez sektor MSP. Współczynniki elastyczności wyznaczone w grupach przedsiębiorstw pozwalają ocenić, w którym z sektorów produkcja mocniej reaguje na zmiany nakładów inwestycyjnych lub zatrudnienia. Współczynniki elastyczności względem nakładów inwestycyjnych w sektorze MMP w obu rozważanych wariantach przyjmują wartości na poziomie niższym, niż te współczynniki w sektorze MSP (zob. tabela 2). Można więc wskazać, że produkcja sektora MSP reaguje większymi zmianami na wzrost poziomu nakładów inwestycyjnych niż produkcja sektorów MMP bądź SP. Reakcja produkcji na wzrost zatrudnienia w sektorze SP wskazuje jednoznacznie, że w tym sektorze przeciętny wzrost produkcji wywołany przez wzrost zatrudnienia jest większy niż w sektorze MSP (zob. tabela 2). W zależności od przyjętej postaci analitycznej modelu oraz wariantu modelowania, natężenie, z jakim produkcja reaguje na zmiany zatrudnienia lub nakładów inwestycyjnych, jest zróżnicowane (zob. tabela 2).

Dla oceny wpływu zdarzeń mających miejsce w sektorze MSP, ważne jest zbadanie tych zdarzeń osobno, dla mikroprzedsiębiorstw, małych oraz średnich przedsiębiorstw. W toku rozważań nad zmiennością produkcji dla sektora mikro, małych i średnich przedsiębiorstw, należy wskazać, że zasadnym jest badanie zmienności zmiennych charakterystycznych dla sektora MSP z rozróżnieniem sektorów MMP oraz SP. Sektor małych i średnich przedsiębiorstw jest zróżnicowany pod względem reakcji produkcji na zmiany poszczególnych procesów, zmieniających się wewnątrz sektora. Wskazują na to współczynniki elastyczności z funkcji produkcji Cobb-Douglasa oraz współczynniki produktywności krańcowej z liniowych modeli produkcji. Wartości parametrów różnią się między sobą, co wskazuje, że reakcja produkcji na zmiany nakładów inwestycyjnych i zatrudnienia jest niejednakowa. Można stwierdzić, iż badanie zmienności wewnątrz sektora dostarcza więcej wartościowych informacji niż ogólna analiza sektora bez rozróżnienia na podmioty gospodarcze o mikro, małej oraz średniej wielkości.

LITERATURA

- [1] Baltagi B. H., (2005), *Econometric Analysis of Panel Data (3rd ed.)*, John Wiley & Sons Ltd, Londyn.
- [2] Dańska-Borsiak B., (2011), *Dynamiczne modele panelowe w badaniach ekonomicznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- [3] Dominiak P., (2005), *Sektor MSP we współczesnej gospodarce*, PWN, Warszawa.
- [4] Greene W. H., (2003), *Econometric Analysis (5th ed.)*, Macmillan Publishing Company, New Jersey.
- [5] Johnston J., DiNardo J., (1997), *Econometric Methods (4th ed.)*, Wydawnictwo University of Southern California, California.
- [6] Kufel T., (2011), *Ekometria. Rozwiązanie problemów z wykorzystaniem program Gretl*, PWN, Warszawa.
- [7] Kukuła K. (red.), (2009), *Wprowadzenie do ekonometrii*, Wydawnictwo PWN, Warszawa.
- [8] Maddala G. S., (2008), *Ekometria*, PWN, Warszawa.
- [9] Osińska M., (2007), *Ekometria współczesna*, Wydawnictwo "Dom Organizatora", Toruń.
- [10] Owusu-Gyapong A., (1986), Alternative Estimating Techniques for Panel Data on Strike Activity, *The Review of Economics and Statistics*, 68 (3), 526–531.
- [11] Pawłowski Z., (1976), *Ekometryczna analiza procesu produkcyjnego*, Wydawnictwo PWN, Warszawa.
- [12] Piłatowska M., (2003), *Modelowanie niestacjonarnych procesów ekonomicznych Studium metodologiczne*, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń.
- [13] Ustawa z dnia 2 lipca 2004 roku o swobodzie działalności gospodarczej (tekst jednolity: Dz.U. 2004, Nr 173 poz. 1807 z późn. zm.).
- [14] Wooldridge J., (2002), *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*, The MIT Press, Londyn.
- [15] Verbeek M., (2004), *A Guide to Modern Econometrics (2nd ed.)*, Wydawnictwo John Wiley & Sons Ltd, Londyn.
- [16] Zastempowski M., (2010), *Uwarunkowanie budowy potencjału innowacyjnego polskich małych i średnich przedsiębiorstw*, Wydawnictwo Naukowe UMK, Toruń.

PRZESTRZENNO-CZASOWE MODELOWANIE ZMIENNOŚCI PRODUKCJI W SEKTORACH
MIKRO-, MAŁYCH, ŚREDNICH I DUŻYCH PRZEDSIĘBIORSTW W POLSCE

Streszczenie

W ostatnich latach coraz szersze zastosowanie w analizach ekonomicznych znajdują modele panelowe. Przedmiotem rozważań jest przestrzenno-czasowe modelowanie zmienności poziomu produkcji w Polsce. Celem badania jest próba ekometrycznej weryfikacji hipotezy o wewnętrznej niejednorodności sektora MSP, przez analizę współczynników elastyczności z funkcji Cobb-Douglasa dla poziomu produkcji sprzedanej przemysłu oraz przez analizę współczynników produktywności krańcowej z linowych modeli produkcji.

Słowa kluczowe: sektor MSP, funkcja produkcji Cobba-Douglasa, estymator fixed effects, estymator random effects

TIME-SPATIAL MODELLING OF THE VARIABILITY OF PRODUCTION IN SECTORS
OF MICRO, SMALL, MEDIUM AND LARGE ENTERPRISES IN POLAND

A b s t r a c t

In recent years, more and more in the economic analysis are used panel models. The consideration of the paper are focused on investigation of spatiotemporal modeling of production in Poland. The main goal of the study is to verify the hypothesis of econometric internal heterogeneity of the SME sector. It is possible due to analysis the elasticity coefficients of the Cobb-Douglas production model and the factor of marginal productivity in linear production model.

Key words: SME sector, Cobb-Douglas production model, fixed effects estimator, random effects estimator

SPRAWOZDANIA

ARTUR MIKULEC, ALEKSANDRA KUPIS-FIJAŁKOWSKA

SPRAWOZDANIE Z XXXI MIĘDZYNARODOWEJ KONFERENCJI NAUKOWEJ WIELOWYMIAROWA ANALIZA STATYSTYCZNA (WAS 2012)

XXXI edycja międzynarodowej konferencji naukowej Wielowymiarowa Analiza Statystyczna, WAS 2012 (*The 31st International Annual Conference on Multivariate Statistical Analysis, MSA 2012*) odbyła się w dniach od 12 do 14 listopada 2012 r. w Łodzi w Centrum Szkoleniowo-Konferencyjnym Uniwersytetu Łódzkiego. Konferencja zorganizowana została przez Instytut Statystyki i Demografii Uniwersytetu Łódzkiego, Katedrę Metod Statystycznych Uniwersytetu Łódzkiego oraz Polskie Towarzystwo Statystyczne. Przewodniczącym Komitetu Organizacyjnego został prof. dr hab. Czesław Domański, a sekretarzami naukowymi dr Artur Mikulec oraz mgr Aleksandra Kupis-Fijałkowska. Konferencja objęta została honorowym patronatem prezesa Głównego Urzędu Statystycznego, prof. dra hab. Janusza Witkowskiego, a organizacja konferencji WAS 2012 dofinansowana została przez Narodowy Bank Polski w ramach projektu edukacyjnego wpisującego się w priorytetowe obszary edukacji ekonomicznej NBP. Partnerami tegorocznej konferencji były: firma StatSoft Polska Sp. z o.o. oraz Polskie Towarzystwo Badaczy Rynku i Opinii (PTBRiO).

Tematyka konferencji obejmowała szerokie spektrum zagadnień Wielowymiarowej Analizy Statystycznej, m.in.: rozkłady wielowymiarowe, wnioskowanie statystyczne, metody nieparametryczne, metody klasyfikacji i analizy danych, analizę dyskryminacyjną, metody Monte Carlo, metody bayesowskie, metody eksploracyjnej analizy danych oraz zastosowania metod statystycznych w naukach ekonomicznych, społecznych, przyrodniczych, finansach i ubezpieczeniach. W konferencji uczestniczyło 77 osób z różnych ośrodków akademickich w Polsce, przedstawiciele Urzędów Statystycznych (Łódź, Poznań) i Narodowego Banku Polskiego (o/Łódź, Warszawa).

Pierwsza sesja plenarna, jubileuszowo-historyczna, poświęcona została obchodom stulecia Polskiego Towarzystwa Statystycznego oraz wybitnym przedstawicielom polskiej myśli statystycznej: Jerzemu Sławie-Neymanowi (wykład zaproszony – prof. dr hab. Tadeusz Bednarski), Karolinie Iwaszkiewicz-Gintowt (prof. dr hab. Mirosław Krzyśko), Rajmundowi Buławskiemu (prof. dr hab. Czesław Domański) oraz Janowi Piekalkiewiczowi (prof. dr hab. Czesław Domański).

Oprócz 3 referatów i 1 wykładu zaproszonego w sesji jubileuszowo-historycznej uczestnicy konferencji wygłosili 41 referatów – poniżej przedstawiono ich tytuły (kolejność alfabetyczna według nazwisk autorów):

- Jacek Białek (Uniwersytet Łódzki) – *Uwagi o uogólnionych formułach indeksów cen*,
- Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz (Uniwersytet Szczeciński) – *Wpływ zmiennej objaśniającej na hazard i jego zmiany w czasie w modelu regresji Coxa*,
- Katarzyna Bolonek-Lasoń, Piotr Kosiński (Uniwersytet Łódzki) – *Równowaga Nasha przy strategiach bez ograniczeń*,
- Justyna Brzezińska (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Iloraz szans w analizie tablic kontyngencji*,
- Bronisław Ceranka, Małgorzata Graczyk (Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu) – *Optymalne układy wagowe dla estymacji całkowitej masy obiektów*,
- Katarzyna Cheba (Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie), Maja Kiba-Janiak (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Conjoint analysis jako metoda analizy preferencji konsumentów na przykładzie rynku miejskich usług transportowych*,
- Magdalena Chmieleńska (Uniwersytet ekonomiczny w Katowicach) – *O wpływie niedokładności pomiarów na koszty kontroli międzyoperacyjnej*,
- Grażyna Dehnel, Tomasz Klimanek (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu), Jacek Kowalewski (Urząd Statystyczny w Poznaniu) – *Estymacja pośrednia z uwzględnieniem korelacji przestrzennej w statystyce gospodarczej*,
- Katarzyna Dębowska, Marta Jarocka (Politechnika Białostocka) – *Wpływ formuły normalizacyjnej na wynik porządkowania liniowego*,
- Czesław Domański, Katarzyna Bolonek-Lasoń (Uniwersytet Łódzki) – *Uogólnienie rozkładów lambda-Tukeya*,
- Damian Gajda, Tomasz Jurkiewicz (Uniwersytet Gdański) – *Ubezpieczenia w sektorze małych i średnich przedsiębiorstw w latach 2010–2012 (wyniki badań ankietowych)*,
- Wojciech Gamrot (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *O pewnym sposobie zapożyczania mocy w estymacji wartości globalnej*,
- Eugeniusz Gatnar (Narodowy Bank Polski, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Wskaźniki włączenia finansowego w Polsce (z perspektywy Narodowego Banku Polskiego)*,
- Tadeusz Gerstenkorn (Uniwersytet Łódzki), Jacek Mańko (XXXI LO w Łodzi) – *Prawdopodobieństwo zdarzenia rozmytego i jego zastosowanie w problemach ekonomicznych*,
- Małgorzata Graczyk, Bronisław Ceranka (Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu) – *Regularne d-optymalne sprzężynowe układy z diagonalną macierzą wariancji błędów*,

- Alina Jędrzejczak (Uniwersytet Łódzki) – *Ubóstwo i nierówności dochodowe w rodzinach wielodzietnych*,
- Anna Jurek (Uniwersytet Łódzki) – *Charakterystyka ubezpieczenia z tytułu zdarzeń medycznych i analiza dotychczasowej szkodowości*,
- Iwona Konarzewska (Uniwersytet Łódzki) – *Optymalny portfel akcji – wykorzystanie wielowymiarowej analizy statystycznej*,
- Grzegorz Kończak (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *O wykorzystaniu rozkładu wartości ekstremalnych w monitorowaniu procesów*,
- Jerzy Korzeniewski (Uniwersytet Łódzki) – *Modyfikacja metody HINoV selekcji zmiennych w analizie wielokrotnych struktur skupień*,
- Daniel Kosiorowski (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie), Mateusz Bocian, Anna Węgrzynkiewicz, Zygmunt Zawadzki (studenci Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie) – *Pakiet {DepthProc} w eksploracyjnej analizie wielowymiarowego szeregu czasowego*,
- Dominik Krężolek (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Nieklasyczne miary ryzyka na przykładzie GPW w Warszawie – zastosowanie rozkładów alfa-stabilnych*,
- Mariusz Kubus (Politechnika Opolska) – *Wybrane uwagi na temat podejścia wrappers bazującego na rankingu zmiennych*,
- Marta Małecka (Uniwersytet Łódzki) – *Projektowanie eksperymentów symulacyjnych przy ocenie prognoz VaR*,
- Małgorzata Misztal (Uniwersytet Łódzki) – *Kilka uwag o zastosowaniu metod graficznych w analizie brakujących danych*,
- Włodzimierz Okrasa (doradca prezesa GUS, Uniwersytet Kardynała Stefana Wyszyńskiego w Warszawie) – *Uwagi metodologiczne nt. interakcji metod i danych w statystyce społecznej – przypadek badań statystyczno-socjologicznych*,
- Dariusz Parys (Uniwersytet Łódzki) – *Kroczące procedury testów wielokrotnych dla rozkładów dyskretnych*,
- Dominika Polko, Grzegorz Kończak (Uniwersytet ekonomiczny w Katowicach) – *O prognozowaniu szeregów czasowych z wykorzystaniem kart kontrolnych*,
- Dorota Rozmus (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Porównanie dokładności taksonomicznej metody propagacji podobieństwa oraz zagregowanych algorytmów taksonomicznych opartych na idei macierzy współwystąpień*,
- Jacek Stelmach (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *O szacowaniu liczby modeli bazowych wykorzystując testy parametryczne i permutacyjne*,
- Małgorzata Szerszunowicz (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Kolejność realizacji doświadczeń w planie eksperymentu a koszty procesu produkcyjnego*,
- Piotr Tarka (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu) w referacie – *Konstrukcja skali pomiaru postaw konsumenckich w ujęciu jednoparametrycznego modelu Rascha i danych dychotomicznych*,

- Joanna Trzęsiok (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Wybrane symulacyjne procedury porównywania nieparametrycznych metod regresji*,
- Michał Trzęsiok (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Profilowanie klas w metodzie wektorów nośnych*,
- Grażyna Trzpiot (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Bayesowska przestrzenna regresja kwantylowa*,
- Justyna Wilk i Marcin Pełka (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Analiza skupień danych symbolicznych. Przegląd badań*,
- Justyna Wilk (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu), Michał Bernard Pietrzak (Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu) – *Analiza migracji wewnętrznych w kontekście aspektów społeczno-gospodarczych – podejście dwuetapowe*,
- Anna Witaszczyk (Uniwersytet Łódzki) – *Zastosowanie teorii macierzy losowych w weryfikacji hipotez statystycznych dotyczących parametrów wielowymiarowego rozkładu normalnego*,
- Artur Zaborski (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Grawitacyjna analiza unfolding dla niesymetrycznej macierzy podobieństw*,
- Wojciech Zieliński (Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie) – *Zastosowanie najkrótszych przedziałów ufności dla frakcji w kontrolach NIK*,
- Tomasz Żądło (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) w referacie – *O estymacji MSE dla pewnego predyktora w przypadku złej specyfikacji modelu*.

Podczas konferencji miało także miejsce posiedzenie członków Rady Głównej Polskiego Towarzystwa Statystycznego (PTS), któremu przewodniczył prof. dr hab. Czesław Domański – prezes PTS.

Kolejna, XXXII międzynarodowa konferencja naukowa Wielowymiarowa Analiza Statystyczna, *WAS 2013 (The 32nd International Annual Conference on Multivariate Statistical Analysis, MSA 2013)* odbędzie się w Łodzi w dniach od 18 do 20 listopada 2013 r. Przewodnictwem Komitetu Organizacyjnego przyszłorocznej edycji objął prof. dr hab. Czesław Domański, a sekretarzami naukowymi zostali mgr Marta Małecka oraz dr Artur Mikulec. Konferencja będzie wpisująca się w obchody Międzynarodowego Roku Statystyki, Statystyka 2013 (*The International Year of Statistics, Statistics 2013*).

Artur Mikulec, Aleksandra Kupis-Fijałkowska – Uniwersytet Łódzki