

POLSKA AKADEMIA NAUK
KOMITET STATYSTYKI I EKONOMETRII

PRZEGLĄD STATYSTYCZNY

STATISTICAL REVIEW

TOM 62

1

2015

WARSZAWA 2015

WYDAWCA

Komitet Statystyki i Ekonometrii Polskiej Akademii Nauk

RADA REDAKCYJNA

Andrzej S. Barczak, Marek Gruszczyński, Krzysztof Jajuga, Stanisław M. Kot, Tadeusz Kufel,
Władysław Milo (Przewodniczący), Jacek Osiewalski, Sven Schreiber, D. Stephen G. Pollock,
Jaroslav Ramík, Peter Summers, Matti Virén, Aleksander Welfe, Janusz Wywiał

KOMITET REDAKCYJNY

Magdalena Osińska (Redaktor Naczelny)
Marek Walesiak (Zastępca Redaktora Naczelnego, Redaktor Tematyczny)
Michał Majsterek (Redaktor Tematyczny)
Maciej Nowak (Redaktor Tematyczny)
Anna Pajor (Redaktor Statystyczny)
Piotr Fiszedler (Sekretarz Naukowy)

Wydanie publikacji dofinansowane przez Ministra Nauki i Szkolnictwa Wyższego

© Copyright by Komitet Statystyki i Ekonometrii PAN

Strona WWW „Przegląd Statystyczny”:
<http://www.przegladstatystyczny.pan.pl>

Nakład: 200 egz.

Polska Akademia Nauk
Zespół Teleinformatyki
Drukarnia
ul. Śniadeckich 8, 00-656 Warszawa, tel./fax +48 22 628 87 77

SPIS TREŚCI

Katarzyna Filipowicz, Rafał Wiśła, Tomasz Tokarski – Produktywność kapitału a inwestycje zagraniczne w dwubiegunowym modelu wzrostu gospodarczego – Analiza konwergencji	5
Anna Sączewska-Piotrowska – Badanie ubóstwa z zastosowaniem nieparametrycznej estymacji funkcji przeżycia dla zdarzeń powtarzających się	29
Marcin Salmaga – Badanie konkurencyjności handlu zagranicznego w ujęciu dynamicznym na przykładzie Polski	53
Adam P. Balcerzak, Michał Bernard Pietrzak – Wpływ efektywności instytucji na jakość życia w Unii Europejskiej. Badanie panelowe dla lat 2004–2010	71
Kesra Nermend – Wielokryterialna metoda wektora preferencji jako narzędzie wspomagające proces decyzyjny	93
Arkadiusz Świądek, Magdalena Wojciech – Analiza skłonności przedsiębiorstw z wiodących regionów Polski do inwestowania w nowe środki trwałe z wykorzystaniem modelu logitowego uwzględniającego interakcje zmiennych jakościowych	117

SPRAWOZDANIA

Marta Małecka, Elżbieta Zalewska – Sprawozdanie z XXXIII międzynarodowej konferencji naukowej Wielowymiarowa Analiza Statystyczna (WAS 2014)	139
--	-----

CONTENTS

Katarzyna Filipowicz, Rafał Wiśła, Tomasz Tokarski – Capital Productivity and Foreign Investments in the Bipolar Economic Growth Model – Convergence Analysis	5
Anna Sączewska-Piotrowska – Poverty Study Using Nonparametric Estimation of Recurrent Survival Function	29
Marcin Salamağa – The Research of the Foreign Trade Competitiveness in Dynamic Approach on the Example of Poland	53
Adam P. Balcerzak, Michał Bernard Pietrzak – The Impact of the Efficiency of the Institutions on the Quality of Life in the European Union. Panel Data Evidence for the Years 2004–2010	71
Kesra Nermend – Multi-Criteria Preference Vector Method (PVM) as a Tool Supporting the Decision Making Process	93
Arkadiusz Świądek, Magdalena Wojciech – Analysis of Tendencies of Companies from the Leading Regions of Poland to Invest in New Fixed Assets Using the Logit Model Taking into Account the Interactions of Categorical Variables.	117

REPORTS

Marta Małecka, Elżbieta Zalewska – Report of the XXXIII International Scientific Conference Multivariate Statistical Analysis (WAS 2014).	139
---	-----

KATARZYNA FILIPOWICZ, RAFAŁ WISŁA, TOMASZ TOKARSKI

PRODUKTYWNOŚĆ KAPITAŁU A INWESTYCJE ZAGRANICZNE W DWUBIEGUNOWYM MODELU WZROSTU GOSPODARCZEGO – ANALIZA KONWERGENCJI¹

1. WPROWADZENIE

Celem prezentowanego opracowania jest analiza oddziaływania inwestycji krajowych i zagranicznych na równowagę długookresowego wzrostu gospodarczego na gruncie dwubiegunowego modelu wzrostu. Model ten stanowi rozszerzenie neoklasycznego modelu wzrostu Solowa (1956) o przepływy inwestycyjne. W modelu analizuje się bowiem funkcjonowanie dwóch gospodarek – nazywanych dalej umownie gospodarkami bogatą oraz biedną². W prezentowanym modelu zakłada się m.in., że zarówno gospodarka bogata inwestuje w gospodarce biednej, jak i gospodarka biedna inwestuje w bogatej. Co więcej, przyjmuje się, że przepływy inwestycyjne między tymi gospodarkami zależne są od produktywności kapitału w obu typach rozważanych gospodarek.

Struktura opracowania przedstawia się następująco. W punkcie 2 znajduje się przegląd literatury dotyczącej determinantów przepływów inwestycyjnych. Punkt 3 zawiera założenia rozważanego modelu wzrostu gospodarczego oraz analizę stabilności i właściwości ekonomicznych długookresowej równowagi owego modelu wzrostu (przez punkt równowagi rozważanego w pracy modelu wzrostu rozumie się asymptotycznie stabilny punkt stacjonarny analizowanego weń układu równań różniczkowych³). W punkcie 4 przedstawiono kalibrację jego parametrów oraz symulacje

¹ Autorzy dziękują Pani Profesor Magdalenie Osińskiej (z Uniwersytetu Mikołaja Kopernika w Toruniu) oraz Panom Profesorom Eugeniuszowi Kwiatkowskiemu i Michałowi Majsterkowi (z Uniwersytetu Łódzkiego) za uwagi do wstępnej wersji prezentowanego opracowania. Rzecz jasna, całkowita odpowiedzialność za ostateczną wersję pracy spada na autorów.

² Wydaje się, że gospodarki te można utożsamiać zarówno z grupami bogatych gospodarek krajowych północy i biednych gospodarek południa (w skali gospodarki światowej), gospodarek Europy Zachodniej i Wschodniej (w skali Europy), regionów północy i południa we Włoszech lub województw zachodu i wschodu w Polsce.

³ Szeroki przegląd alternatywnych modeli wzrostu gospodarczego oraz stanów długookresowej równowagi znaleźć można np. w pracach Acemoglu (2009) lub Aghiona, Howitta (2009).

numeryczne wybranych stanów długookresowej równowagi modelu. Opracowanie kończy punkt 5, w którym znaleźć można podsumowanie prowadzonych w nim rozważań oraz ważniejsze wnioski.

1. PRZEGLĄD LITERATURY

Międzynarodowe ugrupowania integracyjne, gospodarki krajowe, czy wydzielone w ich granicach względnie jednorodne obszary, odróżniające się od terenów przyległych naturalnymi lub nabytymi atrybutami cechuje zróżnicowany poziom i tempo wzrostu gospodarczego⁴. Do kryzysu w 2008 roku dysproporcje między gospodarkami regionów w UE malały. Było to spowodowane głównie tym, iż regiony z najniższym PKB na mieszkańca rozwijały się ponadprzeciętnie szybko i doganiały zamożniejsze regiony. W latach 2008–2011 dysproporcje między regionami uległy niewielkiemu pogłębieniu (Komisja Europejska, 2014, s.3). Duże dysproporcje gospodarcze zarówno między gospodarkami krajowymi jak i regionami można dostrzec w obszarze Północnoamerykańskiego Układu Wolnego Handlu, w państwach BRIC (Brazylia, Rosja, Indie, Chiny) oraz w obrębie innych porozumień, ugrupowań integracyjnych, związków państw, jak również między nimi.

Występowanie w przestrzeni ekonomicznej gospodarek bogatych i gospodarek biednych stanowi konsekwencję polaryzacji rozwoju jako wynik m.in. zróżnicowanej produktywności czynników produkcji oraz kierunków i dynamiki nakładów inwestycyjnych. Artykuł wpisuje się w szeroki nurt poszukiwań przyczyn procesów polaryzacji rozwoju z uwzględnieniem tych właśnie stymulant rozwojowych (Solow, 1956; Lucas, 1988; Mankiw i inni, 1992; Nonneman, Vanhoudt, 1996; Mroczek i inni, 2014). Obok wyżej wymienionych, podstawowych determinant wzrostu, jest widoczny również silny nurt poszukiwań w zakresie oddziaływania zmian stopy redystrybucji budżetowej, nierówności dochodowych oraz kapitału społecznego na równowagę długookresowego wzrostu gospodarczego (Sztaudynger, 2007; Kumor i inni, 2009).

Szerszym kontekstem dla prowadzonych rozważań są: teoria kumulatywnej przyczynowości (Myrdal, 1957; Kaldor, 1970), teoria polaryzacji (Hirschmann, 1958) oraz teoria centrum i peryferie (Friedmann, Weaver, 1979).

Teoria kumulatywnej przyczynowości Myrdala akcentuje konieczność wywołania wystarczająco dużej i intensywnej zmiany (np. w postaci strumienia inwestycji zagranicznych) by wywołać impuls dla korzystnego kierunku zmian. Proces ten może wywoływać w dalszej kolejności efekty dwojakiego rodzaju. Początkowo, efekt zasyśnięcia (czynników wzrostu) z otoczenia, a w dalszej kolejności (z różną intensywnością) efekt rozprzestrzeniania. Bilans wielkości i siły tych efektów wyjaśnia poziom zróżnicowania rozwoju. Zdaniem Myrdala (1963) mechanizm rynkowy pozostawiony

⁴ Szeroko na temat różnic pomiędzy poziomem i tempem wzrostu oraz rozwoju gospodarczego por. np. Malaga (2013).

sam sobie powoduje raczej wzrost niż zmniejszanie nierówności w przestrzeni gospodarczej. Wykorzystanie narzędzi interwencji publicznej ogranicza niekorzystne zjawiska w tym względzie. W rozwiniętym przez Kaldora (1970) modelu kumulatywnej przyczynowości, prócz zmian inwestycyjnych, wielkości produkcji ważna jest również produktywność kapitału. Z modelu Kaldora płynie wniosek, że gospodarki (analizowane na różnym poziomie agregacji), w których występują większe nierówności wykazują wyższe stopy wzrostu⁵.

Teoria polaryzacji Hirschmanna również wykorzystuje efekty wymywania i odprysku. Z tym, że efekt rozprzestrzeniania się powinien stopniowo doprowadzić do rozwoju wszystkich gospodarek w określonej przestrzeni bez interwencji państwa. Warunkiem zaistnienia takiego zjawiska jest powstanie efektu sieci między różnymi stadiami procesu wytwórczego. Jednak samo już powiązania między wcześniejszymi (opóźnione południe) i późniejszymi (rozwinięta północ) stadiami produkcji powoduje tworzenie centrów przemysłowych. W tak pierwotnie ukształtowanych warunkach działania, instytucjonalizacja powiązań z wykorzystaniem inwestycji prywatnych i publicznych może pozwolić na przekształcenie struktury tych relacji w efektywną sieć gospodarczej współpracy.

Teoria centrów i peryferii powstała jako uogólnienie obserwowanej rzeczywistości Ameryki Łacińskiej w latach czterdziestych XX wieku. Trudne do pokonania efekty dominacji i zależności pewnej grupy krajów świata stały się przyczynkiem do wprowadzenia pojęcia gospodarki peryferyjnej (Prebisch, 1950). Rozwój obszarów peryferyjnych odbywa się w wyniku oddziaływania centrum w relacji podporządkowania i wzmacniającej jego dominacji dzięki efektom kumulatywnym. Współcześnie, nierówność relacji między bogatymi a biednymi krajami jest jedną z ważniejszych przyczyn objaśniających zróżnicowanie rozwoju.

Prócz wymienionych dalej szczegółowych założeń modelu, uznaje się również za istotne ogólne spostrzeżenia Myrdala i Kaldora w części konieczności wywołania pierwszej (korzystnej) zmiany (np. poprzez wzrost nakładów inwestycyjnych) oraz Hirschmanna w części nieinterwencyjnego, stopniowego efektu rozprzestrzeniania się pozytywnych efektów z gospodarek bogatych do gospodarek biednych.

⁵ Kaldor objaśnia to zjawisko poprzez różnice krańcowych stóp oszczędności ludzi bogatych i biednych. W przypadku tych pierwszych są one większe. Taka sytuacja wpływa na relacje między stopą oszczędności, stopą inwestycji a stopą wzrostu gospodarczego.

2. MODEL WZROSTU GOSPODARCZEGO Z PRZEPŁYWAMI INWESTYCYJNYMI ZALEŻNYMI OD PRODUKTYWNOŚCI KAPITAŁU⁶

2.1. ZAŁOŻENIA MODELU

W prowadzonych rozważaniach przyjmuje się następujące założenia dotyczące funkcjonowania dwóch gospodarek (bogatej, oznaczanej dalej subskryptem 1, i biednej – do której stosuje się subskrypt 2).

1) Proces produkcyjny w i -tej (dla $i=1, 2$) gospodarce opisuje rozszerzona funkcja produkcji Cobba-Douglasa (1928) dana wzorem (por. też np. Żółtowska, 1997; Tokarski, 2009, 2011)⁷:

$$\forall (i, j = 1, 2 \wedge i \neq j) \quad Y_i(t) = a(k_j(t))^\beta (K_i(t))^\alpha (L_i(t))^{1-\alpha}, \quad (1)$$

gdzie $\alpha, \beta, (\alpha + \beta) \in (0;1)$ oraz $a > 0$. Y_i w funkcji produkcji (1) oznacza wielkość produkcji w gospodarce i w momencie $t \geq 0$, K_i oraz L_i – zasoby kapitału (rzeczo-
wego) i pracy w owej gospodarce, natomiast k_j (gdzie $k_j = K_j/L_j$) to zasób technicznego uzbrojenia pracy (czyli kapitału na pracującego) w gospodarce j . α w równaniu (1) oznacza elastyczność produkcji względem nakładów kapitału (a zatem $1 - \alpha$ oznacza elastyczność Y_i względem L_i), zaś β jest elastycznością łącznej produkcyjności czynników produkcji⁸ (lub wielkości produkcji) w gospodarce i względem technicznego uzbrojenia pracy (lub zasobu kapitału) w gospodarce j . Oddziaływanie technicznego uzbrojenia pracy w gospodarce j na łączną produkcyjność czynników produkcji w gospodarce i (dla $i \neq j$) można uzasadnić na trzy sposoby.

Po pierwsze, podobnie jak ma to miejsce w grawitacyjnym modelu wzrostu gospodarczego (Mroczek, Tokarski, 2014; Mroczek i inni, 2014), może ono wynikać z działania efektu grawitacyjnego. Potwierdzają to wyniki badań empirycznych w zakresie czynników determinujących przepływy handlowe w Unii Europejskiej.

⁶ Prezentowany model wzrostu gospodarczego stanowi rozszerzenie modelu zaproponowanego w pracy Mroczek, Tokarskiego, 2015a. W opracowaniu tym traktowano jednak kombinacje inwestycji krajowych i zagranicznych egzogenicznie. Nie uwzględniano zatem oddziaływania produktywności kapitału na przepływy inwestycji pomiędzy wyróżnionymi w modelu typami gospodarek.

⁷ O wszystkich występujących dalej zmiennych makroekonomicznych zakłada się, iż są różniczkowalnymi funkcjami czasu $t \geq 0$. Zapis $x(t)$ oznaczał będzie dalej wartość zmiennej x w momencie t , zaś $\dot{x}(t) = dx/dt$ – pochodną zmiennej x po czasie t , czyli (ekonomicznie rzecz biorąc) przyrost wartości owej zmiennej w momencie t .

⁸ Przy funkcji produkcji Cobba-Douglasa danej wzorem: $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$, gdzie Y oznacza strumień wytworzonego produktu, K – nakłady kapitału rzeczowego, L – nakłady pracy, zaś $\alpha \in (0;1)$, łączną produkcyjność czynników produkcji A (pomija się tu subskrypty i odnoszące się do kolejnych gospodarek) można utożsamiać w produktem Y wytworzonym z jednostkowych nakładów kapitału K i pracy L . Przy funkcji produkcji (1) łączna produkcyjność czynników produkcji w gospodarce i równa jest zatem ak_j^β (dla $j \neq i$).

Obok wyraźnego wpływu wielkości gospodarek, poziomu ich rozwoju, ważnym czynnikiem sprzyjającym rozwojowi obrotów handlowych okazują się bezpośrednie inwestycje zagraniczne (Pietrzak, Łapińska, 2014).

Po drugie, oddziaływanie k_j na Y_i , gdzie $k_j > k_i$, może być skutkiem tego, iż gospodarki biedne (absorbując drogą imitacji nowe rozwiązania technologiczne) korzystają z wysokiego technicznego uzbrojenia pracy w gospodarkach bogatych. Po trzecie wreszcie, na efektywność funkcjonowania gospodarek biednych pozytywnie oddziałuje lepiej rozwinięta infrastruktura (np. transportowa) w gospodarkach bogatych, na efektywność funkcjonowania gospodarek bogatych negatywnie zaś wpływa słabiej rozwinięta infrastruktura gospodarek biednych⁹.

Funkcje produkcji (1) są jednorodne stopnia 1 względem K_i oraz L_i i jednorodne stopnia $1+\beta > 1$ względem K_i , L_i oraz k_j . Dlatego też funkcje te charakteryzują się stałymi efektami skali względem K_i oraz L_i i rosnącymi efektami skali względem K_i , L_i oraz k_j (szerzej na temat wpływu efektów skali na długookresową równowagę wzrostu gospodarczego por. np. Tokarski 2006, 2007a, 2007b, 2008).

Z funkcji produkcji (1) wynika również m.in., że relacje pomiędzy ilorazami wydajności pracy y_i i technicznych uzbrojeń pracy k_i (dla dowolnych $k_1, k_2 > 0$) opisują związki:

$$\frac{y_1(t)}{y_2(t)} = \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right)^{\alpha-\beta} \Rightarrow \frac{d(y_1/y_2)}{d(k_1/k_2)} = (\alpha - \beta) \left(\frac{k_1}{k_2} \right)^{\alpha-\beta-1} > 0. \quad (2)$$

Z zależności (2) wyciągnąć można wniosek, iż poziom wydajności pracy y_i jest wyższy w tej gospodarce, która charakteryzuje się wyższym poziomem technicznego uzbrojenia pracy k_i .

2) Przyrosty zasobów kapitału w gospodarkach i (czyli $\dot{K}_i$) opisują równania różniczkowe:

$$\forall (i, j = 1, 2 \wedge j \neq i) \quad \dot{K}_i(t) = s_{ii}(t)Y_i(t) + s_{ij}(t)Y_j(t) - \delta_i K_i(t), \quad (3)$$

gdzie $\delta_i \in (0; 1)$. $s_{ii}Y_i$ w równaniu (3) oznacza wielkość inwestycji zarówno realizowanych w gospodarce i , jak i finansowanych przez ową gospodarkę, zaś $s_{ij}Y_j$ – wielkość inwestycji realizowanych w gospodarce i a finansowanych przez gospodarkę j . Oznacza to, że wielkość $s_{ij}Y_j$ opisuje inwestycje zagraniczne przepływające z gospodarki j do gospodarki i (ograniczenia na stopy s_{ii} oraz s_{ij} wprowadzone są w założeniach 3–4). Natomiast δ_i oznacza stopę deprecjacji kapitału w gospodarce i . Równania akumulacji kapitału (3) stanowią rozszerzenie równania akumulacji kapitału z neo-

⁹ Przemysł korzysta np. z autostrady wiodącej z Rzeszowa przez Kraków i Wrocław do Niemiec, zaś Rzeszów nie ma możliwości korzystania z dobrej infrastruktury transportowej leżącej na wschód od tego miasta, gdyż taka infrastruktura nie istnieje (por. też np. Mroczek, Tokarski, 2015a, 2015b).

klasycznego modelu wzrostu Solowa. Rozszerzenie to polega na tym, iż w modelu Solowa nie uwzględnia się przepływów inwestycyjnych pomiędzy różnymi gospodarkami (gdyż jest to model wzrostu gospodarki zamkniętej), zaś w prezentowanym tu modelu wzrostu uwzględnia się przepływy inwestycyjne pomiędzy gospodarkami bogatą oraz biedną.

3) Gospodarka i (dla $i=1, 2$) inwestuje (u siebie oraz za granicą) w każdym momencie t część swojego produktu równą $s_i \in (0;1)$. Stopa s_i nazywana będzie dalej stopą inwestycji gospodarki i .

4) Inwestycje finansowane przez gospodarkę i (dla $i=1, 2$) dzielą się na inwestycje realizowane w owej gospodarce (czyli $s_{ii}Y_i$) oraz inwestycje realizowane w gospodarce j (a więc $s_{ji}Y_i$, dla $j \neq i$). Co więcej, przyjmujemy, że udział inwestycji finansowanych przez gospodarkę i a realizowanych w gospodarce j w ogólnych inwestycjach gospodarki i (oznaczany dalej przez $\ell_i = s_{ji}/s_i$) jest (po pierwsze) tym wyższy, im wyższa jest relacja produktywności kapitału $p_j = y_j/k_j$ w gospodarce j w stosunku do produktywności kapitału $p_i = y_i/k_i$ w gospodarce i oraz (pod drugie) relacja ta opisana jest przez funkcję logitową daną wzorem¹⁰:

$$\forall (i=1,2 \wedge j \neq i) \quad \ell_i(p_j(t)/p_i(t)) = \frac{\ell}{1 + \exp(-p_j(t)/p_i(t))}, \quad (4)$$

gdzie $\ell \in (0;1)$ w równaniu (4) oznacza górną granicę udziału inwestycji, które realizowane są za granicą. Jeśli zaś przez:

$$\pi(t) = \frac{p_1(t)}{p_2(t)} \quad (5)$$

oznaczy się iloraz produktywności kapitału w gospodarkach 1 i 2, to z zależności (4–5) wynika, iż:

$$\ell_1(\pi) = \frac{\ell}{1 + e^{-1/\pi}} \quad (6)$$

¹⁰ Ponieważ iloraz p_j/p_i (przy $k_1, k_2 > 0$) można zapisać jako: $\frac{p_j}{p_i} = \frac{y_j k_i}{y_i k_j}$, a stąd oraz z równania (2) wynika, iż: $\frac{p_j}{p_i} = \left(\frac{k_j}{k_i}\right)^{\alpha-\beta} \frac{k_i}{k_j} = \left(\frac{k_j}{k_i}\right)^{-(1-\alpha+\beta)}$, co powoduje, że:

$\forall k_j/k_i > 0 \quad \frac{d(p_j/p_i)}{d(k_j/k_i)} = -(1-\alpha+\beta) \left(\frac{k_j}{k_i}\right)^{-(2-\alpha+\beta)} < 0$, zatem w gospodarkach bogatszych produktywność kapitału jest niższa, niż w gospodarkach biedniejszych.

oraz:

$$\ell_2(\pi) = \frac{\ell}{1 + e^{-\pi}}. \quad (7)$$

Z równań (6–7) wyciągnąć można następujące wnioski:

- i. Jeśli $\pi \rightarrow 0^+$ (a zatem wówczas, gdy produktywność kapitału p_1 zmierza do zera, przy produktywności kapitału $p_2 > 0$), to $\ell_1 \rightarrow \ell$ oraz $\ell_2 \rightarrow \ell/2$. Czyli wówczas gospodarka bogata inwestuje za granicą część łącznych swoich inwestycji równą ℓ , zaś gospodarka biedna inwestuje w bogatej części inwestycji wynoszącą $\ell/2$.
 - ii. Przy $\pi \rightarrow +\infty$ (a więc w sytuacji przeciwnej do scharakteryzowanej uprzednio) $\ell_1 \rightarrow \ell/2$ oraz $\ell_2 \rightarrow \ell$.
 - iii. Ponieważ¹¹ $d\ell_1/d\pi < 0$ oraz $d\ell_2/d\pi > 0$, zatem im wyższa jest relacja produktywności kapitału w gospodarce 1 do produktywności kapitału w gospodarce 2, tym niższy jest odsetek inwestycji zagranicznych w gospodarce bogatej, wyższy zaś – w gospodarce biednej.
 - iv. Stąd zaś, że dla każdego $\pi > 0$ zachodzi $d^2\ell_1/d\pi^2 > 0$ oraz $d^2\ell_2/d\pi^2 < 0$ wyciągnąć można wniosek, iż jeśli iloraz π rośnie, to udział ℓ_1 (ℓ_2) spada (rośnie) coraz szybciej (wolniej).
 - v. Udziały ℓ_1 i ℓ_2 inwestycji zagranicznych są sobie równe wtedy i tylko wtedy, gdy: $\frac{\ell}{1 + e^{-1/\pi}} = \frac{\ell}{1 + e^{-\pi}}$, co powoduje, że przy $\pi > 0$ iloraz produktywności kapitału $\pi = p_1/p_2$ musi być równy 1. Co więcej, z przedstawionych tu właściwości funkcji (6–7) wynika, że jeśli iloraz produktywności kapitału π jest mniejszy (większy) od 1, to $\ell_1 > \ell_2$ ($\ell_1 < \ell_2$), a zatem gospodarka bogata przeznacza na inwestycje zagraniczne większą część swoich inwestycji, niż gospodarka biedna.
- Z założenia 4 oraz z równania (4) wynika także, że:

$$s_{11}(t) = [1 - \ell_1(\pi(t))]s_1 = \left(1 - \frac{\ell}{1 + \exp(-p_2(t)/p_1(t))}\right)s_1, \quad (8)$$

$$s_{21}(t) = \ell_1(\pi(t))s_1 = \frac{\ell}{1 + \exp(-p_2(t)/p_1(t))}s_1, \quad (9)$$

$$s_{22}(t) = [1 - \ell_2(\pi(t))]s_2 = \left(1 - \frac{\ell}{1 + \exp(-p_1(t)/p_2(t))}\right)s_2 \quad (10)$$

oraz:

$$s_{12}(t) = \ell_2(\pi(t))s_2 = \frac{\ell}{1 + \exp(-p_1(t)/p_2(t))}s_2. \quad (11)$$

¹¹ Znaki pierwszych i drugich pochodnych funkcji (6–7) bezpośrednio wynikają z właściwości funkcji logitowych.

5) W gospodarce bogatej pracuje odsetek pracujących (w obu gospodarkach) równy $\omega \in (0;1)$, zaś w gospodarce biednej – odsetek wynoszący $1 - \omega$. Płynie stąd wniosek, że:

$$L_1(t) = \omega L(t) \wedge L_2(t) = (1 - \omega)L(t), \quad (12)$$

gdzie L jest łączną liczbą pracujących w obu analizowanych gospodarkach.

6) Liczba pracujących w obu gospodarkach rośnie według stopy wzrostu $n > 0$, co powoduje, że:

$$L(t) = L_0 e^{nt} \Rightarrow \dot{L}(t)/L(t) = n, \quad (13)$$

przy czym $L_0 > 0$ jest łączną liczbą pracujących w momencie $t=0$.

2.2. RÓWNOWAGA MODELU

Wydażności pracy $y_i = Y_i/L_i$ (dla $i=1, 2$) w obu rozważanych gospodarkach, zgodnie z zależnościami (1), można zapisać wzorami:

$$\forall (i, j = 1, 2 \wedge j \neq i) \quad y_i(t) = a(k_i(t))^\alpha (k_j(t))^\beta. \quad (14)$$

Ponieważ dla każdego $i=1, 2$ $k_i = K_i/L_i$, zatem – po zróżniczkowaniu powyższych zależności względem czasu t oraz uwzględnieniu związków (12–13) – mamy:

$$\dot{k}_i(t) = \frac{\dot{K}_i(t)L_i(t) - K_i(t)\dot{L}_i(t)}{(L_i(t))^2} = \frac{\dot{K}_i(t)}{L_i(t)} - nk_i(t). \quad (15)$$

Wstawiając do równania różniczkowego (15) zależności (3) dochodzi się do wzorów:

$$\dot{k}_1(t) = s_{11}(t)y_1(t) + s_{12}(t)\frac{L_2(t)}{L_1(t)}y_2(t) - \mu_1 k_1(t) \quad (16)$$

oraz:

$$\dot{k}_2(t) = s_{22}(t)y_2(t) + s_{21}(t)\frac{L_1(t)}{L_2(t)}y_1(t) - \mu_2 k_2(t), \quad (17)$$

gdzie dla kolejnych $i=1, 2$ $\mu_i = \delta_i + n > 0$ oznacza stopę ubytku kapitału na pracującego w gospodarce i . Ponieważ z równań (12) wynika, iż: $\frac{L_1}{L_2} = \frac{\omega}{1-\omega}$ oraz $\frac{L_2}{L_1} = \frac{1-\omega}{\omega}$, więc równania różniczkowe (16–17) można zapisać następująco:

$$\dot{k}_1(t) = s_{11}(t)y_1(t) + s_{12}(t)\frac{1-\omega}{\omega}y_2(t) - \mu_1 k_1(t) \quad (18)$$

i:

$$\dot{k}_2(t) = s_{22}(t)y_2(t) + s_{21}(t)\frac{\omega}{1-\omega}y_1(t) - \mu_2 k_2(t). \quad (19)$$

Wstawiając zaś funkcje wydajności pracy (14) do równań (18–19) okazuje się, że:

$$\left. \begin{aligned} \dot{k}_1(t) &= s_{11}(t)a(k_1(t))^\alpha (k_2(t))^\beta + s_{12}(t)\frac{1-\omega}{\omega}a(k_2(t))^\alpha (k_1(t))^\beta - \mu_1 k_1(t) \\ \dot{k}_2(t) &= s_{22}(t)a(k_2(t))^\alpha (k_1(t))^\beta + s_{21}(t)\frac{\omega}{1-\omega}a(k_1(t))^\alpha (k_2(t))^\beta - \mu_2 k_2(t) \end{aligned} \right\}. \quad (20)$$

Ponieważ dla dowolnych $i, j=1, 2$ (przy $j \neq i$) relacje produktywności kapitału p_i/p_j opisują związki:

$$\frac{p_i(t)}{p_j(t)} = \left(\frac{k_i(t)}{k_j(t)} \right)^{-(1-\alpha+\beta)}, \quad (21)$$

więc stąd oraz z równań (4) uzyskuje się:

$$\ell_1(\pi(t)) = \iota_1 \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right) = \frac{\ell}{1 + \exp\left(-\left(k_1(t)/k_2(t)\right)^{1-\alpha+\beta}\right)} \quad (22)$$

oraz:

$$\ell_2(\pi(t)) = \iota_2 \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right) = \frac{\ell}{1 + \exp\left(-\left(k_1(t)/k_2(t)\right)^{-(1-\alpha+\beta)}\right)}. \quad (23)$$

Wstawiając zaś równania (22–23) do związków (8–11) mamy:

$$s_{11}(t) = \left[1 - \iota_1 \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right) \right] s_1 = \left(1 - \frac{\ell}{1 + \exp\left(-\left(k_1(t)/k_2(t)\right)^{1-\alpha+\beta}\right)} \right) s_1, \quad (24)$$

$$s_{21}(t) = \iota_1 \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right) s_1 = \frac{\ell}{1 + \exp\left(-\left(k_1(t)/k_2(t)\right)^{1-\alpha+\beta}\right)} s_1, \quad (25)$$

$$s_{22}(t) = \left[1 - l_2 \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right) \right] s_2 = \left(1 - \frac{\ell}{1 + \exp\left(-\left(k_1(t)/k_2(t)\right)^{-(1-\alpha+\beta)}\right)} \right) s_2 \quad (26)$$

oraz:

$$s_{12}(t) = l_2 \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right) s_2 = \frac{\ell}{1 + \exp\left(-\left(k_1(t)/k_2(t)\right)^{-(1-\alpha+\beta)}\right)} s_2. \quad (27)$$

Po wstawieniu zależności (24–27) do układu równań różniczkowych (20) sprowadzamy go do następującej postaci:

$$\left. \begin{aligned} \dot{k}_1(t) &= s_1 \left[1 - l_1 \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right) \right] a(k_1(t))^\alpha (k_2(t))^\beta + s_2 l_2 \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right) \frac{1-\omega}{\omega} a(k_2(t))^\alpha (k_1(t))^\beta - \mu_1 k_1(t) \\ \dot{k}_2(t) &= s_2 \left[1 - l_2 \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right) \right] a(k_2(t))^\alpha (k_1(t))^\beta + s_1 l_1 \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right) \frac{\omega}{1-\omega} a(k_1(t))^\alpha (k_2(t))^\beta - \mu_2 k_2(t) \end{aligned} \right\}. \quad (28)$$

Układ równań różniczkowych (28) analizowany będzie w przestrzeni fazowej $P = (0; +\infty)^2$. Pokażemy też, że w przestrzeni fazowej P rozważany układ równań różniczkowych posiada dokładnie jeden punkt stacjonarny $k^* = (k_1^*, k_2^*)$. W punkcie tym $\dot{k}_1 = \dot{k}_2 = 0$, co oznacza, że iloraz k_1^*/k_2^* jest wówczas pewną dodatnią liczbą rzeczywistą κ . Dlatego też k^* jest rozwiązaniem następującego układu równań:

$$\left. \begin{aligned} \left(s_1 (1 - l_1(\kappa)) \kappa^\alpha + s_2 l_2(\kappa) \frac{1-\omega}{\omega} \kappa^\beta \right) a(k_2^*)^{\alpha+\beta} &= \mu_1 \kappa k_2^* \\ \left(s_2 (1 - l_2(\kappa)) \kappa^\beta + s_1 l_1(\kappa) \frac{\omega}{1-\omega} \kappa^\alpha \right) a(k_2^*)^{\alpha+\beta} &= \mu_2 k_2^* \end{aligned} \right\}. \quad (29)$$

Dzieląc pierwsze przez drugie z równań układu równań (29) dochodzi się do związku:

$$\frac{s_1}{\mu_1} (1 - l_1(\kappa)) \kappa^\alpha + \frac{s_2(1-\omega)}{\mu_1 \omega} l_2(\kappa) \kappa^\beta = \frac{s_2}{\mu_2} (1 - l_2(\kappa)) \kappa^{\alpha+1} + \frac{s_1 \omega}{\mu_2 (1-\omega)} l_1(\kappa) \kappa^{\beta+1},$$

który można zapisać także następująco:

$$\phi(\kappa) = \frac{s_2}{\mu_2} (1 - l_2(\kappa)) \kappa^{\alpha+1} + \frac{s_1 \omega}{\mu_2 (1-\omega)} l_1(\kappa) \kappa^{\beta+1} - \frac{s_1}{\mu_1} (1 - l_1(\kappa)) \kappa^\alpha - \frac{s_2(1-\omega)}{\mu_1 \omega} l_2(\kappa) \kappa^\beta = 0.$$

Powyższe równanie zapisać można również wzorem:

$$\phi(\kappa) = \kappa \bar{\phi}(\kappa) = 0, \quad (30)$$

gdzie:

$$\bar{\phi}(\kappa) = \frac{s_2}{\mu_2}(1 - \iota_2(\kappa))\kappa^\alpha + \frac{s_1\omega}{\mu_2(1-\omega)}\iota_1(\kappa)\kappa^\beta - \frac{s_1}{\mu_1}(1 - \iota_1(\kappa))\kappa^{\alpha-1} - \frac{s_2(1-\omega)}{\mu_1\omega}\iota_2(\kappa)\kappa^{\beta-1}. \quad (31)$$

Ze związku (30) wynika, że dla każdego $\kappa > 0$ $\text{sgn } \phi(\kappa) = \text{sgn } \bar{\phi}(\kappa)$. Natomiast funkcja $\bar{\phi}(\kappa)$ dana wzorem (31) charakteryzuje się następującymi właściwościami:

- i. Z równań (22–23) wynika, że $\lim_{\kappa \rightarrow 0^+} \iota_1(\kappa) = \ell/2 \in (0; 1/2)$ i $\lim_{\kappa \rightarrow 0^+} \iota_2(\kappa) = \ell \in (0; 1)$, zatem $\lim_{\kappa \rightarrow 0^+} \bar{\phi}(\kappa) = -\infty$.
- ii. Stąd zaś, że $\lim_{\kappa \rightarrow +\infty} \iota_1(\kappa) = \ell$ oraz $\lim_{\kappa \rightarrow +\infty} \iota_2(\kappa) = \ell/2$ otrzymujemy, iż $\lim_{\kappa \rightarrow +\infty} \bar{\phi}(\kappa) = +\infty$.
- iii. Co więcej, ponieważ:

$$\begin{aligned} \bar{\phi}'(\kappa) &= \frac{s_2}{\mu_2} \left[-\frac{d\iota_2}{d\kappa} \kappa^\alpha + \alpha(1 - \iota_2(\kappa))\kappa^{\alpha-1} \right] + \frac{s_1\omega}{\mu_2(1-\omega)} \left[\frac{d\iota_1}{d\kappa} \kappa^\beta + \beta\iota_1(\kappa)\kappa^{\beta-1} \right] + \\ &- \frac{s_1}{\mu_1} \left[-\frac{d\iota_1}{d\kappa} \kappa^{\alpha-1} - (1-\alpha)(1 - \iota_1(\kappa))\kappa^{\alpha-2} \right] - \frac{s_2(1-\omega)}{\mu_1\omega} \left[\frac{d\iota_2}{d\kappa} \kappa^{\beta-1} - (1-\beta)\iota_2(\kappa)\kappa^{\beta-2} \right], \\ \frac{d\iota_1}{d\kappa} &= \frac{\ell(1-\alpha+\beta)\kappa^{-\alpha+\beta} \exp(-\kappa^{1-\alpha+\beta})}{(1 + \exp(-\kappa^{1-\alpha+\beta}))^2} > 0 \end{aligned}$$

oraz:

$$\frac{d\iota_2}{d\kappa} = -\frac{\ell(1-\alpha+\beta)\kappa^{-(2-\alpha+\beta)} \exp(-\kappa^{-(1-\alpha+\beta)})}{(1 + \exp(-\kappa^{-(1-\alpha+\beta)}))^2} < 0$$

zatem dla każdego $\kappa \in (0; +\infty)$ $\bar{\phi}'(\kappa) > 0$. Płynie stąd wniosek, że dla $\kappa \in (0; +\infty)$ funkcja $\bar{\phi}(\kappa)$ jest funkcją ciągłą oraz rosnącą od $-\infty$ do $+\infty$. Dlatego też (zgodnie z własnością Darboux) istnieje dokładnie jedno $\kappa^* > 0$, przy którym $\bar{\phi}(\kappa) = 0$, czyli istnieje wyłącznie jedno κ^* spełniające równanie (30).

Jeśli zaś istnieje dokładnie jedno κ^* rozwiązujące równanie (30), to – z drugiego z równań układu równań (29) – wyciągnąć można wniosek, że istnieje także dokładnie jedno $k_2^* > 0$ rozwiązujące ów układ równań. Stąd zaś oraz z podstawienia $k_1^* = \kappa k_2^*$ wnioskujemy, że układ równań różniczkowych (28) ma wyłącznie jeden punkt stacjonarny $k^* \in P$.

Macierz Jacobiego J układu równań różniczkowych (28) określa związek:

$$J = \begin{bmatrix} \partial \varphi_1 / \partial k_1 & \partial \varphi_1 / \partial k_2 \\ \partial \varphi_2 / \partial k_1 & \partial \varphi_2 / \partial k_2 \end{bmatrix}, \quad (32)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial k_1} = & s_1 \left[\alpha [1 - \iota_1(k_1 / k_2)] k_2 - \frac{d\iota_1}{d(k_1 / k_2)} k_1 \right] a k_1^{\alpha-1} k_2^{\beta-1} + \\ & + \frac{s_2(1-\omega)}{\omega} \left[\beta \iota_2(k_1 / k_2) k_2 + \frac{d\iota_2}{d(k_1 / k_2)} k_1 \right] a k_1^{\beta-1} k_2^{\alpha-1} - \mu_1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_1}{\partial k_2} = & s_1 \left[\beta [1 - \iota_1(k_1 / k_2)] k_2 + \frac{d\iota_1}{d(k_1 / k_2)} k_1 \right] a k_1^{\alpha} k_2^{\beta-2} + \\ & + \frac{s_2(1-\omega)}{\omega} \left[\alpha \iota_2(k_1 / k_2) k_2 - \frac{d\iota_2}{d(k_1 / k_2)} k_1 \right] a k_1^{\beta} k_2^{\alpha-2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_2}{\partial k_1} = & s_2 \left[\beta [1 - \iota_2(k_1 / k_2)] k_2 - \frac{d\iota_2}{d(k_1 / k_2)} k_1 \right] a k_1^{\beta-1} k_2^{\alpha-1} + \\ & + \frac{s_1\omega}{1-\omega} \left[\alpha \iota_1(k_1 / k_2) k_2 + \frac{d\iota_1}{d(k_1 / k_2)} k_1 \right] a k_1^{\alpha-1} k_2^{\beta-1} \end{aligned}$$

oraz:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi_2}{\partial k_2} = & s_2 \left[\alpha [1 - \iota_2(k_1 / k_2)] k_2 + \frac{d\iota_2}{d(k_1 / k_2)} k_1 \right] a k_1^{\beta} k_2^{\alpha-2} + \\ & + \frac{s_1\omega}{1-\omega} \left[\beta \iota_1(k_1 / k_2) k_2 - \frac{d\iota_1}{d(k_1 / k_2)} k_1 \right] a k_1^{\alpha} k_2^{\beta-2} - \mu_2. \end{aligned}$$

W punkcie stacjonarnym $k^* \in P$ zachodzą związki:

$$\mu_1 = s_1 [1 - \iota_1(\kappa^*)] a (k_1^*)^{\alpha-1} (k_2^*)^{\beta} + \frac{s_2(1-\omega)}{\omega} \iota_2(\kappa^*) a (k_1^*)^{\beta-1} (k_2^*)^{\alpha} \quad (33)$$

i:

$$\mu_2 = s_2 [1 - \iota_2(\kappa^*)] a (k_1^*)^{\beta} (k_2^*)^{\alpha-1} + \frac{s_1\omega}{1-\omega} \iota_1(\kappa^*) a (k_1^*)^{\alpha} (k_2^*)^{\beta-1}. \quad (34)$$

Z zależności (32–34) płynie wniosek, że w punkcie stacjonarnym $k^* \in P$ macierz Jacobiego J (oznaczaną dalej przez J^*) zapisać można wzorem:

$$J^* = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} \\ j_{21} & j_{22} \end{bmatrix}, \quad (35)$$

gdzie¹²:

$$\begin{aligned} j_{11} &= -s_1 \left[(1-\alpha) [1-\iota_1(\kappa^*)] k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right] a(k_1^*)^{\alpha-1} (k_2^*)^{\beta-1} + \\ &\quad - \frac{s_2(1-\omega)}{\omega} \left[(1-\beta) \iota_2(\kappa^*) k_2^* - \frac{dt_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right] a(k_1^*)^{\beta-1} (k_2^*)^{\alpha-1} < 0, \\ j_{12} &= s_1 \left[\beta [1-\iota_1(\kappa^*)] k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right] a(k_1^*)^{\alpha} (k_2^*)^{\beta-2} + \\ &\quad + \frac{s_2(1-\omega)}{\omega} \left[\alpha \iota_2(\kappa^*) k_2^* - \frac{dt_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right] a(k_1^*)^{\beta} (k_2^*)^{\alpha-2} > 0, \\ j_{21} &= s_2 \left[\beta [1-\iota_2(\kappa^*)] k_2^* - \frac{dt_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right] a(k_1^*)^{\beta-1} (k_2^*)^{\alpha-1} + \\ &\quad + \frac{s_1\omega}{1-\omega} \left[\alpha \iota_1(\kappa^*) k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right] a(k_1^*)^{\alpha-1} (k_2^*)^{\beta-1} > 0 \end{aligned}$$

oraz:

$$\begin{aligned} j_{22} &= -s_2 \left[(1-\alpha) [1-\iota_2(\kappa^*)] k_2^* - \frac{dt_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right] a(k_1^*)^{\beta} (k_2^*)^{\alpha-2} + \\ &\quad - \frac{s_1\omega}{1-\omega} \left[(1-\beta) \iota_1(\kappa^*) k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right] a(k_1^*)^{\alpha} (k_2^*)^{\beta-2} < 0. \end{aligned}$$

Wartości własne macierzy Jacobiego (35) są pierwiastkami następującego równania:

$$\lambda^2 - \text{tr} J^* \lambda + \det J^* = 0. \quad (36)$$

¹² Zapis: $\frac{dt_i}{d(\kappa)} \Big|_{\kappa=\kappa^*}$ (dla $i=1, 2$) oznaczał będzie dalej wartość pochodnej funkcji ι_i w punkcie κ^* .

Rozważając zaś znaki wyrażeń j_{ij} (dla $i,j=1, 2$) należy również pamiętać o tym, że – zgodnie z równaniami (22–23) – dla dowolnego $\kappa > 0$: $\frac{dt_1}{d\kappa} > 0$ oraz $\frac{dt_2}{d\kappa} < 0$.

Pierwiastki równania (36) są liczbami rzeczywistymi, gdyż jego wyróżnik:

$$\Delta = (trJ^*)^2 - 4 \det J^* = (j_{11} + j_{22})^2 - 4(j_{11}j_{22} - j_{12}j_{21}) = (j_{11} - j_{22})^2 + 4j_{12}j_{21} \geq 4j_{12}j_{21} > 0.$$

Z wzorów Viete'a oraz równania (36) wynika, iż sumę $\lambda_1 + \lambda_2$ oraz iloczyn $\lambda_1\lambda_2$ wartości własnych macierzy Jacobiego J^* określają związki $\lambda_1 + \lambda_2 = trJ^*$ i $\lambda_1\lambda_2 = \det J^*$. Ponieważ $trJ^* = j_{11} + j_{22} < 0$, zatem suma wartości własnych jest rzeczywistą liczbą ujemną.

Iloczyn $j_{11}j_{22}$ można zaś zapisać następująco:

$$j_{11}j_{22} = a \left(u_1 s_1 s_2 (k_1^*)^{\alpha+\beta-1} (k_2^*)^{\alpha+\beta-3} + u_2 s_1^2 \frac{\omega}{1-\omega} (k_1^*)^{2\alpha-1} (k_2^*)^{2\beta-3} + u_3 s_2^2 \frac{1-\omega}{\omega} (k_1^*)^{2\beta-1} (k_2^*)^{2\alpha-3} \right) \quad (37)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} u_1 &= \left((1-\alpha)[1-l_1(\kappa^*)]k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left((1-\alpha)[1-l_2(\kappa^*)]k_2^* - \frac{dt_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) + \\ &+ \left((1-\beta)l_2(\kappa^*)k_2^* - \frac{dt_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left((1-\beta)l_1(\kappa^*)k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right), \\ u_2 &= \left((1-\alpha)[1-l_1(\kappa^*)]k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left((1-\beta)l_1(\kappa^*)k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \end{aligned}$$

i:

$$u_3 = \left((1-\beta)l_2(\kappa^*)k_2^* - \frac{dt_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left((1-\alpha)[1-l_2(\kappa^*)]k_2^* - \frac{dt_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right).$$

Ponadto:

$$j_{12}j_{21} = v_1 s_1 s_2 (k_1^*)^{\alpha+\beta-1} (k_2^*)^{\alpha+\beta-3} + v_2 s_1^2 \frac{\omega}{1-\omega} (k_1^*)^{2\alpha-1} (k_2^*)^{2\beta-3} + v_3 s_2^2 \frac{1-\omega}{\omega} (k_1^*)^{2\beta-1} (k_2^*)^{2\alpha-3} \quad (38)$$

przy czym:

$$\begin{aligned} v_1 &= \left(\beta[1-l_1(\kappa^*)]k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left(\beta[1-l_2(\kappa^*)]k_2^* - \frac{dt_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) + \\ &+ \left(\alpha l_2(\kappa^*)k_2^* - \frac{dt_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left(\alpha l_1(\kappa^*)k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right), \\ v_2 &= \left(\beta[1-l_1(\kappa^*)]k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left(\alpha l_1(\kappa^*)k_2^* + \frac{dt_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \end{aligned}$$

oraz:

$$v_3 = \left(\alpha \iota_2(\kappa^*) k_2^* - \frac{d\iota_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left(\beta [1 - \iota_2(\kappa^*)] k_2^* - \frac{d\iota_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right).$$

Ponieważ $1 - \alpha > \beta$ i $1 - \beta > \alpha$, gdyż $(\alpha + \beta) \in (0; 1)$, zatem:

$$\begin{aligned} u_1 &> \left(\beta [1 - \iota_1(\kappa^*)] k_2^* + \frac{d\iota_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left(\beta [1 - \iota_2(\kappa^*)] k_2^* - \frac{d\iota_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) + \\ &+ \left(\alpha \iota_2(\kappa^*) k_2^* - \frac{d\iota_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left(\alpha \iota_1(\kappa^*) k_2^* + \frac{d\iota_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) = v_1. \end{aligned}$$

Podobnie:

$$u_2 > \left(\beta [1 - \iota_1(\kappa^*)] k_2^* + \frac{d\iota_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left(\alpha \iota_1(\kappa^*) k_2^* + \frac{d\iota_1}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) = v_2$$

oraz:

$$u_3 > \left(\alpha \iota_2(\kappa^*) k_2^* - \frac{d\iota_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) \left(\beta [1 - \iota_2(\kappa^*)] k_2^* - \frac{d\iota_2}{d\kappa} \Big|_{\kappa=\kappa^*} k_1^* \right) = v_3.$$

Stąd zaś, że dla każdego $i=1, 2, 3$ $u_i > v_i$ oraz z równań (37–38) wynika, że $\det J^* = j_{11}j_{22} - j_{12}j_{21} > 0$.

Ponieważ ślad macierzy Jacobiego J^* jest ujemny, zaś jej wyznacznik dodatni, więc obie wartości własne tej macierzy są rzeczywistymi liczbami ujemnymi. To zaś – na mocy twierdzenia Grobmana-Hartmana (por. Ombach, 1999, twierdzenie 6.2.1) – gwarantuje, iż punkt stacjonarny k^* układu równań różniczkowych (28) jest punktem asymptotycznie stabilnym. Dlatego też punkt ten jest punktem długookresowej równowagi rozważanego tu modelu wzrostu.

3. KALIBRACJA PARAMETRÓW MODELU I SYMULACJE NUMERYCZNE

3.1. KALIBRACJA PARAMETRÓW MODELU¹³

Kalibrację parametrów analizowanego modelu wzrostu autorzy rozpoczęli od próby wyznaczenia wartości parametrów α i β . W tym celu wyszli od tzw. dekompozycji Solowa (1957) oraz grawitacyjnego modelu wzrostu gospodarczego z prac Mroczek, Tokarskiego (2014) i Mroczek i innych (2014). Z dekompozycji Solowa wynika, że $\alpha \approx 1/3$. Natomiast kalibracja parametrów grawitacyjnego modelu wzrostu daje wartość β nieco mniejszą od $\alpha/3$. Gdyby więc przyjąć, że $\alpha=1/3$ oraz

$\beta=1/9$, to z równania (2) uzyskuje się, że $\frac{y_1(t)}{y_2(t)} = \left(\frac{k_1(t)}{k_2(t)} \right)^{2/9}$, co przy $k_1/k_2=5$ daje

$y_1/y_2 \approx 1,430$. Relacja $y_1/y_2 \approx 1,430$ wydaje się wielkością mocno niedoszacowaną. Co

więcej, gdyby założyć, że nie występuje oddziaływanie k_j na y_i (dla $i \neq j$), czyli $\beta=0$,

to równanie (2) przy $\alpha=1/3$ sprowadza się do zależności $\frac{y_1(t)}{y_2(t)} = \sqrt[3]{\frac{k_1(t)}{k_2(t)}}$ i wówczas

dla $k_1/k_2=5$ mamy: $y_1/y_2 \approx 1,710$. Wielkość ta również wydaje się niedoszacowana¹⁴.

Dlatego też kalibrując parametry prezentowanego modelu wzrostu autorzy zdecydowali się ustalić elastyczność α (przy dodatkowym założeniu, że $\beta=0,3\alpha$) na takim poziomie, by przy $k_1/k_2=5$ iloraz wydajności pracy y_1 i y_2 równy był 3. Wówczas,

zgodnie z równaniem (2), powinien być spełniony związek: $\alpha = \frac{\ln 3}{0,7 \ln 5} \approx 0,9752$, co

powoduje, że $\beta \approx 0,2925$, a zatem $\alpha + \beta > 1$. Ponieważ suma elastyczności α i β (zgodnie z przyjętymi w punkcie 3 założeniami) winna być mniejsza od 1, zatem zdecydowano się na analogiczną kalibrację parametrów α i β przy $k_1/k_2=5$ oraz $y_1/y_2=2$.

¹³ Por. też Mroczek, Tokarski (2015a), gdzie w podobnym modelu wzrostu (ale przy egzogenicznych stopach inwestycji) skalibrowano parametry opisujące funkcjonowanie dwóch analogicznych typów gospodarek.

¹⁴ Rzecz jasna, przyjmując założenie, że w każdej z analizowanych gospodarek funkcja wydajności pracy dana jest wzorem: $y_i = a_i k_i^\alpha$, (gdzie $a_i > 0$ oznacza łączną produktywność czynników produkcji w i -tej gospodarce, dla $i=1, 2$), mamy: $\frac{y_1}{y_2} = \frac{a_1}{a_2} \left(\frac{k_1}{k_2} \right)^\alpha$ i wówczas (nawet przy $\alpha=1/3$) można dobrać łączne produktywności czynników produkcji a_i tak, by przy $k_1/k_2=5$ relacja y_1/y_2 równa była 3 lub 4. Ale w tym przypadku należy przyjąć, że albo relacja a_1/a_2 (z jakiś tajemniczych względów) jest dana raz na zawsze, albo (jak ma to miejsce *implicite* w modelach Mankiwa-Romera-Weila, 1992; Nonnemana-Vanhoudta, 1996; Lucasa, 1988 i w prezentowanym w tym opracowaniu modelu wzrostu gospodarczego) można endogenizować łączną produktywność czynników produkcji w każdej z gospodarek.

Wówczas uzyskano $\alpha = \frac{\ln 2}{0,7 \ln 5} \approx 0,6153$ oraz $\beta = 0,3$ $\alpha \approx 0,1846^{15}$. Przy tej kalibracji parametrów α i β wyjściowa relacja produktywności kapitału p_1/p_2 wynosi 0,4.

Mając skalibrowane wartości $\alpha \approx 0,6153$ oraz $\beta \approx 0,1846$ autorzy przyjęli arbitralnie, że stopy ubytku kapitału na pracującego w każdej z badanych typów równe są 6% (a więc $\mu_1 = \mu_2 = 0,06$), $a = 1$ oraz, że $\ell = 0,15$. Pozwoliło to (przy ustalonych wartościach k_1 i k_2 oraz s_1 i s_2 w roku $t=1$) na obliczenie stóp s_{ij} (dla $i, j = 1, 2$) w kolejnych latach $t > 1$.

O stopach s_1 oraz s_2 założono w kolejnych wariantach, że $s_1 = 0,25$ i $s_2 = 0,2$ (prezentowane dalej warianty A) lub $s_1 = s_2 = 0,225$ (warianty B) lub $s_1 = 0,2$ i $s_2 = 0,25$ (warianty C w tabeli 1).

Przyjęto też, że wyjściowa relacji technicznego uzbrojenia pracy równa była 5, co daje iloraz wyjściowych poziomów wydajności pracy y_1/y_2 równy 2.

3.2. SYMULACJE NUMERYCZNE

Model symulacyjny opisany jest przez następujące równania (odpowiadające w czasie dyskretnym równaniom modelu z punktu 3 oraz skalibrowanym jego parametrom):

$$\forall (i, j = 1, 2 \wedge i \neq j) \quad y_{it} = k_{it}^{0,6153} k_{jt}^{0,1846}, \quad (39)$$

$$s_{11t} = \left(1 - \frac{0,15}{1 + \exp(-(p_{2t} / p_{1t}))} \right) s_1, \quad (40)$$

$$s_{21t} = \frac{0,15}{1 + \exp(-(p_{2t} / p_{1t}))} s_1, \quad (41)$$

$$s_{22t} = \left(1 - \frac{0,15}{1 + \exp(-(p_{1t} / p_{2t}))} \right) s_2, \quad (42)$$

$$s_{12t} = \frac{0,15}{1 + \exp(-(p_{1t} / p_{2t}))} s_2, \quad (43)$$

¹⁵ Skalibrowana elastyczność $\alpha \approx 0,6153$ jest zbliżona do oszacowanych elastyczności funkcji wydajności pracy w polskich województwach prezentowanych w pracy Mroczek, Tokarskiego (2013).

$$\forall(i, j = 1, 2 \wedge i \neq j) \quad \frac{p_{it}}{p_{jt}} = \left(\frac{k_{jt}}{k_{it}} \right)^{0,5693}, \quad (44)$$

$$\Delta k_{1t} = s_{11t-1} y_{1t-1} + s_{12t-1} \frac{1-\omega}{\omega} y_{2t-1} - 0,06 k_{1t-1} \quad (45)$$

oraz:

$$\Delta k_{2t} = s_{22t-1} y_{2t-1} + s_{21t-1} \frac{\omega}{1-\omega} y_{1t-1} - 0,06 k_{2t-1}. \quad (46)$$

Wyniki symulacji numerycznych modelu opisanego przez równania (39–46), przy udziale pracujących ω zmieniającym się od 20% do 80% co 10 punktów procentowych, zestawiono w tabeli 1.

Z tabeli 1 oraz symulacji numerycznych wyciągnąć można następujące wnioski:

- Gdyby w gospodarce bogatej pracowało 20% pracujących w obu gospodarkach, to gospodarka biedna nigdy nie dogoniłaby gospodarki bogatej. Wystąpi jednak wówczas proces częściowej konwergencji technicznego uzbrojenia pracy i wydajności pracy. Po 25 latach relacje technicznego uzbrojenia pracy spadną bowiem do ok. 1,609–2,317, wydajności pracy – do 1,227–1,436, po 50 latach (odpowiednio) do 1,369–2,029 oraz 1,145–1,356, po 100 latach – 1,327–1,965 i 1,130–1,338, by w długim okresie ustabilizować się na poziomie 1,325–1,961 (w przypadku technicznego uzbrojenia pracy) oraz 1,129–1,336 (w przypadku wydajności pracy).
- Również 30% udział pracujących w gospodarce bogatej prowadził będzie jedynie do częściowej konwergencji kapitału i produktu na pracującego. Po 25 latach techniczne uzbrojenia pracy w gospodarce bogatej będzie o 37,4%–102,1% wyższe niż w gospodarce biednej, po 50 latach o 11,1%–71,6% wyższe, po 100 latach – o 5,9%–64,5%, by w długim okresie iloraz k_1/k_2 ukształtował się na poziomie 1,056–1,640. Analogiczne relacje wydajności pracy w wariantach 2ABC wynosić powinny 1,147–1,354 (po 25 latach), 1,046–1,262 (po 50 latach), 1,025–1,239 (po 100 latach) i 1,024–1,237 (w długookresowej równowadze).
- Do podobnych wniosków prowadzą warianty 3AB. Natomiast w wariantcie 3C gospodarka biedna powinna po 41 latach dogonić gospodarkę bogatą tak pod względem technicznego uzbrojenia pracy, jak i wydajności pracy. Długookresowe relacje technicznego uzbrojenia pracy powinny być wówczas równe 0,900, wydajności zaś pracy – 0,956.
- Przy 50% udziale pracujących w obu gospodarkach i 25% stopie inwestycji w gospodarce bogatej oraz 20% stopie inwestycji w gospodarce biednej gospodarka biedna nigdy nie dogoni bogatej. Po 25 latach relacja technicznego uzbro-

Tabela 1.

Wyniki symulacji numerycznych

Wariant	ω	s_1	s_2	s_{11}/s_{11}^*	s_{12}/s_{12}^*	s_{22}/s_{22}^*	s_{21}/s_{21}^*	Długookresowe relacje ^b			Po ilu latach gospodarka 2 dogoni gospodarkę 1?
								produktywności kapitału			
								technicznego uzbrojenia pracy	wydajności pracy		
w % ^a											
1A	20,0	25,0	20,0	21,5/22,0	1,8/2,0	18,2/18,0	3,5/3,0	1,961	1,336	0,682	nigdy
		22,5	22,5	19,4/19,8	2,0/2,3	20,5/20,2	3,1/2,7	1,594	1,222	0,767	nigdy
		20,0	25,0	17,2/17,7	2,2/2,6	22,8/22,4	2,8/2,3	1,325	1,129	0,852	nigdy
2A	30,0	25,0	20,0	21,5/22,0	1,8/2,0	18,2/18,0	3,5/3,0	1,640	1,237	0,755	nigdy
		22,5	22,5	19,4/19,9	2,0/2,4	20,5/20,1	3,1/2,6	1,305	1,121	0,859	nigdy
		20,0	25,0	17,2/17,8	2,2/2,7	22,8/22,3	2,8/2,2	1,056	1,024	0,969	nigdy
3A	40,0	25,0	20,0	21,5/22,1	1,8/2,1	18,2/17,9	3,5/2,9	1,434	1,168	0,815	nigdy
		22,5	22,5	19,4/20,2	2,0/2,4	20,5/20,1	3,1/2,5	1,131	1,054	0,932	nigdy
		20,0	25,0	17,2/17,8	2,2/2,8	22,8/22,2	2,8/2,2	0,900	0,956	1,062	41
4A	50,0	25,0	20,0	21,5/22,2	1,8/2,1	18,2/17,9	3,5/2,8	1,267	1,107	0,874	nigdy
		22,5	22,5	19,4/20,0	2,0/2,5	20,5/20,0	3,1/2,5	1	1	1	nigdy ^c
		20,0	25,0	17,2/17,9	2,2/2,8	22,8/22,2	2,8/2,1	0,789	0,903	1,144	30
5A	60,0	25,0	20,0	21,5/22,2	1,8/2,2	18,2/17,8	3,5/2,8	1,111	1,046	0,942	nigdy
		22,5	22,5	19,4/20,1	2,0/2,5	20,5/20,0	3,1/2,4	0,884	0,948	1,073	39
		20,0	25,0	17,2/17,9	2,2/2,9	22,8/22,1	2,8/2,1	0,698	0,856	1,228	24
6A	70,0	25,0	20,0	21,5/22,3	1,8/2,2	18,2/17,8	3,5/2,7	0,947	0,977	1,032	46
		22,5	22,5	19,4/20,1	2,0/2,6	20,5/19,9	3,1/2,4	0,766	0,892	1,164	26
		20,0	25,0	17,2/18,2	2,2/3,0	22,8/22,0	2,8/2,0	0,610	0,808	1,325	19
7A	80,0	25,0	20,0	21,5/22,4	1,8/2,3	18,2/17,7	3,5/2,6	0,755	0,886	1,174	20
		22,5	22,5	19,4/20,2	2,0/2,7	20,5/19,8	3,1/2,3	0,628	0,818	1,304	17
		20,0	25,0	17,2/18,0	2,2/3,0	22,8/22,0	2,8/2,0	0,510	0,748	1,467	14

a – s_{ij} oznacza stopy inwestycji w roku $t = 1$, zaś s_{ij}^* – stopy inwestycji w długookresowej równowadze, b – przez długookresowe relacje rozumie się relacje w roku symulacji $t = 1000$, c – ale przy $t \rightarrow +\infty$ będą ze sobą zbieżne.

jenia pracy ukształtuje się na poziomie 1,610, wydajności pracy – 1,228, po 50 latach (odpowiednio) 1,334 i 1,132, po 100 latach – 1,271 i 1,109, zaś w długim okresie gospodarka bogata będzie cieszyła się o 26,7% wyższym poziomem technicznego uzbrojenia pracy oraz o 10,7% wyższą wydajnością pracy. W wariancie 4B w długim okresie gospodarka biedna dogoni bogatą (po 50 latach techniczne uzbrojenie pracy w gospodarce bogatej będzie wyższe niż w biednej tylko o 6,6%, zaś wydajność pracy – jedynie o 2,8%). Natomiast wariant 4C doprowadzi do tego, że gospodarka początkowo biedna po 30 latach cechować się będą wyższym poziomem kapitału i produktu na pracującego, niż gospodarka początkowo bogata. W wariancie tym długookresowa relacja technicznego uzbrojenia pracy powinna wynosić 0,789, natomiast wydajności pracy – 0,903.

- 60% udział pracujących w gospodarce bogatej powinien prowadzić do tego, że w wariancie 5A gospodarka biedna nigdy nie dogoni bogatej, jednak zmniejszy w długim okresie relację technicznego uzbrojenia pracy do 1,111 oraz wydajności pracy do 1,046. Warianty 5BC sugerują, że gospodarka biedna prześcignie gospodarkę bogatą po upływie 39 lat (wariant 5B) lub 24 lat (5C). W tych wariantach relacje długookresowej technicznego uzbrojenia pracy powinny ukształtować się na poziomach (odpowiednio) 0,884 i 0,698, zaś wydajności pracy – 0,948 oraz 0,856.
- Przy 70% udziale pracujących w gospodarce 1 gospodarka ta stanie się gospodarką biedną po 19–46 latach. Po 25 latach wydajność pracy w gospodarce 1 będzie o 7,7% (wariant 6A) lub 0,9% (6B) wyższa niż w gospodarce 2, bądź też o 5,9% niższa (wariant 6C) niż w gospodarce 2. Po 50 latach relacje wydajności pracy powinny się kształtować na poziomie 0,995, 0,915 lub 0,836, po 100 latach – 0,978, 0,893 lub 0,810, by w długim okresie ustabilizować się na poziomie między 0,808 a 0,977.
- Do podobnych wniosków można dojść rozważając warianty 7ABC. W tych wariantach gospodarka początkowo biedna dogoni gospodarkę początkowo bogatą już po upływie 14 (wariant 7C), 17 (7B) lub 20 lat (7A). Długookresowe relacje technicznego uzbrojenia pracy winny się wówczas ustabilizować na poziomach 0,510–0,755, wydajności zaś pracy – 0,748–0,886.

4. PODSUMOWANIE

Prowadzone w pracy rozważania można podsumować następująco:

- I. Zaprezentowany w opracowaniu dwubiegunowy model wzrostu bazuje na neoklasycznym modelu wzrostu Solowa (1956) i jego późniejszych rozszerzeniach. Model ten wpisuje się w szeroki nurt rozważań nad przyczynami procesów polaryzacji rozwoju ekonomicznego, będących wynikiem zróżnicowanej produktywności czynników produkcji oraz kierunków i dynamiki przepływów inwestycyjnych. W związku z tym szerszym kontekstem dla opisanego modelu są m.in. teoria kumulatywnej przyczynowości (Myrdal, 1957; Kaldor, 1970), teoria pola-

- ryzacji (Hirschmann, 1958) oraz teoria centrum i peryferii (Friedmann, Weaver, 1979).
- II. W dwubiegunowym modelu wzrostu gospodarczego przyjmuje się, że pomiędzy dwoma typami gospodarek występują przepływy inwestycyjne, które zależą od relacji produktywności kapitału w tych gospodarkach. Stąd proces akumulacji kapitału rzeczowego w każdej z gospodarek jest zarówno wynikiem oszczędności krajowych, jak i inwestycji zagranicznych.
 - III. W modelu zakłada się m.in., iż udział inwestycji zagranicznych danej gospodarki w jej inwestycjach ogółem jest opisany przez funkcję logitową i zależy od ilorazu produktywności kapitału w obu typach gospodarek. Im wyższa jest relacja produktywności kapitału w gospodarce bogatej w stosunku do gospodarki biednej, tym niższy jest udział inwestycji zagranicznych w gospodarce bogatej i tym wyższy jest odsetek inwestycji zagranicznych w gospodarce biednej. Ponadto, gdy produktywność kapitału w gospodarce bogatej jest niższa, niż w gospodarce biednej, to kraje bogate przeznaczają większą część swoich inwestycji na inwestycje zagraniczne od krajów biednych.
 - IV. Rozważany model wzrostu posiada asymptotycznie stabilny, nietrywialny punkt stacjonarny. O punkcie tym przyjmuje się, iż jest to punkt długookresowej równowagi rozważanych gospodarek.
 - V. By móc przeprowadzić symulacje numeryczne stanów długookresowej równowagi skalibrowano podstawowe parametry modelu. Parametr α , czyli elastyczność wydajności pracy w bogatej (biednej) gospodarce względem technicznego uzbrojenia pracy w bogatej (biednej) gospodarce został wyznaczony na poziomie równym ok. 0,6153. Natomiast parametr β , czyli elastyczność łącznej produktywności czynników produkcji w bogatej (biednej) gospodarce względem kapitału na pracującego w biednej (bogatej) gospodarce skalibrowano na poziomie wynoszącym ok. 0,1846. Przyjęto także, że górna granica udziału inwestycji, które realizowane są za granicą równa jest 15%, a stopy ubytku kapitału na pracującego wynoszą 6% w każdym z analizowanych typów gospodarek.
 - VI. Symulacje numeryczne pozwoliły na oszacowanie długookresowych relacji pomiędzy gospodarkami bogatymi i biednymi w poziomie technicznego uzbrojenia pracy, wydajności pracy oraz produktywności kapitału. Symulacje umożliwiły także wyliczenie horyzontu czasowego, w którym gospodarka biedna mogłaby dogonić gospodarkę bogatą pod względem poziomu analizowanych w pracy zmiennych makroekonomicznych.
 - VII. W analizach numerycznej przyjęto, iż wyjściowa relacja pomiędzy poziomem technicznego uzbrojenia pracy w gospodarce bogatej i w gospodarce biednej równa jest 5. Symulacje numeryczne przeprowadzono dla siedmiu poziomów udziału pracujących w gospodarce bogatej (od 20% do 80% co 10 punktów procentowych). Dodatkowo dla każdego poziomu owego udziału rozważano trzy warianty stóp inwestycji – pierwszy, w którym stopa inwestycji w gospodarce bogatej wynosi 25%, a w biednej 20%; drugi – stopy inwestycji są równe 22,5%

w każdej z gospodarek; trzeci – stopa inwestycji w gospodarce bogatej wynosi 20%, a w biednej 25%.

- VIII. Jeśli w krajach bogatych pracować będzie 20% i 30% udział pracujących, to niezależnie od przyjętego wariantu stóp inwestycji gospodarka biedna nigdy nie dogoni bogatej. Przy udziale tym równym 40% kraje biedne dogoniłyby bogate tylko przy trzeciej kombinacji stóp inwestycji (czyli inwestując o 5 punktów procentowych więcej niż kraje bogate). Przy 50% i 60% udziale pracujących w krajach bogatych, gospodarki biedne mogłyby dogonić gospodarki bogate tylko w sytuacji, gdy stopy inwestycji będą w nich równe lub wyższe niż w krajach bogatych. Zaś przy 70% i 80% udziale pracujących w krajach bogatych gospodarki biedne prześcigną gospodarki bogate niezależnie od tego, który z rozważanych wariantów stóp inwestycji zostanie w nich przyjęty.

Katarzyna Filipowicz, Rafał Wiśła, Tomasz Tokarski – Uniwersytet Jagielloński

LITERATURA

- Acemoglu D., (2009), *Introduction to Modern Economic Growth*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Aghion P., Howitt P. W., (2009), *The Economics of Growth*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England.
- Cobb C. W., Douglas, P. H., (1928), A Theory of Production, *American Economic Review*, 18, 139–165.
- Friedmann J., Weaver C., (1979), *Territory and Function: the Evolution of Regional Planning*, Edward Arnold, London.
- Hirschmann, A. O., (1958), *The Strategy of Economic Development*, Yale University Press, New Haven.
- Kaldor N., (1970), The Case for Regional Policies, *Scottish Journal of Political Economy*, 17 (4), 337–348.
- Kumor P., Pawlak W., Sztudynger J. J. (2009), Growth and Inequality: Differences in Optimal Income Inequality between Sweden, the United States and Poland, w: Liberda Z. B., Grochowska A., (red.), *Civilizational competences and regional development in Poland*, Warsaw University Press, Warsaw, 204–219.
- Lucas R. E., (1988), On the Mechanics of Economics Development, *Journal of Monetary Economics*, 22, 3–42.
- Malaga K., (2013), Jednolita teoria wzrostu gospodarczego – stan obecny i nowe wyzwania, referat na IX Kongres Ekonomistów Polskich PTE, Warszawa.
- Mankiw N. G., Romer D., Weil D. N., (1992), A Contribution to the Empirics of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 107, 407–437.
- Mroczek K., Tokarski T., (2013), Przestrzenne zróżnicowanie technicznego uzbrojenia pracy, wydajności pracy i łącznej produktywności czynników produkcji w Polsce w latach 1995–2009, *Studia Prawno-Ekonomiczne*, tom LXXXVIII, Łódzkie Towarzystwo Naukowe, Łódź, 333–357.
- Mroczek K., Tokarski T., (2014), Efekt grawitacyjny a zróżnicowanie wydajności pracy w krajach UE, referat na IV Ogólnopolską Konferencję im. Prof. Z. Czerwińskiego pt. *Matematyka i informatyka na usługach ekonomii*, WIGE UEP, Poznań, 25 kwietnia 2014 roku.

- Mroczek K., Tokarski T., (2015a), Dwubiegunowy model wzrostu gospodarczego z przepływami inwestycyjnymi, opracowanie przyjęte do druku przez Redakcję *Studiów Prawno-Ekonomicznych*.
- Mroczek K., Tokarski T., (2015b), Wpływ efektu grawitacyjnego na zróżnicowania rozwoju ekonomicznego powiatów, opracowanie przyjęte do druku przez Redakcję *Wiadomości Statystycznych*.
- Mroczek K., Tokarski T., Trojak M., (2014), Grawitacyjny model zróżnicowania rozwoju ekonomicznego województw, *Gospodarka Narodowa*, 3, 5–34.
- Myrdal G., (1957), *Rich Lands and Poor*, Harper and Brothers, New York.
- Myrdal G., (1963), *Economic Theory and Underdeveloped Regions*, University Paperbacks, Methuen&Co. Ltd., London.
- Nonneman W., Vanhoudt P., (1996), A Further Augmentation of the Solow Model and the Empirics of Economic Growth for the OECD Countries, *Quarterly Journal of Economics*, 111 (3), 944–953.
- Ombach J., (1999), *Wykłady z równań różniczkowych wspomagane komputerowo – Maple*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków.
- Pietrzak M. B., Łapińska J., (2014), Zastosowanie modelu grawitacji do identyfikacji czynników determinujących przepływy handlowe w Unii Europejskiej, *Przegląd Statystyczny*, 61 (1), 65–77.
- Prebisch R., (1950), The Economic Development of Latin America and its Principal Problems, *Economic Bulletin for Latin America*, 7 (1), 1–12.
- Solow R. M., (1956), A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 70 (1), 65–94.
- Solow R. M., (1957), Technical Change and the Aggregate Production Function, *Review of Economics and Statistics*, 39 (3), 312–320.
- Sztaudynger J. J., (2007), Społeczne problemy wzrostu gospodarczego – analiza ekonometryczna, w: Klimczak B., Lewicka-Strzałecka A., (red.) *Etyka i ekonomia*, Wydawnictwo Polskiego Towarzystwa Ekonomicznego, Warszawa, 133–164,
- Tokarski T., (2006), Efekty skali, akumulacja kapitału i wzrost gospodarczy, *Studia Prawno-Ekonomiczne*, tom LXXIII, 103–135.
- Tokarski T., (2007a), Efekty skali a akumulacja kapitału i wzrost zatrudnienia, *Ekonomista*, (5), 631–649
- Tokarski T., (2007b), Efekty skali a wzrost gospodarczy, *Gospodarka Narodowa*, (1–2), 9–31.
- Tokarski T., (2008), *Efekty skali a wzrost gospodarczy*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków.
- Tokarski T., (2009), *Matematyczne modele wzrostu gospodarczego (ujęcie neoklasyczne)*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków.
- Tokarski T., (2011), *Ekonomia matematyczna. Modele makroekonomiczne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Żółtowska E., (1997), *Funkcja produkcji. Teoria, estymacja, zastosowania*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.

PRODUKTYWNOŚĆ KAPITAŁU A INWESTYCJE ZAGRANICZNE W DWUBIEGUNOWYM MODELU WZROSTU GOSPODARCZEGO – ANALIZA KONWERCENCJI

Streszczenie

W artykule konstruuje się dwubiegunowy model wzrostu gospodarczego, którego głównymi założeniami są: (1) przepływy inwestycyjne zależne od relacji produktywności kapitału w dwóch typach gospodarek – umownie nazywanych bogatymi i biednymi, (2) udział inwestycji zagranicznych danej gospodarki w jej inwestycjach ogółem jest opisany przez funkcję logitową i zależy od ilorazu produktywności kapitału w obu typach gospodarek. Podstawowym celem artykułu jest empiryczna weryfi-

kacja modelu i jego założeń poprzez analizę oddziaływania inwestycji krajowych i zagranicznych na równowagę długookresowego wzrostu gospodarczego. Prezentowany w opracowaniu dwubiegunowy model wzrostu gospodarczego bazuje na neoklasycznym modelu wzrostu Solowa i jego późniejszych rozszerzeniach. Model ten wpisuje się w szeroki nurt rozważań nad przyczynami procesów polaryzacji rozwoju ekonomicznego, będących wynikiem zróżnicowanej produktywności czynników produkcji oraz kierunków i dynamiki przepływów inwestycyjnych. Przeprowadzone symulacje numeryczne pozwoliły na oszacowanie długookresowych relacji pomiędzy gospodarkami bogatymi i biednymi w poziomie technicznego uzbrojenia pracy, wydajności pracy oraz produktywności kapitału. Symulacje umożliwiły również wyliczenie horyzontu czasowego, w którym gospodarka biedna mogłaby dogonić gospodarkę bogatą pod względem poziomu analizowanych zmiennych makroekonomicznych.

Słowa kluczowe: dwubiegunowy model wzrostu gospodarczego, grawitacyjny model wzrostu gospodarczego, determinanty przepływów inwestycyjnych

CAPITAL PRODUCTIVITY AND FOREIGN INVESTMENTS IN THE BIPOLAR ECONOMIC GROWTH MODEL – CONVERGENCE ANALYSIS

Abstract

In this article, the authors have been constructing a bipolar economic growth model, whose main assumptions are: investment flows depend on the ratio of capital productivity in two types of economies – conventionally called the rich and the poor, and the share of foreign investments in the economy of its total investment is described by logit function and depends on the ratio of capital productivity in both types of economies. The main purpose of this paper, is the empirical verification of the bipolar economic growth model and its assumptions, by analyzing the impact of domestic and foreign investments on the long-term economic growth balance. The bipolar economic growth model is based on the Solow's neoclassical growth model and its subsequent extensions. The bipolar economic growth model enters into a broad current investigation of the causes of polarization processes of economic development. Numerical simulations allows an estimate of the long-term relationship between the rich and poor economies, in regard to the capital-labour ratio, labor efficiency and capital productivity. The simulations also allow the calculation of the time horizon over which the poor economy would equal the rich economy in terms of the level of macroeconomic variables analyzed.

Keywords: Bipolar Economic Growth Model, Gravity Economic Growth Model, Determinants of Investment Flows

ANNA SĄCZEWSKA-PIOTROWSKA

BADANIE UBÓSTWA Z ZASTOSOWANIEM NIEPARAMETRYCZNEJ ESTYMACJI FUNKCJI PRZEŻYCIA DLA ZDARZEŃ POWTARZAJĄCYCH SIĘ

1. WSTĘP

Ubóstwo jest przeważnie rozpatrywane w ujęciu statycznym przez pryzmat dochodów lub wydatków gospodarstwa domowego. Oznacza to, że na podstawie danych dotyczących dochodów lub wydatków w danym momencie czasowym, obliczane są wybrane mierniki ubóstwa, dotyczące najczęściej jego zasięgu, głębokości czy dotkliwości. Można zauważyć, że w Polsce i za granicą coraz częściej są przeprowadzane badania panelowe, które pozwalają poszerzyć badania nad ubóstwem o wymiar czasowy. Dynamika i trwałość ubóstwa mogą być analizowane z wykorzystaniem metod analizy historii zdarzeń, zwanych również metodami analizy przeżycia lub metodami analizy trwania. Analiza dynamiki ubóstwa z zastosowaniem tych metod została zapoczątkowana przez Bane, Ellwood (1986), przy czym skupiali się oni w badaniach na czasach oczekiwania na pierwsze wyjście ze sfery ubóstwa oraz na pierwsze wejście do sfery ubóstwa. W trakcie okresu obserwacji gospodarstwa domowe mogą jednak wchodzić i wychodzić ze sfery ubóstwa wielokrotnie. W późniejszych badaniach Stevens (1994, 1999) podkreślała, że w badaniach należy uwzględnić wszystkie epizody (epizod to czas oczekiwania na wystąpienie zdarzenia, czyli na wejście lub wyjście ze sfery ubóstwa), ponieważ tuż po wyjściu ze sfery ubóstwa gospodarstwa domowe są bardziej narażone na ponowne wejście do sfery ubóstwa. Z tego powodu, zdaniem Stevens, rozkład ogółu lat spędzonych w sferze ubóstwa w przypadku analizy wielokrotnych epizodów jest zupełnie inny niż w przypadku analizy pojedynczych epizodów. Należy również zwrócić uwagę na sugestie innych autorów (np. Allison, 2010), którzy podkreślają, że w przypadku, gdy średnia liczba epizodów przypadająca na jednostkę jest niewielka (mniejsza niż dwa), to analizę lepiej ograniczyć jedynie do pierwszego epizodu.

Celem niniejszego opracowania jest analiza czasu trwania gospodarstw domowych w sferze ubóstwa oraz poza sferą ubóstwa. Analiza zostanie przeprowadzona za pomocą nieparametrycznych estymatorów funkcji przeżycia dla powtarzających się epizodów (estymatory Wanga-Changa oraz Peñy-Strawdermana-Hollandera). Należy podkreślić, że estymatory te będą po raz pierwszy wykorzystywane w badaniu trwałości ubóstwa. Wyniki uzyskane za pomocą wymienionych estymatorów zostaną porównane z wynikami uzyskanymi za pomocą znanego estymatora funkcji przeżycia dla pojedynczego epizodu – estymatora Kaplana-Meiera.

2. WYMIAR CZASOWY W BADANIU UBÓSTWA

Problemy z pomiarem ubóstwa pojawiają się już etapie definiowania tego zjawiska, następnie wiążą się z określeniem wskaźnika dobrobytu ekonomicznego, granicy ubóstwa oraz skal ekwiwalentności. Zdefiniowanie kategorii ubóstwa jest pierwszym i najważniejszym krokiem na drodze pomiaru jego charakterystyk. Wszystkie definicje ubóstwa można dopasować do jednej z następujących kategorii:

- ubóstwo to posiadanie mniej niż obiektywnie zdefiniowane absolutne minimum,
- ubóstwo to posiadanie mniej niż inni w społeczeństwie,
- ubóstwo to uczucie, że nie ma się wystarczająco dużo, aby sobie poradzić.

Zgodnie z pierwszą kategorią definicji ubóstwo jest absolutne (bezwzględne), zgodnie z drugą kategorią – relatywne (względne), natomiast według trzeciej kategorii może być absolutne, relatywne lub mieszane. Inna różnica pomiędzy kategoriami polega na tym, że trzecia kategoria definiuje ubóstwo jako subiektywną sytuację, podczas gdy pierwsza i druga kategoria – jako obiektywną sytuację (Hagenaars, de Vos, 1988).

Pomiar ubóstwa absolutnego polega na określeniu wartości dochodów potrzebnych do zakupu dóbr i usług zaspokajających niezbędne potrzeby jednostki. Koncepcja ubóstwa relatywnego zawiera natomiast w sobie odniesienie poziomu zaspokojenia potrzeb jednostek do poziomu ich zaspokojenia przez innych członków społeczeństwa (Panek, 2011, s. 18–19).

W ujęciu subiektywnym oceny poziomu zaspokojenia potrzeb dokonują same badane jednostki (osoby, rodziny, gospodarstwa domowe), natomiast w przypadku ujęcia obiektywnego ocena poziomu zaspokojenia potrzeb badanych jednostek jest dokonywana niezależnie od ich osobistych wartościowań w tym zakresie (Panek i inni, 1999, s. 11).

Badając ubóstwo należy również podjąć decyzję, czy ubóstwo będzie rozumiane w sposób klasyczny czy wielowymiarowy, tzn. czy będzie postrzegane jedynie w kategoriach pieniężnych (przez pryzmat dochodów lub wydatków) czy również przez pryzmat zasobów materialnych (np. dobra trwałego użytku, mieszkanie itd.) ocenianych w formie niemonetarnej.

Szczególnie istotnym podziałem ubóstwa, z punktu widzenia niniejszego opracowania, jest podział na ubóstwo chwilowe i chroniczne (trwałe, długookresowe). Ubóstwo trwałe bywa interpretowane jako „szczególny przypadek ubóstwa wielowymiarowego, w którym czas jest dodatkowym – poza dochodem (konsumpcją) – wymiarem uwzględnianym w analizie” (Topińska, 2008). Trwały pobyt w sferze ubóstwa jest szczególnie niebezpieczny dla jednostek, ponieważ sprzyja wykluczeniu społecznemu oraz degradacji biologicznej. Z tego powodu monitorowanie ubóstwa w dłuższej perspektywie czasu jest niezbędnym elementem skutecznej polityki społecznej państwa.

W badaniach ubóstwa uwzględniających czas są stosowane cztery rodzaje metod (Rodgers, Rodgers, 1993; Layte, Fouarge, 2004), wśród których znajduje się metoda oparta na analizie liczby okresów (ang. *spell-based approach*). Wykorzystuje ona modele trwania do oszacowania czasu trwania w sferze ubóstwa, ryzyka wyjścia ze sfery ubóstwa w zależności od czasu trwania okresu ubóstwa i różnych cech jednostek oraz zajmuje się szacowaniem średniego czasu trwania okresu ubóstwa. Prekursorami tego podejścia byli Bane, Ellwood (1986), którzy brali pod uwagę pojedyncze okresy spędzone w ubóstwie oraz poza sferą ubóstwa. Stevens (1994, 1999) analizując ubóstwo brała pod uwagę wszystkie okresy spędzone przez gospodarstwa domowe w sferze oraz poza sferą ubóstwa. Badaniem ubóstwa z wykorzystaniem metod analizy historii zdarzeń zajmowali się również między innymi Fouarge, Layte (2005), Callens, Croux (2009) oraz Andriopoulou, Tsakloglou (2011). Niewątpliwą zaletą metody opartej na liczbie okresów jest to, że uwzględnia problem cenzurowania obserwacji, tzn. czy początek i koniec sekwencji okresów spędzonych w ubóstwie oraz poza sferą ubóstwa jest znany czy też nie.

Należy zaznaczyć, że wybór określonej definicji ubóstwa implikuje określony sposób pomiaru ubóstwa. Przyjmując definicję ubóstwa np. w ujęciu relatywnym, dysponujemy pewnym wachlarzem możliwości wyboru granicy ubóstwa czy skal ekwiwalentności. Wyczerpujący opis metodologii ubóstwa można znaleźć w literaturze przedmiotu, zarówno zagranicznej, np. Hagenars, van Praag (1985), Atkinson i inni (2002), jak i krajowej (na pierwszy plan wysuwają się prace T. Panka¹).

3. ANALIZA POJEDYNCZEGO ZDARZENIA

3.1. ANALIZA HISTORII ZDARZEŃ – PODSTAWOWE POJĘCIA I MIARY

Analiza historii zdarzeń jest ogólnym pojęciem odnoszącym się do grupy statystycznych metod pozwalających analizować czas oczekiwania na wystąpienie zdarzenia (Mills, 2011, s. 257). Przez zdarzenie (ang. *event*) należy rozumieć każdą zmianę w wartościach cechy pierwotnej powodującą przejście z jednego stanu w drugi. Cechy pierwotne identyfikują stan pobytu, natomiast cechy wtórne różnicują między sobą jednostki będące w tym samym stanie pobytu (Frątczak i inni, 2005, s. 22). Czas oczekiwania na wystąpienie zdarzenia T nazywany jest czasem przeżycia, czasem trwania lub epizodem (ang. *survival time*, *duration*, *spell*). Czas przeżycia jest nieujemną zmienną losową wyrażoną w latach, miesiącach, tygodniach, dniach itd. Konkretna wartość T jest oznaczana jako t .

Podstawowe miary w analizie historii zdarzeń są rozpatrywane dla pojedynczego epizodu i kiedy wyróżnia się jeden stan wyjścia (ang. *origin state*) i jeden stan przeznaczenia (ang. *destination state*), mamy do czynienia z populacją homogeniczną,

¹ Przykładowe prace: Panek i inni (1999), Panek (2011).

a zmienna T jest zmienną ciągłą. Miary te w literaturze przedmiotu są określane jako miary w analizie pojedynczych epizodów (Frątczak i inni, 2005, s. 37).

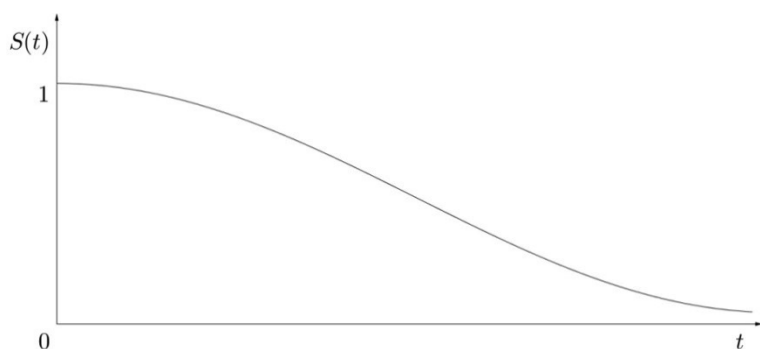
Kluczowymi miarami występującymi w analizie trwania są funkcja przeżycia $S(t)$ oraz funkcja hazardu (ryzyka, intensywności zdarzeń) $\lambda(t)$. Funkcja przeżycia może być wyrażona w odniesieniu do dystrybuanty. Dystrybuanta zmiennej losowej T określa prawdopodobieństwo, że czas przeżycia T jest mniejszy bądź równy wartości t (Hosmer i inni, 2008, s. 16; Mills, 2011, s. 9):

$$F(t) = P(T \leq t). \quad (1)$$

Funkcję przeżycia definiuje się w następujący sposób

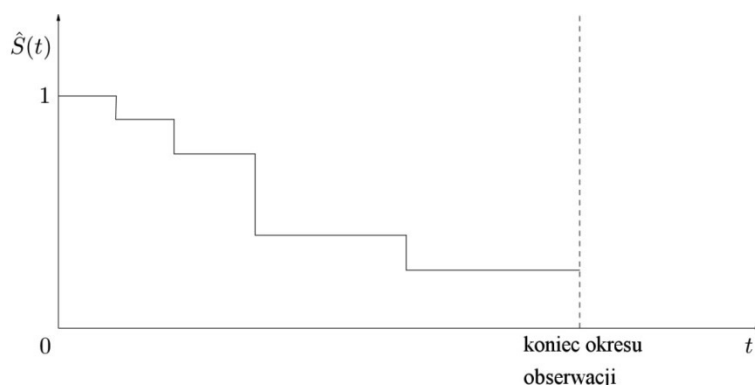
$$S(t) = 1 - F(t) = P(T > t). \quad (2)$$

Wyraża ona prawdopodobieństwo tego, że czas przeżycia T jest większy od wartości t . Funkcja przeżycia ma następujące teoretyczne własności (Kleinbaum, Klein, 2005, s. 9): jest nierosnąca, gładka oraz $S(0) = 1$ i $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = 0$. W praktyce, zdarzenia są obserwowane na dyskretnej skali czasu (dni, tygodnie itd.) i z tego powodu wykres funkcji przeżycia jest funkcją schodkową. Wykres często nie zmierza do zera na końcu badania, co jest spowodowane tym, że nie każda jednostka doświadcza zdarzenia. Funkcje przeżycia w teorii i praktyce przedstawiono odpowiednio na rysunkach 1 oraz 2.



Rysunek 1. Teoretyczna funkcja przeżycia

Źródło: opracowanie własne na podstawie (Kleinbaum, Klein, 2005, s. 9).



Rysunek 2. Funkcja przeżycia w praktyce

Źródło: jak rysunek 1.

Funkcja ryzyka to funkcja wyrażona wzorem

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{S(t)}, \quad (3)$$

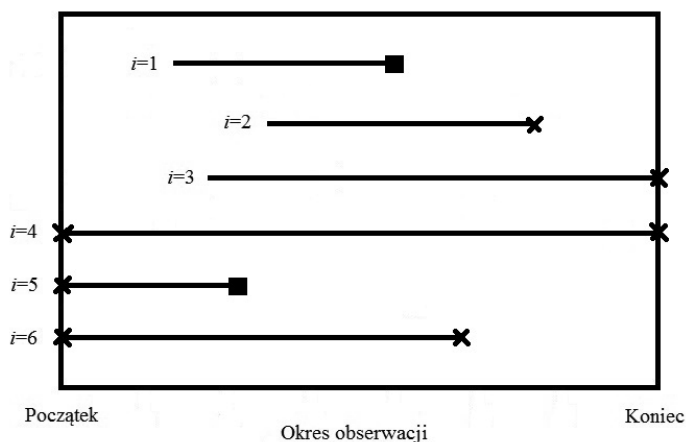
gdzie: $S(t)$ – funkcja przeżycia, $f(t)$ – funkcja gęstości zmiennej czasowej T .

Funkcja ryzyka jest warunkową funkcją gęstości wystąpienia zdarzenia w chwili t , pod warunkiem, że do tej chwili jednostka takiego zdarzenia nie doznała (Bieszk-Stolorz, Markowicz, 2012, s. 23).

3.2. CENZUROWANIE INFORMACJI

W wielu przypadkach historia epizodu nie jest kompletna, co oznacza, że pojawia się problem cenzurowania. Cenzurowanie jest definiowane jako wystąpienie zdarzenia, gdy jednostka nie jest pod obserwacją (Frątczak i inni, 2005, s. 22). Lewostronne cenzurowanie występuje w sytuacji, gdy jednostka doświadcza zdarzenia przed rozpoczęciem okresu obserwacji, natomiast prawostronne cenzurowanie, gdy zdarzenia ma miejsce po zakończeniu okresu obserwacji. Cenzurowanie prawostronne ma miejsce, gdy badanie jest prowadzone przez określony z góry czas, gdy jednostka uczestnicząca w badaniu wycofa się wcześniej lub gdy jednostka znika z pola objętego obserwacją z niewiadomych powodów.

Na rysunku 3 zilustrowano graficznie kilka możliwych sytuacji cenzurowania informacji, przy czym początek linii bez dodatkowego oznaczenia to początek narażenia jednostki na ryzyko wystąpienia zdarzenia, czarny kwadrat symbolizuje wystąpienie zdarzenia, natomiast „x” oznacza cenzurowanie.



Rysunek 3. Cenzurowanie informacji w przypadku pojedynczego epizodu

Źródło: opracowanie własne.

Spośród zaprezentowanych na rysunku sytuacji, tylko w pierwszym przypadku historia epizodu jest kompletna. Epizody drugi i trzeci są cenzurowane prawostronnie. W przypadku epizodu numer dwa można przypuszczać, że jednostka bądź sama zrezygnowała z udziału w dalszych badaniach lub znikła z pola obserwacji z innych powodów. Z taką sytuacją można się często spotkać w przypadku badań panelowych. Cenzurowanie prawostronne epizodu trzeciego rozpoczyna się od końca okresu obserwacji, najczęściej oznacza to datę realizacji badania. Tego typu cenzurowanie może wystąpić w badaniach retrospektywnych i panelowych. Czwarty epizod jest cenzurowany obustronnie, a sytuacja taka może również wystąpić zarówno w badaniach retrospektywnych, jak i panelowych. W przypadku piątego epizodu występuje częściowe obcięcie lewostronne, co oznacza, że nie jest znany początek epizodu oraz pewien jego fragment z początkowej fazy. Ostatni epizod to przykład epizodu cenzurowanego obustronnie, lecz w przeciwieństwie do epizodu czwartego, ucięcie prawostronne ma miejsce wewnątrz okresu obserwacji, a nie na jego końcu.

Należy podkreślić, że rysunek nie wyczerpuje wszystkich rodzajów cenzurowania (np. epizody całkowicie ocenzurowane prawostronnie i lewostronnie), a więcej informacji na temat cenzurowania informacji można znaleźć m.in. w pracy Frątczak i inni (2005).

3.3. KLASY MODELI ANALIZY HISTORII ZDARZEŃ

W analizie przeżycia są stosowane modele nieparametryczne, semiparametryczne oraz parametryczne (opis modeli na podstawie Collett, 2003; Mills, 2011, s. 11–14).

Analizę trwania rozpoczyna się często od modeli nieparametrycznych i właśnie te modele będą stosowane w analizie. Do nieparametrycznych modeli zaliczany jest estymator aktuarialny (metoda tablic trwania życia) oraz estymator Kaplana-Meiera (produktu iloczynowego). W modelach nieparametrycznych nie ma żadnego założenia dotyczącego kształtu funkcji ryzyka oraz wpływu oddziaływania zmiennych objaśniających na kształt tej funkcji, a wpływ zmiennych ujawnia się poprzez rozwarstwienie danych na grupy. Nieparametryczne metody są dobrą metodą do zrozumienia podstaw i dokonania opisu, przy czym estymator aktuarialny jest dobry dla dużych zbiorów danych oraz w przypadku, gdy czasy zdarzeń nie są precyzyjnie mierzone, natomiast estymator Kaplana-Meiera jest bardziej korzystny dla mniejszych prób oraz dla danych mierzonych precyzyjnie.

Do modeli semiparametrycznych należy zaliczyć modele Coxa oraz modele wykładnicze stałe przedziałami. W modelach tych nie ma założenia dotyczącego kształtu funkcji ryzyka, lecz jest silne założenie dotyczące wpływu oddziaływania zmiennych na kształt funkcji hazardu pomiędzy grupami na przestrzeni czasu. Do estymacji parametrów modeli semiparametrycznych stosowana jest metoda częściowej wiarygodności. Nie można stosować tradycyjnej metody największej wiarygodności, ponieważ nie ma wyspecyfikowanej parametrycznie funkcji dla hazardu bazowego (jest to hazard przy założeniu, że wszystkie zmienne objaśniające są równe zero). Modele semiparametryczne są modelami elastycznymi, pozwalającymi uwzględnić wiele zmiennych, a wyniki są często zbliżone do wyników uzyskanych na podstawie modeli parametrycznych, lecz bez restrykcyjnych założeń. Modele te są jednak mało odpowiednie do testowania hipotez o zależności w czasie (tzn. jak hazard zmienia się w czasie) oraz są mniej precyzyjne od modeli parametrycznych.

Do modeli parametrycznych można zaliczyć między innymi modele: wykładniczy, Weibulla, logistyczny, gamma, normalny, komplementarny log-log, log-normalny, Gomperta. W przypadku tych modeli badacz musi określić z góry kształt funkcji ryzyka oraz jak zmienne wpływają na funkcję ryzyka. Parametry modeli parametrycznych są estymowane metodą największej wiarygodności. W porównaniu do modeli semiparametrycznych, oszacowania parametrów tych modeli są bardziej precyzyjne. W modelach parametrycznych można uwzględnić wiele zmiennych objaśniających, zarówno dyskretnych, jak i ciągłych. Modele te określają kształt funkcji hazardu, dzięki czemu można na ich podstawie przeprowadzać predykcję. Istotną wadą modeli parametrycznych jest to, że przy błędnie określonej funkcji ryzyka, oszacowane parametry modelu mogą być poważnie obciążone.

3.4. ESTYMATOR KAPLANA-MEIERA

Najbardziej popularnym estymatorem funkcji przeżycia dla danych niecenzurowanych oraz cenzurowanych prawostronnie jest estymator Kaplana-Meiera (1958) zwany również estymatorem produktu iloczynowego. Dla próby n epizodów, niech

$t_1 < t_2 < \dots < t_m$ będą uporządkowanymi czasami trwania epizodów oraz $t_0 = 0$. Estymator Kaplana-Meiera przyjmuje postać:

$$\hat{S}(t) = \prod_{i: t_i \leq t} \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right), \quad (4)$$

gdzie: d_i – liczba zdarzeń występujących w momencie t_i , n_i – liczba jednostek narażonych na ryzyko wystąpienia zdarzenia bezpośrednio przed czasem t_i (łącznie z cenzurowanymi czasami przeżycia w momencie t_i).

Wariancję estymatora Kaplana-Meiera określa się, stosując najczęściej formułę Greenwooda (1926):

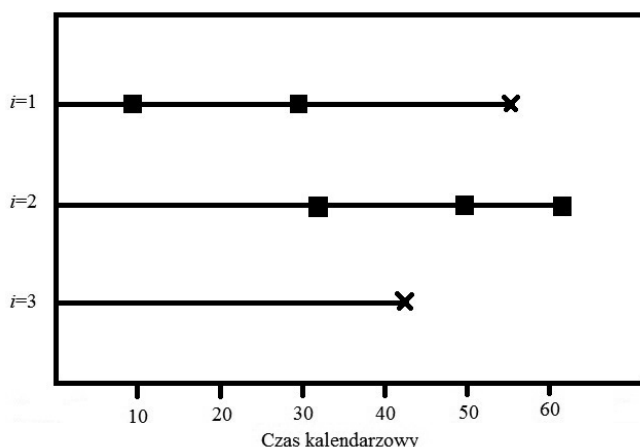
$$\widehat{\text{var}}(\hat{S}(t)) = (\hat{S}(t))^2 \sum_{i: t_i \leq t} \frac{d_i}{n_i(n_i - d_i)}. \quad (5)$$

Peterson (1977) udowodnił, że estymator Kaplana-Meiera jest zgodny, natomiast Breslow i Crowley (1974) pokazali, że $\sqrt{n}(\hat{S}(t) - S(t))$ ma asymptotyczny rozkład normalny z wartością oczekiwaną zero oraz macierzą wariancji-kowariancji, która może być aproksymowana z zastosowaniem formuły Greenwooda.

4. ANALIZA ZDARZEŃ POWTARZAJĄCYCH SIĘ

Zdarzenia powtarzające się są zdarzeniami tego samego typu, mogącymi się powtarzać wielokrotnie w ciągu życia jednostki, np. wejście do sfery ubóstwa czy utrata pracy. Na rysunku 4 przedstawiono trzy przykładowe jednostki ze zdarzeniami powtarzającymi się.

Czarny kwadrat symbolizuje wystąpienie zdarzenia, natomiast „x” oznacza cenzurowanie prawostronne. Przyjęto, że informacje nie były cenzurowane lewostronnie, ponieważ każda jednostka spełniała warunek początkowy, jakim było wystąpienie zdarzenia inicjującego (ang. *initial event*). Przykładowo, w analizie czasu trwania ubóstwa zdarzeniem tym jest wejście do sfery ubóstwa. Można zauważyć, że pierwsza jednostka przeżyła dwa zdarzenia przed cenzurowaniem, druga jednostka doświadczyła trzech zdarzeń, kończąc okres obserwacji zdarzeniem (nie występuje cenzurowanie), natomiast jednostka trzecia nie przeżyła żadnego zdarzenia przed cenzurowaniem.



Rysunek 4. Przykład trzech jednostek ze zdarzeniami powtarzającymi się

Źródło: opracowanie własne na podstawie (Kelly, Lim, 2000; González, 2006, s. 5).

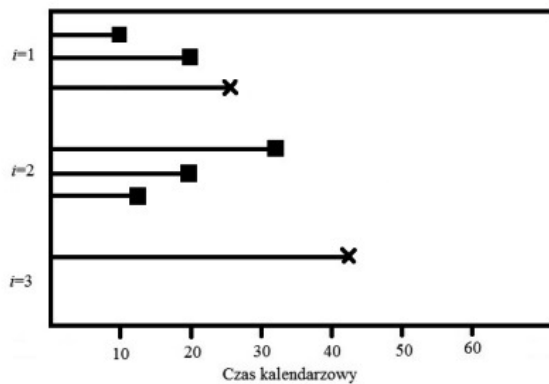
4.1. PRZEDZIAŁY RYZYKA

W przypadku zdarzeń powtarzających się czas jest indeksowany w dwóch skalach: kalendarzowej oraz pomiędzy kolejnymi zdarzeniami. Przedziały ryzyka określają, kiedy jednostka jest narażona na wystąpienie zdarzenia wzdłuż danej skali czasu. Można wyróżnić trzy rodzaje przedziałów ryzyka: luka czasowa, całkowity czas oraz proces liczenia. Wykorzystując dane z rysunku 4, na rysunku 5 zilustrowano rodzaje przedziałów ryzyka.

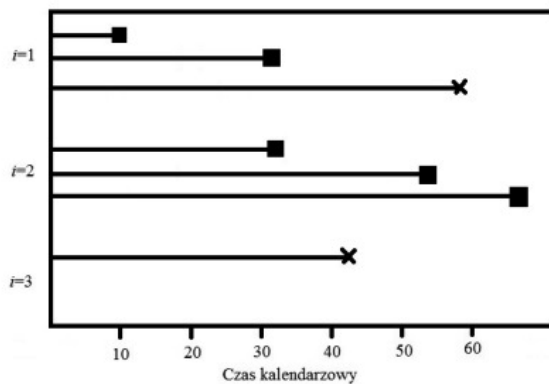
Luka czasowa (ang. *interoccurrence time*, *gap time*) jest czasem odstępu od poprzedniego zdarzenia, co oznacza, że zegar jest restartowany po zajściu każdego zdarzenia. W przypadku całkowitego czasu (ang. *total time*) zegar nie jest restartowany po zajściu zdarzenia, tym samym czas jest liczony od wybranego punktu na skali czasu. Proces liczenia (ang. *counting proces*) wymaga rozważenia czasu kalendarzowego oraz luk czasowych, co oznacza, że jest on procesem podwójnie indeksowanym². Proces liczenia używa tej samej skali czasu jak całkowity czas, ale uwzględnia fakt, że jednostka może mieć opóźnione wejście lub cenzurowany okres przed tym, gdy zaczęła być narażona na ryzyko wystąpienia zdarzenia. W przypadku luki czasowej oraz procesu liczenia jednostka jest zagrożona wystąpieniem zdarzenia przez ten sam okres czasu. Należy zauważyć, że przedział ryzyka dla pierwszego zdarzenia jest taki sam w przypadku wszystkich definicji przedziałów ryzyka.

² Proces liczenia jest procesem stochastycznym z dodatnimi, całkowitymi i rosnącymi wartościami.

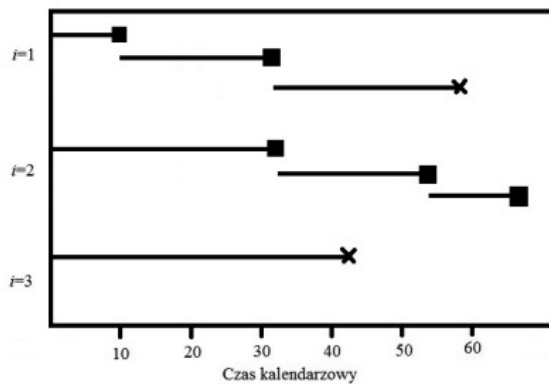
a) luka czasowa



b) całkowity czas



c) proces liczenia



Rysunek 5. Rodzaje przedziałów ryzyka

Źródło: jak rysunek 4.

4.2. DEFINICJE I ZAŁOŻENIA

Luki czasowe mogą być niezależne i mieć takie same rozkłady (ang. *independent and identically distributed* – i.i.d.) lub mogą być ze sobą skorelowane. W pierwszym przypadku mówimy o modelu i.i.d., natomiast w drugim przypadku najczęściej rozpatrywany jest multiplikatywny model słabości (ang. *multiplicative frailty model*) (González, Peña, 2003, 2004; González, 2006).

W modelu i.i.d. zakładamy, że dysponujemy n niezależnymi jednostkami. Dla i -tej jednostki kolejne luki czasowe oznaczamy przez $T_{ij}, j = 1, 2, \dots$, a $T_{i0} = 0$. Zakładamy, że czasy odstępu od poprzedniego zdarzenia są i.i.d. nieujemnymi zmiennymi losowymi z łączną absolutnie ciągłą dystrybuantą $F(t) = P\{T_{ij} \leq t\}$. Ponadto zakładamy, że obserwacja i -tej jednostki ustaje w losowym czasie τ_i , gdzie $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ są i.i.d. z łączną dystrybuantą $G(w) = P\{\tau_i \leq w\}$. Zakładamy ponadto, że τ_i oraz T_{ij} są wzajemnie niezależne. Empiryczną dystrybuantę τ_i oznaczmy przez $G_n(t)$. Dla każdego $i = 1, 2, \dots, n$ niech $S_{i0} = 0$ i $S_{ij} = \sum_{j=1}^i T_{ij}, j = 1, 2, \dots$. Liczba wystąpień zdarzenia dla i -tej jednostki jest równa

$$K_i = \max\{j \in \{0, 1, \dots\} : S_{ij} \leq \tau_i\}. \quad (6)$$

Ostatecznie, dla i -tej jednostki obserwowane są zmienne losowe:

$$(K_i, \tau_i, T_{i1}, T_{i2}, \dots, T_{iK_i}, \tau_i - S_{iK_i}).$$

W przypadku multiplikatywnego modelu słabości zakładamy, że dla każdej jednostki istnieje nieobserwowalna słabość Z_i . Mówiąc, że pewne jednostki są „słabsze”, mamy na myśli to, że są bardziej narażone na przeżycie zdarzenia niż inne jednostki. Nieobserwowalna słabość przyjmuje wartości dodatnie. Pod warunkiem $Z_i = z$ luki czasowe $T_{i1}, T_{i2}, \dots$ są i.i.d. z warunkową funkcją przeżycia

$$\bar{F}(t|Z_i = z) = [\bar{F}_0(t)]^z = \exp\left(-z \int_0^t \lambda_0(u) du\right), \quad (7)$$

gdzie $\lambda_0(\cdot)$ jest funkcją ryzyka powiązaną z bazową funkcją przeżycia $\bar{F}_0(\cdot)$. Bazowa (podstawowa) funkcja przeżycia jest funkcją, która zależy jedynie od czasu (nie występują w niej inne zmienne objaśniające). Zakłada się, że słabości $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ są i.i.d. od nieznanej dystrybuanty H . Słabości nie są obserwowalne, więc szacowane jest brzegowe przeżycie luk czasowych T_{ij}

$$\bar{F}(t) = \mathbf{E}\{\bar{F}_0^{Z_1}(t)\} = \psi[\Lambda_0(t)], \quad (8)$$

gdzie $\psi(u) = \mathbf{E}\{\exp(-uZ_1)\}$ jest transformatą Laplace'a Z_1 , a $\Lambda_0(t) = -\log[F_0(t)]$ jest skumulowaną funkcją ryzyka $\bar{F}_0$. Brzegowa skumulowana funkcja ryzyka jest określona wzorem

$$\Lambda(t) = - \int_0^t \frac{\psi'(\Lambda_0(u))}{\psi(\Lambda_0(u))} \lambda_0(u) du = \int_0^t \frac{\mathbf{E}[Z_1 \bar{F}_0^{Z_1}(u)]}{\mathbf{E}[\bar{F}_0^{Z_1}(u)]} \lambda_0(u) du. \quad (9)$$

Obydwie postaci wynikają bezpośrednio z definicji $\psi(\cdot)$.

Popularnym wyborem nieznaney dystrybuanty słabości H jest dystrybuanta gamma z parametrem kształtu i parametrem skali równym nieznanemu parametrowi α . W tym przypadku łączna brzegowa funkcja przeżycia $\bar{F}$ w (8) przyjmuje postać:

$$\bar{F}(t) = \left[\frac{\alpha}{\alpha + \Lambda_0(t)} \right]^\alpha. \quad (10)$$

Parametr α określa stopień skorelowania pomiędzy lukami czasowymi w obrębie jednostki. W szczególności, jeżeli α rośnie (maleje), zależność między czasami odstępu maleje (rośnie). Przyjmując $\alpha \rightarrow \infty$ otrzymujemy model z niezależnymi lukami czasowymi, w którym luki T_{ij} mają łączną funkcję przeżycia $\bar{F}_0$. W rzeczywistości, gdy $\alpha \rightarrow \infty$ to Z_i zbiega do jedności według prawdopodobieństwa dla $i = 1, 2, \dots, n$.

4.3. ESTYMATOR WANGA-CHANGA

Wang i Chang (1999) zaproponowali estymator łącznej brzegowej funkcji przeżycia zakładający skorelowanie luk czasowych w obrębie jednostek. Autorzy rozważali strukturę korelacji w dość ogólny sposób, uwzględniając jako specjalne przypadki zarówno model i.i.d., jak i model słabości gamma. Przyjmując wszystkie wagi³ równe jeden (a_i w notacji Wanga i Chang), estymator przyjmuje postać

$$\hat{S}(t) = \prod_{\{T_j \in \tau; T_j \leq t\}} \left[1 - \frac{d^*(T_j)}{R^*(T_j)} \right]. \quad (11)$$

Przy konstrukcji estymatora Wanga-Changa ostatnia luka czasowa nie jest brana pod uwagę, chyba że i -ta jednostka nie doświadczyła zdarzenia w czasie $[0, \tau_i]$:

³ Wagi te zależą od długości czasów τ_i . Na podstawie przeprowadzonych symulacji, Wang i Chang stwierdzili, że przyjęcie jednakowych wag jest bardzo dobrym wyborem.

$$K_i^* = I\{K_i = 0\} + K_i I\{K_i > 0\}. \quad (12)$$

Ponadto, d^* jest sumą proporcji jednostek, których czasy odstępu między zdarzeniami są równe t w momencie wystąpienia zdarzenia:

$$d^*(t) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i^*} \sum_{j=1}^{K_i} I\{T_{ij} = t\}, \quad (13)$$

natomiast R^* jest średnią liczbą jednostek narażonych na ryzyko w czasie t , a τ jest zbiorem różnych zaobserwowanych kompletnych luk czasowych dla n jednostek

$$R^*(t) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i^*} \left[\sum_{j=1}^{K_i} I\{T_{ij} \geq t\} + I\{\tau_i - S_{iK_i} \geq t\} I\{K_i = 0\} \right]. \quad (14)$$

Asymptotyczna wariancja estymatora Wanga-Changa jest zdefiniowana wzorem:

$$\text{var}(\hat{S}(t)) = \bar{F}(t)^2 \sigma_{WC}^2(t), \quad (15)$$

gdzie $\sigma_{WC}^2(t)$ zdefiniowali Wang i Chang (w artykule przyjęli oznaczenie ϕ). Asymptotyczna wariancja może być szacowana w następujący sposób:

$$\widehat{\text{var}}(\hat{S}(t)) = \hat{S}(t)^2 \hat{\sigma}_{WC}^2(t), \quad (16)$$

gdzie:

$$\hat{\sigma}_{WC}^2(t) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i^*} \sum_{\{T_j \in \tau; T_j \leq t\}} \frac{d^*(T_j)}{R^{*2}(T_j)}. \quad (17)$$

4.4. ESTYMATORY PEÑY-STRAWDERMANA-HOLLANDERA

Peña i inni (2001) odkryli nieparametryczny estymator największej wiarygodności będący uogólnieniem estymatora Kaplana-Meiera przy założeniu, że zdarzenia powtarzają się, a czasy pomiędzy zdarzeniami są niezależne i mają te same rozkłady. Z tego powodu estymator ten nazywany jest IIDPLE (ang. *independent and identically product limit estimator*).

Dla danego czasu kalendarzowego s oraz luki czasowej t , czyli wykorzystując proces podwójnego indeksowania, definiujemy:

$$K_i(s) = \sum_{j=1}^{\infty} I\{S_{ij} \leq s\}, \quad (18)$$

$$N(s, t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{K_i(s)} I\{T_{ij} = t\}, \quad (19)$$

$$Y(s, t) = \sum_{i=1}^n \left[\sum_{j=1}^{K_i(s-)} I\{T_{ij} \geq t\} + I\{\min(s, \tau_i) - S_{iK_i(s-)} \geq t\} \right]. \quad (20)$$

Estymator łącznej funkcji przeżycia $\bar{F}$ czasu między zdarzeniami zaproponowany przez Peñę i inni (2001) jest definiowany następująco:

$$\hat{\bar{F}}(s, t) = \prod_{w \leq t} \left[1 - \frac{N(s, \Delta w)}{Y(s, w)} \right], \quad (21)$$

gdzie: $N(s, t)$ – zlicza ilość zaobserwowanych zdarzeń występujących w okresie kalendarzowym $[0, s]$, których czasy odstępu od poprzedniego zdarzenia są równe co najwyżej t , $Y(s, t)$ – zlicza ilość zaobserwowanych zdarzeń występujących w okresie kalendarzowym $[0, s]$, których czasy odstępu są równe co najmniej t .

Gdy luki czasowe są skorelowane w obrębie jednostek, obciążenie IIDPLE jest większe niż w przypadku estymatora Wanga-Changa. W pracy Peñy i inni (2001) można znaleźć szerszą informację dotyczącą porównania właściwości tych estymatorów oraz dowody zgodności i słabej zbieżności estymatora IIDPLE.

Estymator $\hat{\bar{F}}(s, t)$ ma asymptotyczną wariancję, gdy $n \rightarrow \infty$ daną wzorem:

$$\text{var} \left(\hat{\bar{F}}(s, t) \right) = \bar{F}(s, t)^2 \sigma_{PSH}^2(s, t). \quad (22)$$

Estymator wariancji jest określony wzorem:

$$\widehat{\text{var}} \left(\hat{\bar{F}}(s, t) \right) = \hat{\bar{F}}(s, t)^2 \hat{\sigma}_{PSH}^2(s, t), \quad (23)$$

gdzie:

$$\hat{\sigma}_{PSH}^2(s, t) = \int_0^t \frac{N(s, dw)}{Y(s, w)[Y(s, w) - N(s, \Delta w)]} \quad (24)$$

Peña i inni (2001) zaproponowali również estymator łącznej brzegowej funkcji przeżycia luk czasowych w przypadku, gdy są one skorelowane w obrębie jednostek, a korelacja jest indukowana przez model słabości gamma. Estymator ten nazywany jest FRMLE (ang. *frailty maximum likelihood estimator*). Oszacowanie α oraz Λ_0 (wzór 2) może być uzyskane maksymalizując brzegową funkcję wiarygodności z zastosowaniem algorytmu maksymalizacji wartości oczekiwanej (EM). Metoda ta została szczegółowo opisana w pracy Peñy i inni (2001). FRMLE przyjmuje postać:

$$\tilde{\tilde{F}}(s, t) = \left[\frac{\hat{\alpha}}{\hat{\alpha} + \hat{\Lambda}_0(s, t)} \right]^{\hat{\alpha}}, \quad (25)$$

gdzie: $\hat{\alpha}$ – estymator parametru skali α , $\hat{\Lambda}_0(s, t)$ – estymator brzegowej skumulowanej funkcji hazardu.

Można traktować ten estymator jako bezpośrednie uogólnienie estymatora $\tilde{\tilde{F}}(s, t)$ do modelu słabości gamma. Model i.i.d. jest osiągany przyjmując $\alpha \rightarrow \infty$ co wymusza Z_i do zbieżności według prawdopodobieństwa do jedności. Z tego powodu można się spodziewać, że $\hat{F}$ oraz $\tilde{\tilde{F}}$ będą bliskie w modelu i.i.d. FRMLE nie posiada przybliżonej postaci dla asymptotycznej wariancji, dlatego niezbędna jest dalsza praca w celu zrozumienia asymptotycznego zachowania $\tilde{\tilde{F}}(s, t)$.

5. ANALIZA CZASU TRWANIA W SFERZE UBÓSTWA I W SFERZE POZA UBÓSTWEM

W badaniu wykorzystano dane pochodzące z siedmiu etapów panelu zrealizowanego w latach 2000–2013 w ramach projektu „Diagnoza społeczna” (Rada Monitoringu Społecznego, 2013). Jako wskaźnik zamożności przyjęto dochody netto gospodarstw domowych w Polsce w lutym/marcu 2000, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011 i 2013 r. W celu uwzględnienia różnic występujących w wielkości i składzie demograficznym gospodarstwa domowych obliczono dochody ekwiwalentne, stosując w tym celu zmodyfikowaną skalę OECD. Skala ta przypisuje pierwszej dorosłej osobie w gospodarstwie wartość 1, każdej następnej dorosłej osobie w gospodarstwie wartość 0,5, natomiast wartość 0,3 dziecku (każda osoba poniżej 14 lat). Dochody ekwiwalentne są ważone liczbą gospodarstw domowych. Gospodarstwo domowe zostało uznane za ubogie, gdy jego dochód był mniejszy niż 60% mediany rozkładów dochodów ekwiwalentnych w danym roku. Należy zaznaczyć, że dokonane wybory dotyczące pomiaru ubóstwa są subiektywne, a zastosowanie innej definicji ubóstwa,

wskaźnika dobrobytu ekonomicznego, granicy ubóstwa oraz skal ekwiwalentności może doprowadzić do uzyskania odmiennych rezultatów dotyczących ubóstwa.

Należy podkreślić, że warunkiem uwzględnienia danego gospodarstwa domowego w analizie czasu trwania w ubóstwie oraz poza ubóstwem było wystąpienie zdarzenia początkowego. Przykładowo, aby rozpocząć analizę czasu trwania ubóstwa, gospodarstwo musiało najpierw stać się ubogie. Podkreślenia wymaga fakt, że na początku okresu obserwacji gospodarstwo nie mogło być już w trakcie pobytu w sferze ubóstwa, ponieważ w takim przypadku nie znamy momentu wejścia do tej sfery, a tym samym nie jesteśmy w stanie określić jak długo faktycznie to gospodarstwo oczekuje na wyjście z ubóstwa. Oznacza to, że odrzucamy dane lewostronnie ucięte (brak informacji o czasie startu oczekiwania na wystąpienie zdarzenia).

W analizie czasu oczekiwania na pierwsze wyjście ze sfery ubóstwa (wejście do sfery ubóstwa) w skład zbioru danych wchodziły następujące kolumny:

Nr_gosp – numer gospodarstwa domowego,

Czas – czas przeżycia lub czas cenzurowania,

Cenzurowanie – stan cenzurowania przyjmujący wartość 1 dla obserwacji niecenzurowanej oraz wartość 0 dla obserwacji cenzurowanej.

Fragment zbioru danych⁴ przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1.

Struktura danych w analizie Kaplana-Meiera

Nr_gosp	Czas	Cenzurowanie
1	2	1
2	4	0
3	1	1

Źródło: opracowanie własne.

Analizę czasów oczekiwania na kolejne wyjścia ze sfery ubóstwa (wejścia do sfery ubóstwa) przeprowadzono w oparciu o zbiór danych składający się z następujących kolumn:

Nr_gosp – numer gospodarstwa domowego; powtórzony dla każdej nowej luki czasowej,

Czas – czas wystąpienia kolejnego zdarzenia lub czas cenzurowania,

Cenzurowanie – stan cenzurowania. Wszystkie obserwacje przyjmowały wartość 1 (obserwacja niecenzurowana) dla każdego gospodarstwa domowego z wyjątkiem ostatniego, które przyjmowało wartość 0 (obserwacja cenzurowana).

⁴ Numery gospodarstw domowych w tabelach 1 oraz 2 nie odpowiadają numerom gospodarstw z bazy danych.

W tabeli 2 przedstawiono fragment zbioru danych.

Tabela 2.

Struktura danych dla zdarzeń powtarzających się

Nr_gosp	Czas	Cenzurowanie
1	2	1
1	1	0
2	4	0
3	1	1
3	1	1
3	1	0

Źródło: opracowanie własne.

Funkcje przeżycia oszacowano i zilustrowano graficznie, używając pakietów *survfit* (zob. Therneau, Lumley, 2015) oraz *survrec* (zob. González i inni, 2015) pakietu R (R Development Core Team, 2015). Pierwszy z pakietów stosowano w przypadku estymatora Kaplana-Meiera, natomiast drugi w przypadku estymatorów Peñy-Strawdermana-Hollandera oraz Wanga-Changa.

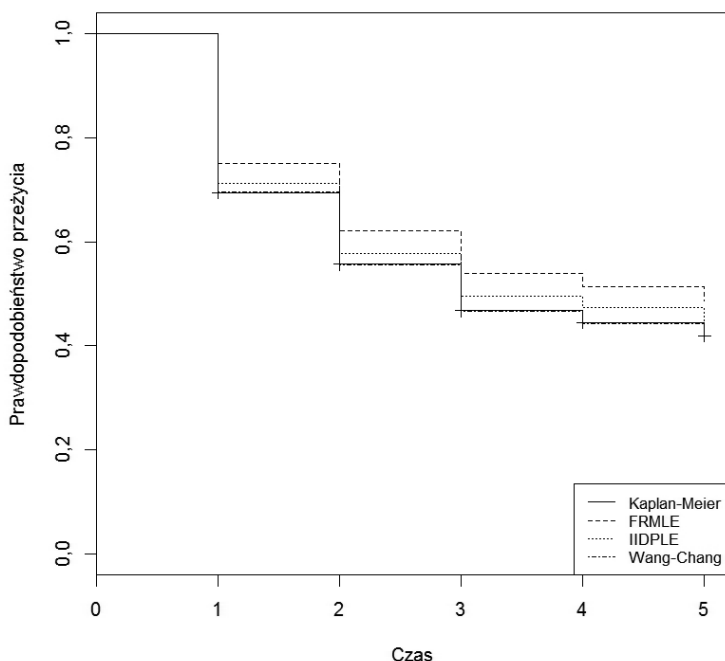
W tabeli 3 oraz na rysunku 6 przedstawiono wyniki oszacowania funkcji przeżycia poza sferą ubóstwa.

Tabela 3.

Funkcje przeżycia poza sferą ubóstwa

Liczba etapów od momentu rozpoczęcia okresu poza ubóstwem	Estymator			
	Kaplana-Meiera	Wanga-Changa	IIDPLE	FRMLE ($\alpha = 2755$)
1	0,694	0,696	0,712	0,750
2	0,557	0,555	0,578	0,621
3	0,468	0,466	0,495	0,538
4	0,444	0,443	0,473	0,515
5	0,420	0,418	0,447	0,487
Czas przeżycia: mediana	3	3	3	4
średnia	3,16	3,16	3,26	3,42

Źródło: obliczenia własne na podstawie (Rada Monitoringu Społecznego, 2013).



Rysunek 6. Krzywe przeżycia poza sferą ubóstwa

Źródło: jak tabela 3.

Oszacowane funkcje przeżycia wskazują, że ok. 70% gospodarstw domowych pozostaje poza sferą ubóstwa dwa lata lub dłużej (przerwy pomiędzy kolejnymi etapami badania trwały dwa lata), natomiast ponad 40% gospodarstw przeżywa poza sferą ubóstwa dziesięć lat lub dłużej. Najbardziej zbliżone oszacowania uzyskano za pomocą estymatora Wanga-Changa oraz estymatora Kaplana-Meiera analizującego jedynie pierwsze epizody. Jak można zauważyć, pomiędzy oszacowanymi funkcjami przeżycia dla powtarzających się epizodów występują różnice. Z powodu braku formalnych metod statystycznych sprawdzających założenie, że luki czasowe są i.i.d., Peña i inni (2001) zaproponowali, aby rozstrzygnąć tę kwestię stosując metodę graficzną. Uznali, że w przypadku, gdy krzywe przeżycia uzyskane za pomocą IIDPLE, FRMLE oraz Wanga-Changa są zgodne, założenie o niezależności i takich samych rozkładach jest prawdziwe. Na rysunku 6 największe rozbieżności występują pomiędzy oszacowaniami uzyskanymi za pomocą FRMLE a pozostałymi estymatorami, co sugeruje, że założenie i.i.d. nie jest prawdziwe. W praktyce oznacza to, że wnioski dotyczące przeżycia gospodarstw domowych poza sferą ubóstwa należy wyciągać, korzystając z modelu słabości gamma.

Dysponując oszacowanymi i zaprezentowanymi graficznie funkcjami przeżycia, można w łatwy sposób wyznaczyć zarówno medianę (punkt czasu, przy którym wartość funkcji przyjmuje 0,5), jak i średnią (pole pod krzywą przeżycia) czasu przeżycia poza sferą ubóstwa, co pozwoli w pełniejszy sposób zobrazować różnice i podobieństwa pomiędzy uzyskanymi wynikami. Można zauważyć, że obydwie miary przyjmują najwyższe wartości w przypadku FRMLE – średni czas przeżycia gospodarstw domowych poza sferą ubóstwa wynosi niecałe siedem lat oraz połowa gospodarstw przeżywa poza sferą ubóstwa co najwyżej osiem lat, a połowa co najmniej osiem lat. Mediany i średnie przyjmują takie same i jednocześnie najniższe wartości w przypadku estymatorów Kaplana-Meiera i Wanga-Changa.

Tabela 4 oraz rysunek 7 przedstawiają wyniki oszacowania funkcji przeżycia w sferze ubóstwa.

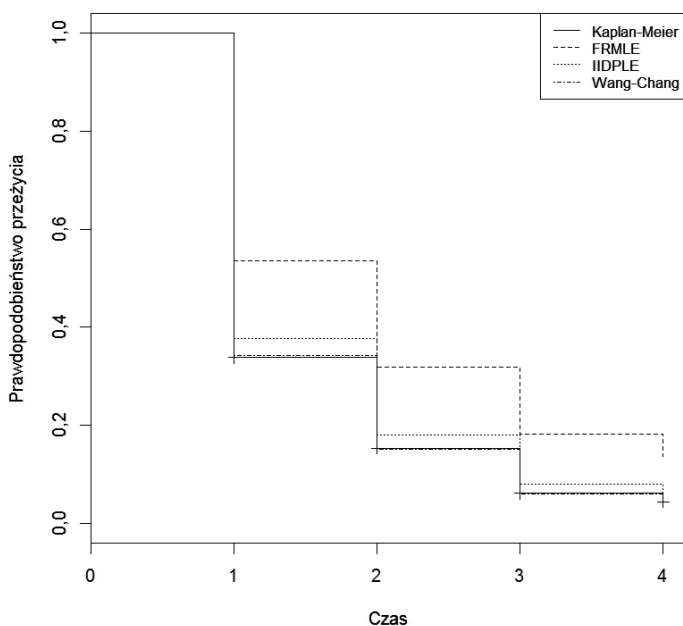
Tabela 4.

Funkcje przeżycia w sferze ubóstwa

Liczba etapów od momentu rozpoczęcia okresu ubóstwa	Estymator			
	Kaplana-Meiera	Wanga-Changa	IIDPLE	FRMLE ($\alpha = 2804$)
1	0,338	0,342	0,376	0,536
2	0,154	0,152	0,180	0,318
3	0,062	0,061	0,080	0,183
4	0,044	0,043	0,057	0,137
Czas przeżycia: mediana	1	1	1	2
średnia	1,55	1,56	1,64	2,04

Źródło: jak tabela 3.

W przypadku oszacowanych funkcji przeżycia w sferze ubóstwa występują duże różnice pomiędzy estymatorem FRMLE a estymatorami IIDPLE oraz Wanga-Changa (estymator Wanga-Changa ponownie dał rezultaty zbliżone do estymatora Kaplana-Meiera). Na tej podstawie można stwierdzić, że model i.i.d. nie jest odpowiedni w przypadku analizowanych danych. Uzyskane oszacowania za pomocą FRMLE pozwalają stwierdzić, że ponad 50% gospodarstw domowych pozostaje w sferze ubóstwa dwa lata lub dłużej, natomiast niecałe 14% gospodarstw przeżywa w sferze ubóstwa osiem lat lub dłużej.



Rysunek 7. Krzywe przeżycia w sferze ubóstwa
Źródło: jak tabela 3.

Podobnie jak w przypadku przeżycia poza sferą ubóstwa, średnie i mediany czasu przeżycia w sferze ubóstwa przyjęły najwyższe wartości w przypadku FRMLE – gospodarstwa spędzały średnio w sferze ubóstwa cztery lata oraz połowa gospodarstw przeżywała w ubóstwie nie mniej niż cztery lata, a połowa nie więcej niż cztery lata. Średnie i mediany czasu przeżycia przyjęły takie same wartości w przypadku estymatorów Kaplana-Meiera i Wanga-Changa, co potwierdza wcześniej sformułowane wnioski o zbliżonych oszacowaniach uzyskanych za pomocą tych estymatorów.

6. PODSUMOWANIE

W artykule zaprezentowano wyniki analizy czasu trwania gospodarstw domowych w sferze ubóstwa oraz w sferze poza ubóstwem. Wykorzystane w tym celu nieparametryczne estymatory funkcji przeżycia dla zdarzeń powtarzających się pozwoliły stwierdzić, że prawdopodobieństwo pozostania w sferze ubóstwa przez długi czas jest mniejsze niż w przypadku przeżycia poza sferą ubóstwa. Należy podkreślić, że zastosowane estymatory (Wanga-Changa, IIDPLE oraz FRMLE) dały odmienne wyniki. Szczególnie znacząca różnica występuje w przypadku przeżycia w sferze ubóstwa – oszacowania FRMLE są znacznie wyższe niż w przypadku pozostałych estymato-

rów, co sugeruje, że założenie o niezależności i takich samych rozkładach luk czasowych w obrębie gospodarstw domowych nie jest słuszne. Uzyskane wyniki należy jednak traktować ostrożnie. Wejście i wyjście ze sfery ubóstwa może pojawić się w dowolnym momencie, lecz dane panelowe są gromadzone w dyskretnych przedziałach czasu, stąd bardziej odpowiednie byłyby estymatory zakładające czas dyskretny, a nie ciągły jak w przypadku zastosowanych estymatorów. Należy zaznaczyć, że do dnia dzisiejszego nie zaproponowano estymatora dla zdarzeń powtarzających się dla danych o czasie dyskretnym, dlatego estymatory Wanga-Changa, IIDPLE i FRMLE są często stosowane w analizie tego typu danych (np. Gutiérrez i inni, 2011; Hollifield i inni, 2012).

Zgodnie z uwagą poczynioną we wstępie (Allison, 2010), analizę można ograniczyć jedynie do pierwszego epizodu, ponieważ liczba epizodów przypadająca na gospodarstwo domowe była mniejsza niż dwa. Wtedy właściwe są wyniki uzyskane za pomocą estymatora Kaplana-Meiera, które zarówno w przypadku czasu oczekiwania na wyjście, jak i wejście do sfery ubóstwa były najbardziej zbliżone do oszacowań uzyskanych estymatorem Wanga-Changa.

Przedmiotem kolejnych badań będzie analiza czasu trwania gospodarstw w sferze ubóstwa i poza ubóstwem z wykorzystaniem modeli Coxa (zakładających czas ciągły) oraz modeli logitowych (zakładających czas dyskretny). Analiza zostanie przeprowadzona zarówno dla pojedynczych epizodów (czas oczekiwania na pierwsze wejście i wyjście ze sfery ubóstwa), jak i dla powtarzających się zdarzeń.

Anna Sączewska-Piotrowska – Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach

LITERATURA

- Allison P. D., (2010), Survival Analysis, w: Hancock G. R., Mueller R. O., (red.), *The Reviewer's Guide to Quantitative Methods in the Social Sciences*, Routledge, New York, 423–424.
- Andriopoulou E., Tsakloglou P., (2011), The Determinants of Poverty Transitions in Europe and the Role of Duration Dependence, IZA Discussion Paper No. 5692, Bonn, Germany.
- Atkinson T., Cantillon B., Marlier E., Nolan B., (2002), *Social Indicators. The EU and Social Inclusion*, Oxford University Press, New York.
- Bane M. J., Ellwood D. T., (1986), Slipping Into and Out of Poverty: The Dynamics of Spells, *The Journal of Human Resources*, 21 (1), 1–23.
- Bieszk-Stolorz B., Markowicz I., (2012), *Modele regresji Coxa w analizie bezrobocia*, CeDeWu, Warszawa.
- Breslow N., Crowley J., (1974), A Large Sample Study of the Life Table and Product Limit Estimates Under Random Censorship, *Annals of Statistics*, 2 (3), 437–453.
- Callens M., Croux C., (2009), Poverty Dynamics in Europe. A Multilevel Discrete-Time Recurrent Hazard Analysis, *International Sociology*, 24 (3), 368–396.
- Collett D., (2003), *Modelling Survival Data in Medical Research*, Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, Florida.

- Fouarge D., Layte R., (2005), Welfare Regimes and Poverty Dynamics: The Duration and Recurrence of Poverty Spells in Europe, *Journal of Social Policy*, 34 (3), 407–426.
- Frątczak E., Gach-Ciepiela U., Babiker H., (2005), *Analiza historii zdarzeń. Elementy teorii, wybrane przykłady zastosowań*, SGH, Warszawa.
- González J. R., (2006), Inference for a General Class of Models for Recurrent Events with Application to Cancer Data, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, praca doktorska.
- González J. R., Peña E. A., (2003), Bootstrapping Median Survival with Recurrent Event Data, IX Conferencia Española de Biometría, A Coruña, 2003 May 28–30.
- González J. R., Peña E. A., (2004), Estimación no Paramétrica de la Función de Supervivencia Para Datos con Eventos Recurrentes, *Revista Española de Salud Pública*, 78 (2), 189–199.
- González J. R., Peña E. A., Strawderman R. L., (2015), Survrec: A Package for Survival Analysis for Recurrent Event Data, URL <http://CRAN.R-project.org/package=survrec>.
- Greenwood M., (1926), The Natural Duration of Cancer, *Reports of Public Health and Related Subjects*, Volume 33, Her Majesty's Stationery Office, London, 1–26.
- Gutiérrez E., Lozano S., González J. R., (2011), A Recurrent-Events Survival Analysis of the Duration of Olympic Records, *IMA Journal of Management Mathematics*, 22 (2), 115–128.
- Hagenaars A. J. M., de Vos K., (1988), The Definition and Measurement of Poverty, *The Journal of Human Resources*, 23 (2), 211–221.
- Hagenaars A. J. M., van Praag B. M. S., (1985), A Synthesis of Poverty Line Definitions, *Journal of the International Association for Research in Income and Wealth*, 31 (2), 139–154.
- Hollifield E., Treviño V., Zarn A., (2012), *A Survival Analysis of the Duration of Olympic Records*, arXiv:1207.6133 [stat.AP].
- Hosmer D. W., Lemeshow S., May S., (2008), *Applied Survival Analysis. Regression Modeling of Time-to-Event Data*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.
- Kaplan E. L., Meier P., (1958), Nonparametric Estimation From Incomplete Observations, *Journal of the American Statistical Association*, 53 (282), 457–481.
- Kelly P. J., Lim L. L.-Y., (2000), Survival Analysis for Recurrent Event Data: An Application to Childhood Infectious Diseases, *Statistics in Medicine*, 19 (1), 13–33.
- Kleinbaum D. G., Klein M., (2005), *Survival Analysis. A Self-Learning Text*, Springer, New York.
- Layte R., Fouarge D., (2004), The Dynamics of Income Poverty, w: Berthoud R., Iacovou M., (red.), *Social Europe: Living Standards and Welfare States*, Edward Elgar, Cheltenham, 202–224.
- Mills M., (2011), *Introducing Survival and Event History Analysis*, SAGE Publications, Los Angeles-London-New Delhi-Singapore-Washington DC.
- Panek T., (2011), *Ubóstwo, wykluczenie społeczne i nierówności. Teoria i praktyka pomiaru*, SGH, Warszawa.
- Panek T., Podgórski J., Szulc A., (1999), *Ubóstwo: teoria i praktyka pomiaru*, Monografie i Opracowania 453, SGH, Warszawa.
- Peña E. A., Strawderman R. L., Hollander M., (2001), Nonparametric Estimation with Recurrent Data, *Journal of the American Statistical Association*, 96 (456), 1299–1315.
- Peterson A. V., (1977), Expressing the Kaplan-Meier Estimator as a Function of Empirical Subsurvival Function, *Journal of the American Statistical Association*, 72 (360), 854–858.
- Rada Monitoringu Społecznego, (2013), Diagnoza społeczna 2000–2013: zintegrowana baza danych, <http://www.diagnoza.com> [29 października 2014 r.].
- R Development Core Team, (2015), R: A Language and Environment for Statistical Computing, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, URL <http://www.R-project.org>.
- Rodgers J. R., Rodgers J. L., (1993), Chronic Poverty in the United States, *The Journal of Human Resources*, 28 (1), 25–54.
- Stevens A. H., (1994), The Dynamics of Poverty Spells: Updating Bane and Ellwood, *American Economic Review*, 84 (2), 34–37.

- Stevens A. H., (1999), Climbing Out of Poverty, Falling Back in. Measuring the Persistence of Poverty Over Multiple Spells, *The Journal of Human Resources*, 34 (3), 557–588.
- Therneau T. M., Lumley T., (2015), Survival: A Package for Survival Analysis in S, R Package Version 2.37-7, URL <http://CRAN.R-project.org/package=survival>.
- Topińska I., (2008), Kierunki zmian w statystyce ubóstwa, w: Topińska I., (red.), J. Ciecieląg, A. Szukielojć-Bieńkuńska, *Pomiar ubóstwa. Zmiany koncepcji i ich znaczenie*, IPiSS, Warszawa, 8–26.
- Wang M.-C., Chang S.-H., (1999), Nonparametric Estimation of a Recurrent Survival Function, *Journal of the American Statistical Association*, 94 (445), 146–153.

BADANIE UBÓSTWA Z ZASTOSOWANIEM NIEPARAMETRYCZNEJ ESTYMACJI FUNKCJI PRZEŻYCIA DLA ZDARZEŃ POWTARZAJĄCYCH SIĘ

Streszczenie

W artykule przeprowadzono analizę czasu trwania gospodarstw domowych w sferze ubóstwa oraz w sferze poza ubóstwem. W tym celu wykorzystano estymatory funkcji przeżycia dla zdarzeń powtarzających się: estymator Wanga-Changa oraz dwa estymatory zaproponowane przez Peñę, Strawdermana i Hollandera (IIDPLE oraz FRMLE). Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że prawdopodobieństwo przeżycia gospodarstw domowych w sferze poza ubóstwem przez długi czas jest większe niż w przypadku przeżycia w sferze ubóstwa. Bazując na graficznej metodzie uznano, że najlepszym estymatorem funkcji przeżycia w sferze ubóstwa i w sferze poza ubóstwem jest FRMLE. Oznacza to, że założenie o niezależności i takich samych rozkładach czasów oczekiwania na wystąpienie kolejnych zdarzeń w obrębie gospodarstw domowych nie jest słuszne.

Słowa kluczowe: ubóstwo, funkcja przeżycia, zdarzenia powtarzające się, nieparametryczna estymacja

POVERTY STUDY USING NONPARAMETRIC ESTIMATION OF RECURRENT SURVIVAL FUNCTION

Abstract

The article analyses households' poverty and nonpoverty duration. For this purpose survival function estimators for recurrent events were used: Wang-Chang estimator and two estimators proposed by Peña, Strawderman and Hollander (IIDPLE and FRMLE). We can conclude that survival probability for a long time out of poverty is greater than in the case of survival in poverty. Based on the graphical method we can conclude that the best estimator of survival in poverty and out of poverty is FRMLE. It means that we cannot assume that interoccurrence times within households are independent and identically distributed.

Keywords: poverty, survival function, recurrent events, nonparametric estimation

MARCIN SALAMAGA

BADANIE KONKURENCYJNOŚCI HANDLU ZAGRANICZNEGO UJĘCIU DYNAMICZNYM NA PRZYKŁADZIE POLSKI

1. WPROWADZENIE

Rozwój handlu wewnątrzgałęziowego we współczesnym świecie można uznać za wyznacznik międzynarodowej konkurencyjności oraz otwartości gospodarek poszczególnych państw. Rosnące znaczenie tego rodzaju handlu zagranicznego zaowocowało rozwojem różnych metod pomiaru intensywności oraz struktury handlu wewnątrzgałęziowego. Są to przeważnie metody bazujące na odpowiednio skonstruowanych wskaźnikach odzwierciedlających rozmiary handlu wewnątrzgałęziowego. Jednym z bardziej znanych i najczęściej stosowanych w praktyce jest wskaźnik Grubela-Lloyda (1975). Wśród pozostałych mierników handlu wewnątrzgałęziowego na uwagę zasługują mierniki Aquino (1978), Brüharta (1994), Greenwaya i inni (1995), czy Fontagné'a i inni (1997). Nowe propozycje mierników handlu wewnątrzgałęziowego wynikają z nieustannie trwającej dyskusji naukowej nad sposobami definicji i pomiaru tego typu handlu. Jednocześnie wykazywane są mankamenty powyższych wskaźników. I tak np. wskaźnik Grubela-Lloyda (1975) ma tendencję do zaniżania znaczenia handlu wewnątrzgałęziowego, gdy w obrotach handlowych występuje nierównowaga, natomiast w konstrukcji wskaźnika Aquino (1978) zakłada się z kolei równomierny rozkład salda handlu zagranicznego między poszczególnymi gałęziami, co niekoniecznie ma miejsce w praktyce. Ponadto wskaźniki Grubela-Lloyda (1975), Aquino (1978), a także Brüharta (1994) nie pozwalają na wyodrębnienie różnych typów handlu wewnątrzgałęziowego (jak poziomy i pionowy handel wewnątrzgałęziowy¹). Z kolei operowanie wskaźnikami Greenwaya i inni (1995) czy Fontagné'a i inni (1997) może rodzić trudności m.in. w związku z brakiem ujednoliconej jednostki towarowej (wartość towarów jest przeliczana na jednostkę wagi, pojemności itd.). Wśród różnych propozycji pomiaru intensywności handlu wewnątrzgałęziowego pojawia się procedura Glejsera i inni (1979, 1982), która będzie przedmiotem rozważań w niniejszym artykule. Metoda ta nie znalazła szerszego wykorzystania

¹ Poziomy handel wewnątrzgałęziowy (ang. *horizontal intra-industry trade* – HIIT) polega na wymianie dóbr o zbliżonej jakości, natomiast pionowy handel wewnątrzgałęziowy (ang. *vertical intra-industry trade* – VIIT) dotyczy wymiany dóbr finalnych o różnej jakości lub dóbr finalnych i półproduktów należących do jednej branży gospodarczej (Salamaga, 2014).

w badaniach empirycznych prawdopodobnie z powodu niedostatecznego doposażenia jej w narzędzia statystyczno-ekonometryczne dające możliwość wnioskowania statystycznego i uogólniania otrzymanych wyników. Metoda Glejsera i inni (1979, 1982) jest oparta na wskaźnikach proeksportowej i proimportowej specjalizacji obliczonych dla poszczególnych gałęzi, jak i całej gospodarki. Istotą tej koncepcji jest założenie, że małe wartości wariancji tych wskaźników wskazują na wzrost znaczenia wymiany wewnątrzgałęziowej. Autorzy nie podali jednak wyraźnego kryterium, według którego wariancje można uznać za małe. Zaproponowali natomiast badanie istotności zmian zróżnicowania wskaźników proeksportowej i proimportowej specjalizacji za pomocą klasycznego testu F dla dwóch wariancji. Wydaje się jednak, że zaproponowane narzędzie badawcze nie jest wystarczające, zwłaszcza jeżeli podstawą do oceny zmian wariancji będzie szereg czasowy obejmujący znacznie więcej niż dwie obserwacje (wariancje). W takiej sytuacji bardziej adekwatnym postępowaniem byłoby określenie kierunku zmian wariancji w czasie, jak również intensywności tych zmian. W związku z powyższym w artykule zaproponowano rozszerzenie metody Glejsera i inni (1979, 1982) o narzędzia statystyczno-ekonometryczne. Z jednej strony będzie to badanie tendencji rozwojowej szeregów czasowych wskaźników proeksportowych i proimportowych za pomocą funkcji trendu, a z drugiej badanie kointegracji odpowiednich szeregów czasowych. Pozwoli to na ocenę zarówno kierunku zmian, dynamiki odpowiednich szeregów czasowych, jak i identyfikację konwergencji w proeksportowych i proimportowych procesach specjalizacji w handlu wewnątrzgałęziowym. Zmodyfikowana w ten sposób procedura Glejsera i inni (1979, 1982) zostanie zastosowana do badania intensywności handlu wewnątrzgałęziowego w Polsce w latach 2002–2014. Aby w szerszym zakresie zdiagnozować zdolność gospodarki do konkurowania w skali międzynarodowej, omawianą metodę zastosowano dla branż o różnym stopniu zaawansowania technologicznego. Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem pakietów komputerowych Gretl oraz Excel w oparciu o dane pochodzące z elektronicznych zasobów Eurostatu.

2. DOTYCHCZASOWE BADANIA HANDLU WEWNĄTRZGAŁĘZIOWEGO

W literaturze światowej badacze analizując specjalizację krajów w handlu wewnątrzgałęziowym, jak i zmiany w jej dynamice najczęściej wykorzystują wskaźnik Grubela-Lloyda (1975) i jego różne modyfikacje bądź wskaźniki Greenwaya i inni (1995). Przykłady takich badań można znaleźć m.in. w pracach Das (2009), Jambor (2014), Leitão, Faustino (2008), Rasekhi, Shojaee (2012). Trzeba podkreślić, że wynikowe rozmiary handlu wewnątrzgałęziowego obliczone za pomocą powyższych wskaźników zależą od przyjętego szczebla agregacji dóbr wyrażonego np. poziomem klasyfikacji SITC (ang. *Standard International Trade Classification*). Zastosowanie zbyt niskiego szczebla agregacji danych przeważnie powoduje zmniejszanie indeksów handlu wewnątrzgałęziowego, a przyjęcie zbyt wysokiego szczebla agregacji

może spowodować przeszacowanie rozmiarów tego typu handlu. Problem wyboru odpowiedniego poziomu agregacji danych stanowi od lat przedmiot dyskusji wśród ekonomistów (por. Lipsey, 1976; Cieślík, 2000).

Badania intensywności polskiego handlu wewnątrzgałęziowego obejmują jeszcze okres sprzed akcesji Polski do Unii Europejskiej. Od strony metodologicznej dominuje w nich również wykorzystanie wskaźnika Grubela-Lloyda (1975) oraz Greenwaya i inni (1995). Dodatkowo siłę konkurencyjności handlu wewnątrzgałęziowego mierzy się za pomocą wskaźników ujawnionej przewagi komparatywnej. Szerokie badania specjalizacji wewnątrzgałęziowej w okresie przed przystąpieniem Polski do UE prowadzili m.in. Baranowska i inni (1999) oraz Misala, Pluciński (2000). Wyniki ich badań wskazują na wyraźny trend wzrostowy specjalizacji wewnątrzgałęziowej w polskim handlu zagranicznym. Taką tendencję zidentyfikowano w różnych przekrojach struktury handlu zagranicznego, np. w grupie towarów rolno-spożywczych, przemysłowych, jak również w grupach towarów o różnym stopniu nasycenia czynnikami produkcji (produkty surowcochłonne, pracochłonne, kapitałochłonne, technologicznie-intensywne). Misala, Pluciński (2000) wykazali, że najwyższy poziom intensywności handlu wewnątrzgałęziowego między Polską i UE miał miejsce w obrotach towarami kapitałochłonnymi oraz pracochłonnymi. Ponadto pokazano, że pomimo braku ujawnionej przewagi komparatywnej w handlu dobrami technologicznie intensywnymi, Polska wykazywała relatywnie wysoki poziom specjalizacji w handlu wewnątrzgałęziowym takimi towarami. Z badań Misali, Plucińskiego (2000) wynika, że najwyższy poziom specjalizacji wewnątrzgałęziowej polski handel osiągnął wówczas w branżach samochodowej i wyrobów metalowych. Rosnący poziom specjalizacji handlu wewnątrzgałęziowego w latach 1992–1996 potwierdził również Cieślík (2000) posługując się analogiczną metodologią. Zwrócił on też uwagę, że poziom intensywności handlu wewnątrzgałęziowego może być różny w zależności, czy stosuje się podejście bilateralne (uwzględniające bilateralną wymianę handlową Polski z poszczególnymi krajami), czy też podejście multilateralne. Badania przedstawione w pracach Czarny, Śledziewskiej (2009) dowodzą dalszego wzrostu znaczenia handlu wewnątrzgałęziowego w okresie po wstąpieniu Polski do UE. Autorki wykorzystały w badaniach indeksy Grubela-Lloyda (1975) oraz Greenwaya i inni (1995), co umożliwiło wyróżnienie poziomego i pionowego handlu wewnątrzgałęziowego dobrami o wysokiej i niskiej jakości. Stosując te wskaźniki szczegółowej analizie poddano 21 sekcji CN². Zmiany w intensywności wewnątrzgałęziowego handlu zagranicznego krajów Grupy Wyszehradzkiej analizował również Molendowski (2014). Z jego badań także wynika, że w latach 2003–2012 utrzymywała się wysoka dynamika wzrostu udziału handlu wewnątrzgałęziowego w obrotach handlowych Polski z krajami UE. Reasumując, wyniki przytoczonych tu badań polskiego handlu zagranicznego są przeważnie zgodne.

² Scalona Nomenklatura Towarowa Handlu Zagranicznego (ang. *Combined Nomenclature*).

Zarówno polscy jak i zagraniczni badacze posługują się głównie wskaźnikami Grubela-Lloyda (1975) lub Greenwaya i inni (1995) i unikają stosowania innych metod w analizie intensywności handlu wewnątrzgałęziowego. W szczególności trudno znaleźć implementację wskaźnika Glejsera, chociaż jest on przytaczany w licznych pracach poświęconych metodom pomiaru handlu zagranicznego. Prawdopodobnie niedostatki metodologiczne tego podejścia, o których wspomniano w poprzednim punkcie, są przyczyną tej sytuacji. Propozycje uzupełnienia metody Glejsera i inni (1979, 1982) o narzędzia statystyczno-ekonometryczne przedstawione w niniejszym artykule mogą spopularyzować to podejście do pomiaru intensywności handlu wewnątrzgałęziowego.

3. METODA BADANIA DYNAMIKI I KIERUNKU INTENSYWNOSTCI HANDLU WEWNĄTRZGAŁĘZIOWEGO

W badaniu intensywności handlu wewnątrzgałęziowego wykorzystano procedurę Glejsera i inni (1979, 1982). Bazuje ona na wyznaczeniu wskaźników proeksportowej i proimportowej specjalizacji poszczególnych gałęzi badanego kraju (lub grupy krajów). Wskaźniki te są obliczane na podstawie wzorów:

$$a_i = \log \left(\frac{X_i}{X} : \frac{X_{gi}}{X_g} \right), \quad (1)$$

$$b_i = \log \left(\frac{M_i}{M} : \frac{M_{gi}}{M_g} \right), \quad (2)$$

gdzie:

- a_i – wskaźnik intensywności eksportu w odniesieniu w i -tej gałęzi,
- b_i – wskaźnik intensywności importu w odniesieniu w i -tej gałęzi,
- X – globalna wartość eksportu badanego kraju (na rynek światowy lub do wybranej grupy krajów),
- X_i – wartość eksportu analizowanego kraju w i -tej gałęzi,
- X_{gi} – wartość światowego eksportu (lub eksportu wybranej grupy krajów) do wyróżnionego kraju w i -tej gałęzi,
- X_g – wartość globalnego eksportu światowego (lub eksportu wybranej grupy krajów),
- M – globalna wartość importu badanego kraju (z rynku światowego lub z wybranej grupy krajów),
- M_i – wartość importu analizowanego kraju w i -tej gałęzi,
- M_{gi} – wartość światowego importu (lub importu wybranej grupy krajów) do wyróżnionego kraju w i -tej gałęzi,
- M_g – wartość globalnego importu światowego (lub importu wybranej grupy krajów).

Zgodnie z metodą Glejsera i inni (1979, 1982) o intensywności handlu wewnątrzgałęziowego nie decydują same wartości wskaźników a_i oraz b_i lecz ich zróżnicowanie mierzone wariancjami. Im niższy poziom wariancji $S_{a_i}^2$ oraz $S_{b_i}^2$, tym wyższy poziom specjalizacji kraju w handlu wewnątrzgałęziowym. Za pewien mankament prezentowanej metody pomiaru intensywności handlu wewnątrzgałęziowego należy uznać fakt, że jej autorzy nie wskazali odpowiedniego narzędzia statystycznego do badania zmian poziomów obu rodzajów wariancji w aspekcie dynamicznym. W niniejszym artykule przedstawiono postępowanie, które pomoże usunąć tę wadę. Jest ono oparte z jednej strony na badaniu tendencji rozwojowej kształtowania się wariancji wskaźników proeksportowej i proimportowej intensywności handlu wewnątrzgałęziowego, a z drugiej zaś strony na badaniu kointegracji odpowiednich szeregów czasowych wariancji.

W celu wyodrębnienia tendencji rozwojowej szeregów czasowych $S_{a_i}^2$ oraz $S_{b_i}^2$ można posłużyć się analitycznymi metodami wyznaczania trendu dla wariancji obu rodzajów wskaźników. Należy przyjąć, że malejące i statystycznie istotne funkcje trendu w szeregach czasowych wskazują na wzrost poziomu specjalizacji zarówno w eksporcie, jak i imporcie, a więc na wzrost znaczenia dwustronnego handlu wewnątrzgałęziowego. Niezgodne kierunki odpowiednich trendów (tj. trend malejący i rosnący) mogą oznaczać z kolei wzrost znaczenia handlu wewnątrzgałęziowego, ale tylko w aspekcie nastawienia wyłącznie na eksport lub na import. Zgodne i dodatnie kierunki zmian tendencji rozwojowych w rozważanych szeregach czasowych oznaczają spadek znaczenia dwustronnego handlu wewnątrzgałęziowego. Naturalnie dobór rodzaju teoretycznej funkcji trendu będzie zależał od przebiegu odpowiednich szeregów czasowych. Wstępna analiza danych empirycznych wykonana przez autora pokazała, że w szeregach czasowych złożonych z obserwacji rocznych najczęściej daje się wyodrębnić trend paraboliczny.

W związku z tym kierunek i dynamikę zmian intensywności wewnątrzgałęziowego handlu zagranicznego badano za pomocą kwadratowej funkcja trendu (Zeliaś, 1996):

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \varepsilon_t, \quad (3)$$

gdzie: Y_t – zmienna objaśniana (wariancja wskaźnika specjalizacji handlu), t – zmienna czasowa ($t = 1, 2, \dots, n$).

Kierunek zmian zjawiska określany na podstawie modelu (3) zależy od znaku oceny parametru α_2 oraz położenia odciętej teoretycznego wierzchołka paraboli obliczonej na podstawie oszacowanej funkcji trendu $\hat{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ (por. tabela 1).

Tabela 1.

Kierunek zmian intensywności handlu wewnątrzgałęziowego
na podstawie parabolicznej funkcji trendu

Znak parametru a_2	Obszar zmiennej t	Trend zmiennej Y_t
Dodatni	$t < -\frac{a_1}{2a_0}$	malejący
Dodatni	$t > -\frac{a_1}{2a_0}$	rosnący
Ujemny	$t < -\frac{a_1}{2a_0}$	rosnący
Ujemny	$t > -\frac{a_1}{2a_0}$	malejący

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z Eurostatu.

O dynamice zmian zmiennej Y_t rozpatrywanej w oparciu o model (3) przesądza z kolei wartość bezwzględna oceny parametru a_2 : im jest ona większa, tym dynamika zmian jest wyższa i odwrotnie. Ważnym uzupełnieniem analizy tendencji rozwojowej procesów specjalizacji handlu wewnątrzgałęziowego będzie analiza konwergencji tych procesów. Teoretyczna strona przedmiotowej analizy zostanie opisana w kolejnym punkcie artykułu.

4. METODA BADANIA KONWERGENCJI W PROEKSPORTOWYCH I PROIMPORTOWYCH PROCESACH SPECJALIZACJI W HANDLU WEWNĄTRZGAŁĘZIOWYM

Podobieństwo dwóch szeregów czasowych można analizować w aspekcie współtendencji (ang. *co-trending*) lub w aspekcie ich kointegracji.

Ten drugi aspekt pozwala na badanie zjawiska konwergencji procesów proeksportowej i proimportowej specjalizacji w handlu zagranicznym. Konwergencja jest tu rozumiana jako upodabnianie się procesów specjalizacji proeksportowej i proimportowej poszczególnych gałęzi gospodarki, jak i całej gospodarki. W sytuacji, gdy konwergencji towarzyszy malejący trend w kształtowaniu się wariacji, wówczas mamy do czynienia z równomiernym wzrostem poziomu konkurencyjności gospodarki na rynku międzynarodowym, jak i na rynku wewnętrznym. Zewnętrzna i wewnętrzna zdolność konkurencyjna w zakresie sprzedaży dóbr i usług powinna wówczas rosnąć równomiernie.

Jednym ze sposobów identyfikacji zjawiska konwergencji w ekonomii dla danych o odpowiednio dużej częstotliwości jest badanie kointegracji procesów stochastycznych generujących zmienne ekonomiczne. Odpowiednio duża podaż danych dotyczących importu i eksportu stwarza również możliwość zastosowania podobnego

podejścia w niniejszym artykule. Przedmiotem analizy będą szeregi czasowe wariacji proeksportowych i proimportowych wskaźników Glejsera wyznaczonych zgodnie z procedurą przedstawioną w punkcie 3.

Intensywność proeksportowa i proimportowa handlu wewnątrzgałęziowego i proces ich konwergencji będą analizowane w odniesieniu do każdej z branż o różnym stopniu zaawansowania technologicznego, a mianowicie: branży wysokich technologii, średnio wysokich technologii, średnio niskich technologii i niskich technologii³. Pozwoli to na lepsze zdiagnozowanie zdolności do konkutowania w skali międzynarodowej gospodarki jako całości oraz na ocenę pozycji konkurencyjnej poszczególnych branż o różnym stopniu innowacyjności. Zbieżność procesów proeksportowej i proimportowej specjalizacji zostanie zbadana za pomocą testu kointegracji szeregów czasowych. Skointegrowanie zmiennych oznacza, że są one w stanie długookresowej równowagi, co implikuje pojawianie się krótkookresowej reakcji dostosowawczej w sytuacji, gdy zmienność zmiennej objaśnianej przestaje się dostosowywać do zmienności zmiennej objaśniającej. Do skointegrowania dwóch procesów stochastycznych X_t , Y_t stopnia d , b ($0 < b \leq d$), czyli aby X_t , $Y_t \sim CI(d, b)$ koniecznej jest spełnienie następujących warunków (Osińska i inni, 2007):

1. procesy powinny być zintegrowane⁴ tego stopnia d ,
2. musi istnieć kombinacja liniowa tych procesów utożsamiana ze składnikiem losowym taka, że $(Y_t - \beta X_t) \sim I(d-b)$, gdzie β jest niezerowym wektorem kointegrującym.

W praktyce najczęściej mamy do czynienia z kointegracją typu $CI(1, 1)$. W takiej sytuacji o wektorze $[X_t, Y_t]$, którego każda składowa jest zintegrowana w stopniu pierwszym ($X_t \sim I(1)$ i $Y_t \sim I(1)$), mówimy, że jest skointegrowany, jeśli istnieje niezerowy wektor kointegrujący β , taki że $(Y_t - \beta X_t) \sim I(0)$.

W diagnozowaniu kointegracji stosuje się najczęściej procedurę Engle'a, Grangera (1987), test maksymalnej wartości własnej oraz test śladu Johansena (Johansen 1991, 1992).

W niniejszym artykule do identyfikacji kointegracji szeregów czasowych zastosowano metodę Engle'a, Grangera (1987). Chociaż jedynie niewielki fragment tej

³ Wyróżnione branże odpowiadają klasyfikacji towarów OECD z 1995 r. według intensywności technologicznej odzwierciedlającej poziom nakładów na badania naukowe i rozwój. Zgodnie z przedmiotową klasyfikacją rozróżnia się cztery grupy dóbr:

- dobra wysokich technologii, jak statki powietrzne, urządzenia elektroniczne, sprzęt optyczny, farmaceutyki,
- dobra średnio wysokich technologii, jak pojazdy mechaniczne i inne środki transportu, urządzenia elektryczne, wyroby chemiczne,
- dobra średnio niskich technologii, jak wyroby metalowe, gumowe, tworzywa sztuczne, niemetalowe produkty mineralne, metale żelazne, metale nieżelazne,
- dobra niskich technologii, jak wyroby papiernicze, tekstylne, skórzan, odzież, żywność, napoje, drewno.

⁴ Warunkiem koniecznym zintegrowania szeregu czasowego Y_t w stopniu d ($Y_t \sim I(d)$) jest to, aby po d -krotnym użyciu operatora przyrostowego szereg ten był sprowadzony do stacjonarności.

procedury (test Engle’a, Grangera) ma charakter diagnostyczny, to jednak jest ona wystarczająca do identyfikacji prostej kointegracji $CI(1, 1)$ z jedną bazową relacją kointegrującą (a taka potwierdzona została w prowadzonych badaniach). Procedura Engle’a, Grangera (1987) ma charakter dwustopniowy i jest powiązana z szacowaniem parametrów modelu korekty błędem. W przypadku badania kointegracji dwóch zintegrowanych szeregów tego samego stopnia (np. $X_t \sim I(1)$ i $Y_t \sim I(1)$) w pierwszym etapie za pomocą metody najmniejszych kwadratów szacowane jest równanie regresji jednej zmiennej względem pozostałej zmiennej:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + e_t. \quad (4)$$

Kolejnym krokiem jest obliczenie reszt na podstawie oszacowanego modelu (4) i testowanie stacjonarności reszt w tym modelu. Do badania stopnia zintegrowania reszt można wykorzystać test Dickey’a Fullera (test DF)⁵. Test ten zostanie tu krótko opisany za Osińską i in. (2007).

Test DF można stosować w warunkach braku autokorelacji w składniku resztowym modelu szeregu czasowego Y_t . Przyjmując, że model pierwszych przyrostów szeregu czasowego ma postać:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + u_t, \quad (5)$$

testowaniu poddaje się następujący zestaw hipotez: $H_0: \delta = 0$ i $H_1: \delta < 0$. Hipoteza zerowa głosi brak stacjonarności, co oznacza zintegrowanie procesu w stopniu pierwszym ($Y_t \sim I(1)$). Hipoteza alternatywna zakłada stacjonarność – zatem zintegrowanie procesu w stopniu zero ($Y_t \sim I(0)$). Statystyka testu Dickey’a-Fullera ma postać (Osińska i inni, 2007):

$$DF = \frac{\hat{\delta}}{D(\hat{\delta})}, \quad (6)$$

gdzie: $\hat{\delta}$ – ocena parametru równania (5), $D(\hat{\delta})$ – średni błąd oszacowania parametru $\hat{\delta}$.

Sprawdzian testu (6) przy założeniu prawdziwości H_0 ma niestandardowy rozkład asymetryczny z ujemną wartością oczekiwaną. Wartości krytyczne w rozkładzie DF można wygenerować za pomocą symulacji Monte Carlo. Empiryczną wartość sprawdzianu testu (6) porównuje się z wartością krytyczną DF_α odczytaną z odpowiednich tablic testu Dickey’a-Fullera. Jeśli $DF < DF_\alpha$, to hipoteza zerowa zostaje odrzucona i twierdzimy, że $Y_t \sim I(0)$. W przeciwnym wypadku brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, co oznacza zintegrowanie szeregu w stopniu co najmniej pierw-

⁵ Badanie stopnia zintegrowania reszt można również przeprowadzić za pomocą innych testów, np. testu KPSS.

szym. W tej sytuacji odpowiednie hipotezy statystyczne zakładające zintegrowanie procesu w stopniu drugim (H_0) i pierwszym (H_1) są poddawane dalszemu testowaniu w odniesieniu do modelu drugich przyrostów szeregu czasowego. Procedura się kończy w momencie odrzucenia H_0 . Brak podstaw do odrzucenia H_0 implikuje konieczność weryfikacji wyższych stopni zintegrowania szeregu czasowego Y_t .

W sytuacji występowania autokorelacji reszt stosowany jest z kolei rozszerzony test Dickey'a Fullera (test ADF). W tym przypadku podstawą do badania stopnia zintegrowania szeregu czasowego jest równanie:

$$\Delta y_t = \delta y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \Delta y_{t-i} + u_t. \quad (7)$$

Jeśli więc testując stopień zintegrowania reszt z modelu (4) odrzucimy H_0 : $\delta = 0$, to proces resztowy jest stacjonarny, tzn. $e_t \sim I(0)$. W takiej sytuacji przy jednoczesnym spełnieniu warunków $X_t \sim I(1)$ i $Y_t \sim I(1)$, równanie (4) można uznać za regresję kointegrującą opisującą długookresową równowagę pomiędzy procesami X_t i Y_t . Potwierdzenie kointegracji szeregów czasowych pozwala na oszacowanie modelu krótkookresowych zależności zawierającego mechanizm korekty błędem, poprzez który następuje dostosowanie się zmiennej objaśnianej do relacji długookresowej (ECM – ang. *error correction mechanism*):

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta X_t + \gamma ECT_{t-1} + \xi_t, \quad (8)$$

gdzie ECT (ang. *error correction term*) jest składnikiem korekty błędem reprezentującym relację długookresową w okresie $t-1$.

Występowanie autokorelacji reszt w równaniu (8) będzie wymagało jego modyfikacji poprzez uwzględnienie w nim opóźnionych przyrostów zmiennych X_t i Y_t .

Przedstawione narzędzia badawcze w połączeniu z koncepcją Glejsera i inni (1979, 1982) stwarzają mechanizm badania dynamicznego aspektu zmian intensywności handlu zagranicznego. Zaproponowany sposób postępowania pozwala na ocenę kierunku, dynamiki zmian oraz umożliwia wykrycie ewentualnej konwergencji w proeksportowych i proimportowych procesach specjalizacji w handlu wewnątrzgałęziowym.

5. WYNIKI BADANIA EMPIRYCZNEGO

Analizując przebieg szeregów czasowych wariacji wskaźników proeksportowych i proimportowych obliczonych w ujęciu rocznym dla branż o różnym stopniu zaawansowania technologicznego zdecydowano się na ich wyjaśnienie za pomocą funkcji trendu kwadratowego (3). Dokonując wyboru takiej funkcji kierowano się dobrym odzwierciedleniem przez nią nieliniowych tendencji w kształtowaniu się wariacji

wskaźników specjalizacji handlu wewnątrzgałęziowego, dużą elastycznością modelu wynikającą z obecności trzech parametrów oraz istotnością statystyczną parametrów szacowanego modelu. W tabeli 2 przedstawiono oceny parametrów kwadratowej funkcji trendu (3) oszacowanej dla wskaźników proeksportowej i proimportowej intensywności handlu zagranicznego w każdej z czterech wyróżnionych branż gospodarki. W nawiasach pod ocenami parametrów znajdują się *p-value*, natomiast ostatnia kolumna tabeli zawiera współczynniki determinacji.

Tabela 2.

Oceny parametrów modelu trendu parabolicznego dla wariacji wskaźników proeksportowych i proimportowych według branż o różnym stopniu zaawansowania technologicznego

Branża	Kierunek handlu	Oznaczenie zmiennej	Oceny parametrów			R ²
			a ₀	a ₁	a ₂	
Niskich technologii (LT)	eksport	<i>LTE_x</i>	0,8878 (0,0000)	-0,1476 (0,0002)	0,0088 (0,0006)	0,8025
	import	<i>LTIm</i>	0,5365 (0,0000)	-0,0865 (0,0051)	0,0046 (0,0211)	0,7970
Średnio niskich technologii (MLT)	eksport	<i>MLTE_x</i>	0,7841 (0,0000)	-0,0579 (0,1459)	0,0028 (0,0011)	0,7828
	import	<i>MLTIm</i>	0,5074 (0,0000)	-0,0987 (0,0678)	0,0022 (0,0169)	0,6602
Średnio wysokich technologii (MHT)	eksport	<i>MHTE_x</i>	0,2071 (0,0044)	0,0152 (0,4319)	-0,0005 (0,1294)	0,6523
	import	<i>MHTIm</i>	0,0679 (0,0028)	0,0202 (0,0993)	-0,0007 (0,0144)	0,5432
Wysokich technologii (HT)	eksport	<i>HTE_x</i>	0,3232 (0,4049)	-0,0400 (0,0253)	-0,0011 (0,0531)	0,4204
	import	<i>HTIm</i>	0,0699 (0,0044)	0,0053 (0,0297)	-0,0004 (0,0878)	0,4341

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z Eurostatu.

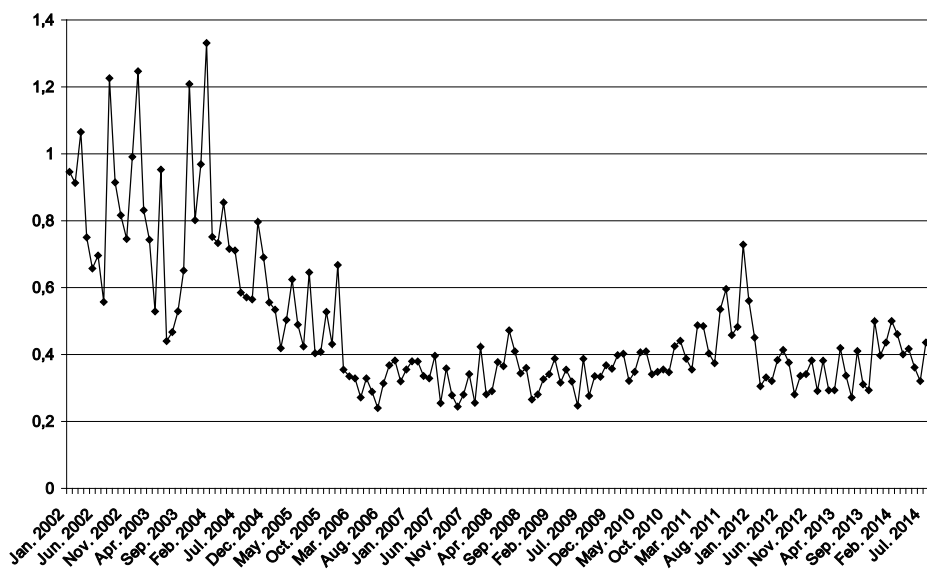
Na podstawie tabeli 2 można stwierdzić, że oszacowane modele trendu wykazują co najmniej dobre dopasowanie do danych empirycznych, a ich parametry są na ogół statystycznie istotne. Aby opisać kształtowanie się tendencji rozwojowej badanego zjawiska obliczono dodatkowo teoretyczną wartość odciętej wierzchołka każdej z paraboli reprezentowanej przez funkcję trendu kwadratowego. Interpretacja kierunku i dynamiki zmian wariacji wskaźników specjalizacji odnosi się do przedziałów czasowych wyodrębnionych zgodnie z tabelą 1.

Analizując znaki ocen parametrów α_2 oraz lokalizację wierzchołka paraboli na osi czasu, należy stwierdzić, że w przypadku branż niskich technologii, jak i branż średnio niskich technologii wariancje proeksportowych i proimportowych wskaźników handlu zagranicznego zmniejszały się przez większą część badanego okresu. Z kolei w branżach średnio wysokich oraz wysokich technologii można zaobserwować najczęściej systematyczny wzrost wariancji $S_{a_i}^2$ i $S_{b_i}^2$ w całym badanym okresie (jedynie w przypadku zmiennej *HTIm* miał miejsce spadek wariancji proeksportowych wskaźników). Wyniki te dowodzą, że w badanym okresie nastąpiła poprawa specjalizacji polskiego handlu wewnątrzgałęziowego towarami o niewielkim oraz przeciętnym wkładzie postępu technologicznego, a także świadczą o pogarszaniu się specjalizacji w handlu wewnątrzgałęziowym towarami ze średnią i częściowo wysoką dozą postępu technologicznego.

Na podstawie wartości bezwzględnej oceny parametru α_2 można również porównać dynamikę zmian zróżnicowania intensywności handlu wewnątrzgałęziowego w różnych branżach. Najsilniejszą dynamikę zmian zaobserwowano w szeregu czasowym wariancji obu rodzajów wskaźników w branży niskich technologii. Najwolniej zmieniały się z kolei wartości wariancji wskaźników proimportowych w branżach wysokich technologii oraz wskaźników proeksportowych w branżach średnio wysokich technologii. Warto zauważyć, że parametr α_2 w modelach opisujących zmienne *HTIm*, *MHTE* nie jest istotny statystycznie (na poziomie istotności 0,05), dlatego też do wniosków odnoszących się do dynamiki zmian w przypadku tych zmiennych należy podchodzić z pewną ostrożnością. Analizując otrzymane wyniki można więc stwierdzić, że konkurencyjność polskiej gospodarki osiągnęła najwyższą dynamikę wzrostu w zakresie handlu towarami z niskim udziałem postępu technologicznego. Wobec pogarszania się konkurencyjności gospodarki w zakresie handlu towarami z wysokim poziomem zaangażowania technologicznego „optymistyczny” może być fakt, że proces ten postępuje wolno.

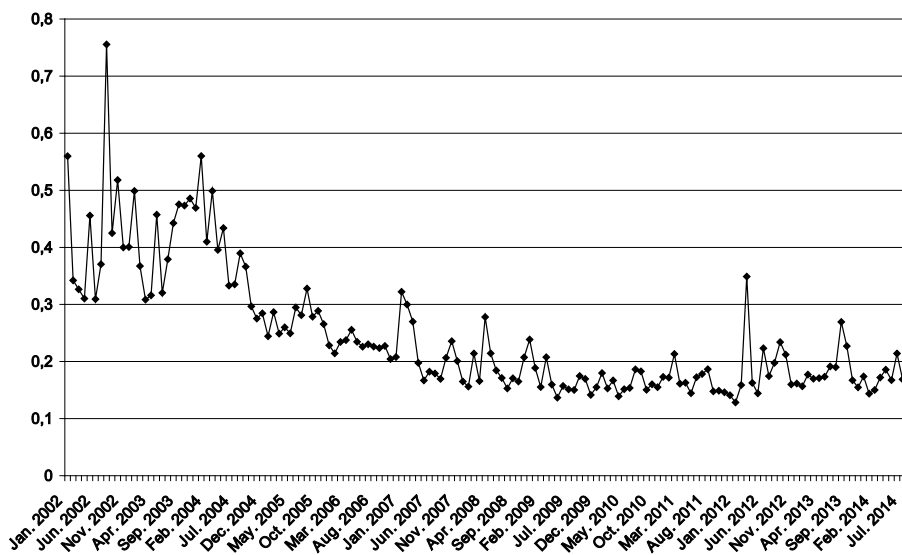
W większości analizowanych branż obserwujemy podobny charakter i dynamikę zmian w szeregach czasowych wariancji wskaźników proeksportowych i proimportowych. Bliższa analiza przebiegu miesięcznych szeregów czasowych obu rodzajów tych wskaźników sugeruje możliwość ich skointegrowania. Na rys. 1 i 2 zobrazowano przykładowe szeregi czasowe z miesięczną częstotliwością danych dla branży niskich technologii. Zbadanie zjawiska kointegracji umożliwi wnioskowanie w zakresie konwergencji proeksportowej i proimportowej specjalizacji w handlu wewnątrzgałęziowym w każdej branży. W testowaniu kointegracji szeregów czasowych posłużono się procedurą Engle’a, Grangera (1987).

W pierwszej kolejności zbadano stopień zintegrowania szeregów czasowych w każdej z czterech branż. Wyniki testów Dickeya-Fullera lub rozszerzonego testu Dickeya-Fullera (w przypadku występowania autokorelacji) przedstawiono w tabeli 3. Występowanie autokorelacji w szeregach czasowych badano za pomocą testu mnożnika Lagrange’a (LM).



Rysunek 1. Szereg czasowy wariancji wskaźników proeksportowych w branży niskich technologii (LTEx)

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z Eurostatu.



Rysunek 2. Szereg czasowy wariancji wskaźników proimportowych w branży niskich technologii (LTIm)

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z Eurostatu.

Tabela 3.

Wyniki badania zintegrowania szeregów czasowych wskaźników intensywności handlu wewnątrzgałęziowego dla branż o różnym stopniu zaawansowania technologicznego

Branża	Kierunek handlu	Symbol zmiennej	Oryginalna zmienna		Pierwsze przyrosty		Stopień integracji
			test DF* (ADF)	test LM	test DF (ADF)	test LM	
Niskich technologii	eksport	<i>LTE_x</i>	-1,0499	3,7304	-3,3267	0,7897	1
	import	<i>LTIm</i>	-1,3337	3,5609	-5,2459	1,6103	1
Średnio niskich technologii	eksport	<i>MLTE_x</i>	-0,9835	10,3131	-5,1721	6,8290	1
	import	<i>MLTIm</i>	-1,3703	3,8108	-3,8870	1,8504	1
Średnio wysokich technologii	eksport	<i>MHTEx</i>	-2,3143	2,0485	-10,105	0,9193	0
	import	<i>MHTIm</i>	-0,2482	18,2152	-4,1159	7,4393	1
Wysokich technologii	eksport	<i>HTE_x</i>	-3,7848	3,8127	-8,7943	1,5321	0
	import	<i>HTIm</i>	-4,2806	10,8753	-9,4998	6,6699	0

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych z Eurostatu. * Wartość krytyczna statystyki *DF* dla poziomu istotności 0,05 wynosi⁶ -1,94.

Z tabeli 3 wynika, że przy testowaniu stopnia zintegrowania szeregów czasowych zmiennych *MLTE_x*, *MHTIm* i *HTIm* stwierdzono występowanie istotnej autokorelacji reszt rzędu pierwszego (wartości statystyki LM są większe od odpowiedniej wartości krytycznej statystyki χ^2 dla oryginalnych zmiennych, jak i ich pierwszych przyrostów) i w tych przypadkach zastosowano test ADF. W pozostałych przypadkach skorzystano z testu DF. Wyniki obu testów wskazują, że szeregi czasowe zmiennych *MHTEx*, *HTE_x* oraz *HTIm* są stacjonarne, tzn. zintegrowane w stopniu 0. W przypadku pozostałych zmiennych stacjonarne są dopiero szeregi pierwszych przyrostów. Zatem szeregi czasowe zmiennych *LTE_x*, *LTIm*, *MLTE_x*, *MLTIm* oraz *MHTIm* są zintegrowane w stopniu pierwszym. W kolejnym kroku dla każdej branży oszacowano równanie długookresowe (4), w którym zmienną objaśnianą jest zmienna reprezentująca wskaźniki proimportowe⁷, a zmienną objaśniającą – zmienna reprezentująca wskaźniki proeksportowe, a następnie zbadano stopień zintegrowania reszt każdego modelu. Odpowiednie wyniki zamieszczono w tabeli 4. Oceny parametrów modelu (4) są na ogół statystycznie istotne, a współczynniki determinacji wskazują na dość dobre dopasowanie oszacowanych modeli do danych empirycznych. Na podstawie wyników testu Durбина-Watsona można stwierdzić, że autokorelacja reszt

⁶ Źródło: Davidson, MacKinnon (1993).

⁷ Kierunek oddziaływania pomiędzy zmiennymi ustalono zgodnie z założeniem, że import towarów może być finansowany wpływami z eksportu.

Dopasowanie modelu (9) do danych empirycznych jest dość dobre (współczynnik determinacji wskazuje, ok. 72% zmienności przyrostów zmiennej $LTIm$ zostało wyjaśnione w modelu zmiennością regresorów), natomiast wartość statystyki DW równa 2,179 oznacza, że nie występuje autokorelacja reszt. Z równania (9) wynika, że wzrost o jednostkę pierwszej różnicy wartości wskaźników proeksportowych towarów o niskim zaawansowaniu technologicznym spowoduje wzrost pierwszych przyrostów wartości wskaźników proimportowych tego typu towarów średnio o ok. 0,2296 jednostek *ceteris paribus*. Ocena parametru γ w modelu (9) jest ujemna i statystycznie istotna, co oznacza dochodzenie do stanu równowagi między proeksportową i proimportową częścią handlu wewnątrzgałęziowego, przy czym ok. 4,52% nierównowagi od długookresowej ścieżki zostało skorygowane w procesie dostosowań w latach 2002–2014. W branży o średnio-niskich technologiach analogiczny model ma postać:

$$\Delta MLTIm_t = \underset{(0,943)}{-0,0006} + \underset{(0,0280)}{0,1027} \Delta MLTEx_t - \underset{(0,0000)}{0,07882} ECT_{t-1} + \hat{\xi}_t. \quad (10)$$

Model (10) jest umiarkowanie dobrze dopasowany do danych, a jego reszty nie wykazują autokorelacji ($R^2 = 0,685$, $DW = 2,043$). Na podstawie ocen parametru stojącego przy zmiennej $\Delta MLTEx_t$ można stwierdzić, że jednostkowy przyrost pierwszej różnicy wskaźników proeksportowych dla towarów o średnio niskim zaawansowaniu technologicznym spowoduje wzrost pierwszych przyrostów wartości wskaźników proimportowych takich towarów średnio o ok. 0,1027 jednostki *ceteris paribus*. Ujemna i statystycznie istotna wartość parametru stojącego przy zmiennej ECT_{t-1} w modelu (10) świadczy o dochodzeniu do stanu równowagi między specjalizacją eksportową i importową produktów o średnio-niskim zaawansowaniu technologicznym.

5. PODSUMOWANIE

Przedstawione wyniki badań pozwalają stwierdzić, że w branży niskich technologii oraz średnio niskich technologii polskiej gospodarki dominuje spadkowy trend wskaźników proeksportowych i proimportowych połączony z kointegracją odpowiednich szeregów czasowych tych wskaźników. Dodatkowo dynamika zmian przedmiotowych wskaźników w wymienionych branżach jest wyższa niż w branżach wysokich i średnio wysokich technologii. Może to wskazywać na względnie szybki proces postępującej specjalizacji handlu wewnątrzgałęziowego w branżach niskich oraz średnio niskich technologii. W branżach średnio wysokich oraz wysokich technologii dominuje trend wzrostowy, a pomiędzy szeregami wskaźników obu rodzajów nie wykryto kointegracji. Oznacza to występowanie tendencji do obniżania się specjalizacji handlu wewnątrzgałęziowego w przedmiotowych branżach, a tym samym na pogarszanie się konkurencyjności międzynarodowej gospodarki w zakresie dóbr

co najmniej średnio zaawansowanych technologicznie. Dodatkowo brak kointegracji w branżach średnio wysokich i wysokich technologii wskazuje, że procesy zamian w zakresie konkurencyjności międzynarodowej w każdej z tych dwóch branż przebiegają w odmienny sposób na rynku krajowym i rynku zagranicznym. Finalny wniosek wynikający z badania intensywności handlu wewnątrzgałęziowego dla polskiej gospodarki jest więc umiarkowanie optymistyczny: gospodarka Polski posiada rosnącą zdolność w sprzedaży dóbr o nieznacznym zaawansowaniu technologicznym, natomiast jej konkurencyjność w sprzedaży towarów z wysokim wkładem postępu technologicznego jest słaba. Do przedstawionych wyników badań należy podchodzić z pewną dozą ostrożności ze względu na ograniczenia samej metody Glejsera i inni (1979, 1982). Najważniejszymi mankamentami przedmiotowej procedury są nieuwzględnienie wewnętrznej struktury handlu wewnątrzgałęziowego, jak i słabe odzwierciedlenie zmian strukturalnych w gospodarce światowej i krajowej (np. zmian koniunkturalnych i instytucjonalnych). Wydaje się zatem, że uzupełnienie metody Glejsera i inni (1979, 1982) o narzędzia wnioskowania o kierunku, dynamice zmian i kointegracji szeregów czasowych wariancji wskaźników intensywności handlu zagranicznego wzbogaci tę procedurę badawczą i pozwoli na jej szerszą implementację.

Marcin Salamaga – Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

LITERATURA

- Aquino A., (1978), Intra-industry Trade and Inter-industry Specialization as Concurrent Sources of International Trade in Manufactures, *Weltwirtschaftliches Archiv*, 114 (2), 275–296.
- Baranowska B., Kisiel A., Misala J., (1999), Wymiana wewnątrzgałęziowa w handlu zagranicznym Polski w okresie transformacji, *International Journal of Management and Economics*, 7, 168–184.
- Brühlhart M., (1994), Marginal Intra-industry Trade: Measurement and Relevance for the Pattern of Industrial Adjustment, *Weltwirtschaftliches Archiv*, 130 (3), 600–613.
- Cieślak A., (2000), *Nowa teoria handlu zagranicznego w świetle badań empirycznych*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Czarny E., Śledziwska K., (2009), *Polska w handlu światowym*, PWE, Warszawa.
- Das D. D., (2009), Intra-industry Trade and Development: Revisiting Theory, Measurement and New Evidences, *Indian Journal of Economics and Business*, 8 (1), 79–115.
- Davidson, R. and MacKinnon, J. G., (1993), *Estimation and Inference in Econometrics*, Oxford University, New York.
- Jambor A., (2014), Country-Specific Determinants of Horizontal and Vertical Intra-industry Agri-food Trade: The Case of the EU New Member States, *Journal of Agricultural Economics*, 65 (3), 663–682.
- Engle F. R., Granger C. W. J., (1987), Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation, and Testing, *Econometrica*, 55 (2), 251–276.
- Fontagné L., Freudenberg M., Périody N., (1997), Trade Patterns inside the Single Market, CEPII Working paper #97–07.
- Glejser H., Goossens K., Vanden Eede M., (1979), Inter-industry and Intra-industry Specialization To Occur in World Trade, *Economic Letters*, 3 (3), 261–265.

- Glejser H., Goossens K., Vanden Eede M., (1982), Inter Industry Versus Intra Industry Specialization in Exports and Imports (1959–1970–1973), *Journal of International Economics*, 12 (3-4), 363–369.
- Greenaway, D., Hine R., Milner C., (1995), Vertical and Horizontal Intra-industry Trade: A Cross-Industry Analysis for the United Kingdom, *Economic Journal*, 105, 1505–1519.
- Grubel H. G., Lloyd J., (1975), *Intra-industry Trade: The Theory and Measurement of International Trade in Differentiated Products*, McMillan, New York.
- Johansen S., (1991), Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models, *Econometrica*, 59 (6), 1551–1581.
- Johansen S., (1992), Determination of Cointegration Rank in the Presence of a Linear Trend, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54 (3), 383–397.
- Lipsey R., (1976), A Book Review of Grubel and Lloyd: Intra-industry Trade, *Journal of International Economics*, 6, 312–314.
- Leitão N. C., Faustino H. C., (2008), Intra-industry Trade in the Food Processing Sector: the Portuguese Case, *Journal of Global Business and Technology*, 4 (1), 49–58.
- Misala J., Pluciński E. M., (2000), *Handel wewnątrzgałęziowy między Polską a Unią Europejską. Teoria i praktyka*, SGH, Warszawa.
- Molendowski E., (2014), The Visegrad Group Countries – Changes in Intra-industry Competitiveness of Their Economies During the World Financial and Economic Crisis, *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 110, 1006–1013.
- Osińska M., (red.), Koško M., Stempińska J., (2007), *Ekonometria współczesna*, wyd. Dom Organizatora, Toruń.
- Rasekhi S., Shojae S. S., (2012), Determinant Factors of the Vertical Intra-industry Trade in Agricultural Sector: A Study of Iran and Its Main Trading Partners, *Agricultural Economics*, 58, 180–190.
- Salamaga M., (2014), *Modelowanie wpływu bezpośrednich inwestycji zagranicznych na handel zagraniczny w świetle wybranych teorii ekonomii na przykładzie krajów Europy Środkowo-Wschodniej*, Zeszyty Naukowe, Seria Specjalna: Monografie, 223, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Zeliaś A., (red.), Steczkowski J., Woźniak M., Zając K., (1996), *Statystyka matematyczna w zastosowaniach*, Wydawnictwo AE w Krakowie, Kraków.

BADANIE KONKURENCYJNOŚCI HANDLU ZAGRANICZNEGO W UJĘCIU DYNAMICZNYM NA PRZYKŁADZIE POLSKI

Streszczenie

Jedną z propozycji badania intensywności zagranicznego handlu wewnątrzgałęziowego przedstawili Glejser i inni (1982). Jest ona konkurencyjna wobec wielu mierników handlu zagranicznego, które nie uwzględniają specjalizacji kraju w imporcie i eksporcie oraz nie odzwierciedlają dostatecznie skutków nierównowagi w obrotach handlowych z zagranicą. Glejser i inni (1982) wykorzystując wariacje wskaźników proeksportowej i proimportowej specjalizacji stworzyli narzędzie, które cechuje się większą odpornością na wymienione mankamenty. Proponowana metoda nie została jednak doposażona w odpowiednie oprzyrządowanie statystyczno-ekonometryczne, co znacznie ogranicza jej praktyczną użyteczność. Celem artykułu jest próba udoskonalenia przedmiotowej metody oraz przetestowanie jej na przykładzie handlu zagranicznego w Polsce.

Słowa kluczowe: indeks Glejsera, handel wewnątrzgałęziowy, szeregi czasowe, kointegracja

THE RESEARCH OF THE FOREIGN TRADE COMPETITIVENESS
IN DYNAMIC APPROACH ON THE EXAMPLE OF POLAND

A b s t r a c t

One of the study proposals of the intensity of the intra-industry trade was presented Glejser et al. (1982). It is competitive with many foreign trade indicators which do not take account of the country specialization in import and export and do not reflect adequately the effects of trade imbalances. On based the variance of the export and import specialization indicators Glejser et al. (1982) created a tool that overcomes these shortcomings. The proposed method, however, was not equipped with an appropriate statistical and econometric tools, which greatly limits its practical usefulness. This article attempts to improve the method and test it on the example of foreign trade in Poland.

Keywords: Glejser index, intra-industry trade, time series, cointegration

ADAM P. BALCERZAK, MICHAŁ BERNARD PIETRZAK

WPLYW EFEKTYWNOŚCI INSTYTUCJI NA JAKOŚĆ ŻYCIA W UNII EUROPEJSKIEJ. BADANIE PANELOWE DLA LAT 2004–2010

1. WPROWADZENIE

Ostatnie dwudziestolecie było czasem bardzo szybkich i głębokich przemian w funkcjonowaniu gospodarek krajów wysoko rozwiniętych. Zasadniczą cechą tego okresu był wzrost ekonomicznego znaczenia zjawiska globalizacji oraz rosnącej roli zdolności poszczególnych gospodarek do wykorzystania potencjału związanego z rozwojem gospodarki opartej na wiedzy. Ekonomisci związani z nurtem instytucjonalnym wskazują na szereg analogii pomiędzy tymi zjawiskami, a wcześniejszymi okresami fundamentalnych zmian organizacyjno-technologicznych wynikających z dyfuzji nowych technologii ogólnego zastosowania (ang. *general purpose technologies*), których konsekwencją było sformułowanie nowych paradygmatów społeczno-technologicznych. Najbardziej obrazowymi przykładami takich przemian były pierwsza oraz druga faza rewolucji przemysłowej (zob. David, 1990; Rosenberg, Trajtenberg, 2001; Perez, 2002). Historyczne badania ukazują, iż takie głębokie przemiany strukturalne z jednej strony stwarzają duże szanse na podniesienie poziomu życia, z drugiej jednak strony wykorzystanie tych szans jest ściśle związane z adekwatnością szeregu uwarunkowań instytucjonalnych do tych nowych warunków (zob. North, 1994, 2003).

W tym kontekście celem artykułu jest próba oceny zależności między poziomem efektywności instytucjonalnej w kontekście wykorzystania potencjału gospodarki opartej na wiedzy (GOW) a jakością życia mieszkańców krajów Unii Europejskiej w latach 2004–2010.

Z perspektywy metodologicznej dodatkowym celem artykułu jest próba kwantyfikacji kluczowych pojęć wykorzystywanych w ramach nurtu instytucyjnego, do których można zaliczyć np. pojęcie efektywności (jakości) rozwiązań instytucjonalnych. Tym samym w artykule sformułowano propozycję uzupełnienia metodycznego jakościowego podejścia analitycznego typowego dla nowej ekonomii instytucjonalnej o ilościowe modelowanie ekonometryczne typowe dla głównego nurtu ekonomii.

Realizując tak sformułowane cele badawcze w badaniu postawiono następującą hipotezę badawczą: Istnieje dodatnia zależność pomiędzy jakością życia a poziomem efektywności instytucjonalnej w kontekście wykorzystania potencjału GOW w krajach Unii Europejskiej. Ze względu na wskazane cele badawcze w pierwszej części artykułu sformułowano autorski miernik, który daje możliwość syntetycznej oceny

wielowymiarowego zjawiska efektywności systemów instytucjonalnych w kontekście zdolności kraju do wykorzystania potencjału GOW. Autorski charakter miernika polega na doborze odpowiednich zmiennych diagnostycznych pozwalających na opis efektywności instytucjonalnej.

W tym celu zastosowana została metoda TOPSIS jako narzędzie analizy wielowymiarowej. Definiując efektywność instytucjonalną wykorzystano teorię kosztów transakcyjnych. Przyjęto, iż system jest efektywny, gdy sprzyja niskiemu poziomowi kosztów transakcyjnych. Ze względu na powszechną w literaturze krytykę posługiwania się wyłącznie takimi miernikami jak PKB per capita, do oceny poziomu jakości życia mieszkańców wykorzystano Human Development Index. W drugiej części artykułu przeprowadzona została ekonometryczna analiza wpływu efektywności instytucjonalnej na poziom życia z wykorzystaniem dynamicznego modelowania panelowego. Artykuł stanowi kontynuację badań zawartych w pracach Balcerzak i Pietrzak (2014, 2015a, 2015b, 2015c).

Odwołując się do dorobku ekonomii instytucjonalnej można stwierdzić, iż w obecnej literaturze dostępny jest szereg jakościowych badań koncentrujących się na instytucjonalnych czynnikach wpływających na dysproporcje rozwojowe w przypadku krajów rozwijających się (zob. De Soto, 2003; North i inni, 2007; Rodrik, 2011) oraz krajów, które przeszły proces transformacji systemowej (Mączyńska, Sadowski, 2008; Mączyńska, 2009). Jednakże w dorobku badawczym uwzględniającym perspektywę instytucjonalną, w tym teorię kosztów transakcyjnych, relatywnie mało badań poświęconych jest problemowi znaczenia jakości instytucji w przypadku krajów wysoko rozwiniętych z uwzględnieniem wpływu zmian społeczno-technologicznych. Większość badań tego typu ma charakter jakościowy i odnosi się do bardzo wąsko zdefiniowanych elementów systemu instytucjonalnego np. wpływu rozwiązań kształtujących narodowe systemy innowacji na poziom innowacyjności gospodarki (zob. De Bruijn, Lagendijk, 2005, s. 1153–1172). W tym względzie niniejszy artykuł stanowi przyczynek uzupełniający istniejącą literaturę zarówno z perspektywy ilościowej metodyki zastosowanej do analizy instytucjonalnej, jak i szerszej perspektywy analitycznej odnoszącej się do problemu kształtowania ładu instytucjonalnego oraz jego wpływu na poziom życia w krajach rozwiniętych.

2. DETERMINANTY EFEKTYWNOŚCI SYSTEMU INSTYTUCJONALNEGO W KRAJACH ROZWIŃIĘTYCH W WARUNKACH GOSPODARKI WIEDZY

Idea gospodarki opartej na wiedzy, która w ostatnich latach nabiera coraz większego praktycznego, teoretycznego, a także politycznego znaczenia¹, powstała wraz z obserwowanymi zmieniającymi się głównymi cechami współczesnych gospodarek

¹ O znaczeniu politycznym koncepcji gospodarki opartej na wiedzy świadczy choćby rola tego pojęcia w formowaniu podstaw Strategii Lizbońskiej, jako europejskiego dziesięcioletniego planu „doganiania” Stanów Zjednoczonych (zob. Balcerzak i inni, 2008, s. 77–88).

rozwinętych. Pomimo jej wielorakich interpretacji oraz cały czas dostrzegalnego bałaganu terminologicznego², jej kluczowym wyznacznikiem jest wskazanie na zmieniające się najważniejsze czynniki wzrostu gospodarczego w przypadku współczesnych liderów ekonomicznych, w porównaniu ze stanem typowym dla gospodarki dominującej do końca lat 70 XX wieku. Przyjmuje się, że w realiach gospodarki industrialnej pomimo oczywistego korzystania z wiedzy procesy wzrostu były głównie zdeterminowane przez stałe efekty skali w warunkach zmian zasobów kapitału rzeczowego, którym towarzyszył wzrost kwalifikacji siły roboczej, generalnie odnoszącej się do zdolności wytwarzania dóbr namacalnych, co przekładało się na wyższą produktywność. Tymczasem w odniesieniu do obecnych najwyżej rozwiniętych gospodarek uzależnionych od postępu opartego na wiedzy, czynniki te mogą co najwyżej stanowić warunek niezbędny, nie zaś wystarczający do utrzymania wysokiej dynamiki rozwojowej. Obecnie w przypadku liderów gospodarczych kluczowym wyznacznikiem wzrostu gospodarczego staje się ich zdolność do wykorzystania potencjału związanego z nagromadzonym kapitałem wiedzy, definiowanym przez pryzmat paradygmatu schumpeterowskiego przedsiębiorcy, a tym samym oddziałującym na zdolność do kreowania i adaptacji nowych rozwiązań, często odnoszących się do czynników nienamacalnych. W sprzyjających warunkach może to być źródłem rosnących efektów skali³ (zob. Quah, 2003, s. 291–323; Black, Lynch, 2003, s. 546–565; Black, Lynch, 2004, s. F97–F98; Atkinson, Correa, 2007, s. 3–12).

Obserwacja wyników osiągniętych przez liderów gospodarczych świata obejmująca ostatnie trzy dekady ukazała ważną anomalię teoretyczną z perspektywy modeli długookresowego wzrostu gospodarczego. Do połowy lat 80 ubiegłego wieku dynamika krajów OECD była zgodna z predykcjami neoklasycznych modeli wzrostu. W przypadku tych krajów potwierdzono proces konwergencji. Zjawisko to uległo zahamowaniu w ostatnim dziesięcioleciu ubiegłego wieku, gdy niektóre kraje OECD w sposób znaczący przyspieszyły swoje tempo wzrostu produktywności, podczas gdy pozostałe kraje utrzymały się na starej ścieżce wzrostu gospodarczego (zob. Bassanini i inni, 2000). Wspomnianej dywergencji nie tłumaczyły zmiany nakładów konwencjonalnych zasobów makroekonomicznych, a także czynniki technologiczne jak np. zakres wykorzystania najmowych technologii teleinformatycznych. Zgodnie z neoklasycznymi modelami wzrostu gospodarczego najbardziej rozwinięte kraje OECD, które charakteryzowały się podobnym dostępem do kapitału rzeczowo-finan-

² Brak porządku terminologicznego w tej materii potwierdza choćby posługiwanie się przez poszczególnych autorów często w formie synonimów takimi pojęciami jak e-gospodarka, gospodarka sieciowa, gospodarka informacyjna, gospodarka cyfrowa, w sytuacji gdy desygnaty tych pojęć w pełni nie pokrywają się.

³ Problem możliwości osiągnięcia rosnących efektów skali w warunkach GOW jest przedmiotem intensywnej debaty o czym świadczy choćby dyskurs prowadzony wokół koncepcji nowej gospodarki i nowej ekonomii (zob. szerzej Kelly, 1998; Shapiro, Varian, 1999, s. 1–2; Boehlke, 2005, s. 29–37). Jest to także kwestia o zasadniczym znaczeniu z perspektywy formalnego modelowania GOW (zob. Welfe, 2007).

sowego, zbliżonym dostępem do technologii i relatywnie wysoką jakością kapitału ludzkiego powinny znajdować się w tym samym klubie konwergencji (zob. Tokarski, 2005; Welfe, 2007; Tokarski, 2013a, s. 11–31; 2013b, s. 33–65; Dykus, Misiak, 2013, s. 67–80). Także modele zaliczane do teorii endogenicznego wzrostu gospodarczego nie dostarczają w pełni satysfakcjonującego wyjaśnienia omawianego zjawiska (zob. Tokarski, 1996 s. 213–245; Tokarski, 2001, s. 213–245).

W tej sytuacji, w przypadku krajów niezdolnych do przyspieszenia swojego tempa wzrostu produktywności, ekonomiści zaczęli wskazywać na konieczność zwiększenia innowacyjności gospodarek, a tym samym na konieczność podniesienia ich produktywności, głównie poprzez zwiększenie nakładów na badania i rozwój. Jednakże europejskie doświadczenia związane z wdrażaniem Strategii Lizbońskiej oraz planu Europa 2020 dowiodły, iż makroekonomiczne powodzenie w warunkach GOW nie sprowadza się wyłącznie do mechanicznego zwiększenia wydatków na badania i rozwój, czy też przeznaczania odpowiednich środków na edukację i inwestycje w tzw. kapitał ludzki (zob. Denis i inni, 2005; De Bruijn, Lagendijk, 2005, s. 1153–1172). Jest ono zależne od szeregu reform strukturalnych, których zasadniczym celem jest dostosowanie reguł formalnych (czynników instytucjonalnych) do warunków GOW.

Badania realizowane w przypadku krajów OECD, wykorzystujące zarówno konwencjonalne podejście modelowe typowe dla ekonomii głównego nurtu, jak i odwołujące się do dorobku nowej ekonomii instytucjonalnej wykazały, iż wykorzystanie kapitału wiedzy (szerzej zob. Balcerzak, 2008, s. 139–154), które stanowi klucz dla rozwoju w realiach GOW, w dużym stopniu jest zależne od efektywnej regulacji oraz wielu aspektów instytucjonalnych (szerzej zob. Balcerzak, 2009a, s. 713–742). Kluczowymi elementami ładu instytucjonalnego są tutaj wszystkie czynniki, które istotnie oddziałują na zdolności przedsiębiorstw do szybkiej adaptacji w warunkach dynamicznego postępu technologicznego obejmującego nowe technologie ogólnego zastosowania oraz pojawianie się nowych idei w sferze organizacji i kreowania produktów (zob. Bresnahan, Trajtenberg, 1995, s. 83–108; Baumol, 2003, s. 435–444; Balcerzak, Rogalska, 2008, s. 71–87; Balcerzak, 2009b, s. 3–22). Tym samym czynniki instytucjonalne mają kluczowe znaczenie dla zjawiska wytwarzania wiedzy, tempa jej transferu oraz zdolności podmiotów rynkowych do jej absorpcji.

Badania empiryczne prowadzone w krajach najwyżej rozwiniętych potwierdziły znaczenie uwarunkowań instytucjonalnych oddziałujących na wysokość kosztów transakcyjnych, które wpływają na liczbę podmiotów gospodarczych zdolnych do efektywnego wykorzystania wiedzy i osiągnięcia kolejnych przełomów technologicznych. W warunkach GOW wykreowanie dużej podaży przedsiębiorstw zdolnych do uczestniczenia w procesie schumpeterowskiej kreatywnej destrukcji stanowi warunek brzegowy utrzymania wysokiego tempa wzrostu produktywności (zob. Bassanini i inni, 2001; Diamond, 2006, s. 120–146). Odwołując się do empirycznych badań OECD (2001) oraz dorobku ekonomii kosztów transakcyjnych (zob. Williamson, 1985; North, 1994; Eliasson i inni, 2004; Atkeson, Kohoe, 2007), można wskazać

następujące cztery aspekty instytucjonalne, które mają zasadnicze znaczenie dla podniesienia tempa wzrostu produktywności w warunkach GOW.

Pierwszym takim aspektem jest efektywność regulacji prawnych nastawionych na wspieranie przedsiębiorczości. Badania empiryczne prowadzone od drugiej połowy lat 80 XX wieku wskazują, iż wysoki poziom przedsiębiorczości sprzyja zwiększeniu podaży przedsiębiorstw o dużym potencjale wzrostu gospodarczego oraz zwiększa prawdopodobieństwo powstawania nowych innowacyjnych podmiotów, które efektywnie angażują się w prace nad rozwiązaniami często ignorowanymi przez duże „zasiedziałe” w danej branży firmy (zob. Nootboom, 1994, s. 327–347; Almeida, Kogut, 1997, s. 21–31; McKinsey Global Institute, 2001).

Drugi aspekt odnosi się do instytucji prawa sprzyjających utrzymaniu niskiego poziomu kosztów transakcyjnych i wysokiej efektywności mechanizmu rynkowego. Badania sektorowe, których celem było zdiagnozowanie przyczyn różnic w poziomie produktywności tych samych branż funkcjonujących w różnych krajach wysoko rozwiniętych wykazały, iż rozwiązania regulacyjne ograniczające poziom kosztów transakcyjnych sprzyjają eliminacji barier dla dyfuzji nowoczesnych rozwiązań organizacyjnych w tzw. tradycyjnych sektorach gospodarki, których rozpowszechnienie w gospodarce jest niezbędne dla podniesienia makroekonomicznego tempa wzrostu produktywności (zob. McKinsey Global Institute, 2002a, 2002b).

Trzecim takim kluczowym aspektem jest konkurencyjność otoczenia oraz efektywność rynków pracy. Wysoki poziom presji konkurencyjnej stwarza bodźce dla działań reorganizacyjnych sprzyjających podnoszeniu mikroekonomicznej efektywności podmiotów oraz daje szansę ekspansji przedsiębiorstwom wprowadzającym najbardziej produktywnie rozwiązania technologiczno-organizacyjne. Z kolei efektywne rynki pracy mają kluczowe znaczenie w szybkiej realokacji kluczowego zasobu w warunkach GOW, jakim jest kapitał ludzki (zob. McKinsey Global Institute, 2002b).

Czwartym aspektem wpływającym na tempo wzrostu makroekonomicznej produktywności, który można wskazać na podstawie badań OECD, jest efektywność instytucji rynku finansowego w stymulowaniu powstawania przedsiębiorstw o wysokim potencjale wzrostu i sprzyjających ich rozwojowi. Dobrze rozwinięte i relatywnie efektywne rynki finansowe wspierają szybszą realokację kapitału finansowego z branż o niskim do nowych sektorów o wysokim potencjale rozwojowym. Odgrywają one zasadniczą rolę w dostarczeniu kapitału niezbędnego do implementacji nowych rozwiązań oraz sprzyjają szybszej ekspansji rynkowej najbardziej produktywnych podmiotów gospodarczych (OECD, 2001; Johnston, 2001, s. 13; Balcerzak 2009c, s. 30–39).⁴

W następnej części artykułu podjęto próbę kwantyfikacji efektywności systemów instytucjonalnych UE z uwzględnieniem czterech opisanych powyżej aspektów mających istotne znaczenie dla wykorzystania potencjału GOW.

⁴ Bardziej szczegółowe omówienie badań na podstawie, których dokonano wyboru wskazanych segmentów ładu instytucjonalnego jako kluczowych dla wykorzystania potencjału GOW dostępne jest w pracach Balcerzak, Pietrzak (2014), Balcerzak (2014, 2015, s. 51–63).

3. POMIAR EFEKTYWNOŚCI SYSTEMÓW INSTYTUCJONALNYCH W KRAJACH UE

Na bazie rozważań z poprzedniej części artykułu można stwierdzić, iż problem efektywności systemu instytucyjnego w kontekście wykorzystania potencjału GOW jest zjawiskiem złożonym, możliwym do opisanego za pomocą zestawu odpowiednio dobranych zmiennych diagnostycznych (zob. Kukula, 2000, s. 17–18; Kukula, Bogocz, 2014, s. 5). Tym samym w celu jego oceny konieczne jest posłużenie się jedną z metod analizy wielowymiarowej. W niniejszej pracy wykorzystana została metoda TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution, zob. Yoon, Hwang, 1995). Metodę TOPSIS należy traktować jako rozwinięcie zaproponowanej przez Zdzisława Hellwiga (1968) metody taksonomicznej służącej do wyznaczania *taksonomicznego miernika rozwoju* (TMR). Rozwinięcie to polega na dodatkowym porównaniu obiektów z antywzorcem, natomiast pozostałe założenia są analogiczne do metody Hellwiga.

W artykule zaproponowana została zmodyfikowana metoda TOPSIS. Metoda ta ma szczególne walory aplikacyjne w sytuacji, gdy w ramach badania istnieje możliwość wyodrębnienia złożonych aspektów ekonomicznych analizowanego zjawiska. Dzięki temu w pierwszym etapie badania możliwa jest ocena obiektów pod względem odrębnych aspektów ($A_1, A_2, \dots, A_n$). Natomiast w drugim etapie dokonywana jest ogólna ocena obiektów ze względu na poziom rozwoju rozpatrywanego zjawiska ekonomicznego⁵.

W pierwszym etapie procedury, osobno dla każdego z aspektów A_k , wyznaczane są wartości taksonomicznego miernika rozwoju TMR_{it}^k zgodnie z równaniem:

$$TMR_{it}^k = \frac{d_{k,it}^N}{d_{k,it}^P + d_{k,it}^N}, \quad (1)$$

gdzie $d_{k,it}^P$ stanowi odległość euklidesową od wzorca, $d_{k,it}^N$ stanowi odległość euklidesową od antywzorca, i stanowi indeks obiektu O_i , a t jest indeksem czasu.

Następnie w drugim etapie procedury obliczane są wartości taksonomicznego miernika rozwoju TMR_{it} dla analizowanego zjawiska w postaci ważonej średniej arytmetycznej zgodnie z równaniem:

$$TMR_{it} = \sum_{k=1}^n w_k TMR_{it}^k, \quad (2)$$

gdzie: w_k oznaczają wagi dla każdego z aspektów A_k , których suma wynosi jeden. Wagi dobierane są arbitralnie przez badacza na podstawie posiadanej przez niego

⁵ Szczegółowy opis zaproponowanej modyfikacji metody TOPSIS znaleźć można w pracach Balcerzak i Pietrzak (2014, 2015a).

wiedzy ekonomicznej oraz doświadczenia. Im wyższa wartość miernika TMR_{it} , tym wyższy poziom rozwoju zjawiska dla wybranego obiektu O_i w okresie t . W przypadku dynamicznej analizy zjawiska, wartości wzorców oraz antywzorców ustalane są w badanym okresie jako stałe. Zapewnia to porównywalność obiektów w różnych momentach czasu t .

W przypadku niniejszej analizy oszacowany został taksonomiczny miernik rozwoju TMR_{it} pozwalający na ocenę efektywności instytucjonalnej 24 krajów Unii Europejskiej dla lat 2004–2010⁶. Dla wskazanych w poprzedniej części czterech kluczowych aspektów wpływających na efektywność ładu instytucjonalnego w kontekście wykorzystania potencjału GOW autorzy wybrali odpowiednie zmienne diagnostyczne, które zaprezentowane zostały w tabeli 1⁷. Szczegółowe dane dla poszczególnych zmiennych zostały pozyskane z bazy instytutu Fräsera⁸. Ze względu na konstrukcję bazy wszystkie zmienne diagnostyczne stanowiły stymulanty i przyjmowały wartości od 0 do 10 (zob. Balcerzak, Pietrzak, 2014, 2015a).

Zgodnie z zaproponowaną zmodyfikowaną metodą TOPSIS zmienne diagnostyczne zostały znormalizowane za pomocą klasycznej procedury standaryzacji. Następnie dla każdego z czterech aspektów dla wszystkich zmiennych diagnostycznych wyznaczono z wykorzystaniem zmiennych diagnostycznych wzorców rozwoju na podstawie wartości maksymalnych oraz antywzorców rozwoju na podstawie wartości minimalnych. Dla całego okresu badania przyjęto stałe wartości wzorca i antywzorca. Ostatecznie bazując na metryce euklidesowej, obliczono dla każdego z aspektów A_k odległości obiektów od wzorca i antywzorca. Na koniec obliczono wartości taksonomicznego miernika rozwoju TMR_{it}^k dla wszystkich czterech aspektów (równanie 1) oraz wyznaczono wartości taksonomicznego miernika rozwoju TMR_{it} świadczącego o poziomie efektywności instytucjonalnej dla każdego z krajów (równanie 2). Podczas obliczeń przyjęto, że wszystkie aspekty mają podobne znaczenie w kształtowaniu efektywności instytucjonalnej. W związku z tym założono, że wagi są równe i przyjmują wartość 0,25.

W tym miejscu należy podkreślić, że opracowany miernik syntetyczny nie ujmuje wszystkich elementów ładu instytucjonalnego w badanych krajach. W analizie skoncentrowano się na takich czynnikach instytucjonalnych, które mają zasadnicze znaczenie w kontekście zdolności danego kraju do wykorzystania potencjału GOW. Ma to kluczowe znaczenie w kontekście interpretacji uzyskanych wyników.

⁶ Z badania wyeliminowane zostały Luksemburg, Malta, Cypr i Chorwacja. Powodem eliminacji pierwszych trzech krajów były istotne braki w danych, natomiast Chorwacja została członkiem UE dopiero w roku 2013.

⁷ Zbiór wszystkich, potencjalnych zmiennych diagnostycznych oraz procedura wyboru zmiennych do badania zaprezentowane zostały w pracach Balcerzak i Pietrzak (2014, 2015a).

⁸ <http://www.freetheworld.com/reports.html> (1.10.2014).

Tabela 1.

Zbiór zmiennych diagnostycznych dla wybranych aspektów efektywności instytucjonalnej

Aspekt 1 (A₁) – Regulacje prawne nastawione na wspieranie przedsiębiorczości
X ₁ ¹ – administracyjne ograniczenia i wymagania dla prowadzenia biznesu
X ₂ ¹ – koszty związane z realizacją wymogów biurokratycznych prowadzenia działalności gospodarczej
X ₃ ¹ – koszty rozpoczęcia nowej działalności gospodarczej
X ₄ ¹ – dodatkowe koszty opłat niezbędnych dla prowadzenia działalności gospodarczej, koszty łapówek i spełniania nieformalnych wymogów
Aspekt 2 (A₂) – Instytucje prawa sprzyjające utrzymaniu niskiego poziomu kosztów transakcyjnych i wysokiej efektywności mechanizmu rynkowego
X ₂ ² – niezależność systemu sądowego
X ₃ ² – bezstronność systemu sądowego
X ₄ ² – ochrona praw własności
X ₅ ² – integralność systemu sądowego
Aspekt 3 (A₃) – Konkurencyjność otoczenia oraz efektywność rynków pracy
X ₃ ³ – odchylenie standardowe poziomu taryf podatkowych związanych z handlem międzynarodowym
X ₄ ³ – pozataryfowe bariery w handlu
X ₅ ³ – koszty spełniania wymogów w handlu zagranicznym
X ₆ ³ – bariery regulacyjne w handlu międzynarodowym
X ₇ ³ – ograniczenia dla posiadania własności przez podmioty zagraniczne
X ₈ ³ – kontrola nad kapitałami
X ₉ ³ – kontrola nad przepływami kapitału i ludzi
X ₁₀ ³ – regulacje związane z zatrudnieniem pracownika oraz konsekwencje ekonomiczne istnienia płacy minimalnej
X ₁₁ ³ – ograniczenia swobody zawierania umów o pracę
X ₁₂ ³ – stopień scentralizowania negocjacji płacowych
Aspekt 4 (A₄) – Instytucje rynku finansowego jako stymulator rozwoju przedsiębiorstw wysokim potencjale wzrostu
X ₁ ⁴ – regulacja własności sektora bankowego
X ₂ ⁴ – dostępność sektora prywatnego do kredytu bankowego

Źródło: opracowanie własne.

W kolejnym etapie badania na podstawie otrzymanych wartości taksonomicznego miernika rozwoju TMR_{it} podzielono kraje Unii Europejskiej na pięć klas z wykorzystaniem metody podziału naturalnego. Idea tej metody polega na minimalizacji wariancji dla obiektów z wybranych klas oraz maksymalizacji wariancji między klasami (zob. Jenks, 1967). Przyporządkowanie obiektów do klas pozwoliło na otrzymanie względnie jednorodnych wewnętrznie grup obiektów pod względem poziomu efektywności instytucjonalnej w kontekście GOW. W rezultacie wyodrębniono pięć klas krajów ze względu na różnice w poziomie efektywności systemu instytucjonalnego, klasę 1 o bardzo niskim poziomie, klasę 2 o niskim poziomie, klasę 3 o średnim poziomie, klasę 4 o wysokim poziomie oraz klasę 5 o bardzo wysokim poziomie efektywności instytucjonalnej w kontekście GOW. Otrzymane wyniki zostały przedstawione w tabeli 2.

4. POMIAR JAKOŚCI ŻYCIA Z WYKORZYSTANIEM METODOLOGII HDI

Wskaźnik Human Development Index (HDI) jako miara rozwoju społeczno-ekonomicznego zaprezentowany został w literaturze w 1990 roku przez Mahbub ul Haq oraz Amartya Sen w ramach funkcjonowania Programu Narodów Zjednoczonych ds. Rozwoju (United Nations Development Programme, 1990). Praca ta stała się istotnym impulsem do światowej debaty odnoszącej się do metodyki pomiaru jakości życia. Poruszone przez Mahbub ul Haq oraz Amartya Sen problemy dobrobytu społecznego zostały zdefiniowane znacznie szerzej, niż przez dominujący do tego czasu ekonomiczny wymiar koncentrujący się wyłącznie na wzroście gospodarczym. Obecnie miernik HDI jest powszechnie wykorzystywany w badaniach naukowych i wraz z takimi miernikami, jak Human Well-being Index oraz Weighted Index of Social Progress należy do najważniejszych mierników jakości życia. Ze względu na prostotę budowy oraz dostępność zmiennych wykorzystywanych do jego budowy, wskaźnik ten wykorzystywany jest jako narzędzie do międzynarodowych analiz porównawczych. Badania poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego w wymiarze globalnym prowadzone są przez Program Narodów Zjednoczonych ds. Rozwoju od kilkunastu lat. Ich wynikiem jest coroczne ustalenie rankingu krajów oraz ich podział na kategorie, od krajów o najniższym poziomie rozwoju do krajów o bardzo wysokim poziomie rozwoju.

Mahbub ul Haq oraz Amartya Sen założyli możliwość modyfikacji procedury wyznaczania wartości miernika, co pozwolić ma na uwzględnienie istotnych zmian, zarówno w dostępie i jakości danych, jak i w przemianach społeczno-ekonomicznych krajów. Za metodologię związaną z konstrukcją miernika oraz dobór zmiennych odpowiada Human Development Report Office (HDRO) działające w ramach struktur UNDP. Co roku organizacja ta wydaje publikacje Human Development Report oraz Technical Notes, gdzie opisana jest stosowana w danym roku metodologia obliczania miernika oraz wykonywana na jego podstawie analiza rozwoju społeczno-ekono-

micznego na świecie. W ramach miernika uwzględniane są trzy aspekty (obszary) związane z jakością życia mieszkańców. Pierwszy obszar dotyczy zdrowia obywateli oraz jakości systemu usług medycznych i mierzony jest przeciętnym dalszym trwaniem życia. Drugi obszar wyraża jakość systemu edukacyjnego. W tym przypadku do oceny tego obszaru wykorzystywane są dwie zmienne, średnia liczba lat nauki oraz oczekiwana liczba lat nauki. Ostatni obszar wskazuje na obecny, ekonomiczny standard życia mieszkańców i wyrażony jest za pomocą dochodu narodowego brutto przypadającego na mieszkańca.

Ujęcie jakości życia w wymienionych trzech obszarach powinno pozwolić na odzwierciedlenie obiektywnych warunków życia ludności, opierając się na możliwych do pozyskania danych ilościowych (zob. Diener, Suh, 1997). Obecnie zaproponowane zostały przez UNDP kolejne, bardziej szczegółowe mierniki odnoszące się do problemów ubóstwa, czy równouprawnienia Inequality-adjusted Human Development Index (IHDI), Gender Inequality Index (GII), Gender Development Index (GDI) oraz Multidimensional Poverty Index (MPI). Wskaźniki te dostarczają dodatkowych informacji, które stanowią uzupełnienie wyników uzyskanych na podstawie miernika HDI. Powszechne wykorzystywanie wskaźnika HDI stało się impulsem do powstania prac odnoszących się do problemów związanych z adekwatnością miernika do rzeczywistości społeczno-ekonomicznej oraz jego konstrukcją (zob. Kovacevic, 2010; Klugman i inni, 2011; Stiglitz i inni, 2010).

Również w odniesieniu do jakości życia mieszkańców mierzonego przy wykorzystaniu HDI dokonano podziału krajów na pięć klas za pomocą metody podziału naturalnego. Na tej podstawie wyodrębniono klasę 1 o bardzo niskiej jakości, klasę 2 o niskiej jakości, klasę 3 o średniej jakości, klasę 4 o wysokiej jakości oraz klasę 5 o bardzo wysokiej jakości życia mieszkańców krajów UE. Wartości miernika HDI dla wybranych krajów oraz przyporządkowanie krajów do klas przedstawione zostało w tabeli 2.

5. ANALIZA WPŁYWU EFEKTYWNOŚCI INSTYTUCJONALNEJ NA JAKOŚĆ ŻYCIA DLA KRAJÓW UE

Celem artykułu jest ustalenie związku pomiędzy poziomem efektywności instytucjonalnej w kontekście wykorzystania potencjału GOW a jakością życia w krajach UE. We wstępnej fazie analizy przeprowadzona została ocena poziomu efektywności instytucjonalnej i jakości życia na podstawie posiadanych danych oraz przeprowadzonego podziału krajów na klasy (zob. tabela 2). Dodatkowo na rysunku 1 przedstawiono przestrzenne zróżnicowanie krajów członkowskich ze względu na badane zjawiska. Analiza wyników zawartych w tabeli 2 oraz na rysunku 1 pozwala dostrzec podobieństwo wartości mierników dla kolejnych krajów oraz zajmowanych przez kraje miejsc w rankingu dla lat 2004 i 2010. Najwyższe wartości zarówno w 2004, jak i w 2010 roku osiągają kraje skandynawskie wraz z Wielką Brytanią, Irlandią i Holandią. Kraje te w większości przyporządkowane zostały do klasy 5 o bardzo wysokim poziomie

efektywności instytucjonalnej oraz bardzo wysokiej jakości życia mieszkańców. Kolejne klasy, klasę 4 oraz klasę 3 tworzą w większości kraje, które przystąpiły do Unii Europejskiej przed 2004 rokiem. Do wymienionych klas należą Austria, Francja, Niemcy, Belgia oraz Hiszpania. Wyłączając Hiszpanię, kolejne kraje Europy Południowej Portugalia, Włochy oraz Grecja charakteryzują się znacznie niższym poziomem efektywności instytucjonalnej w kontekście GOW oraz jakością życia mieszkańców. Zarówno w 2004, jak i w 2010 roku Portugalia oraz Włochy przyporządkowane zostały do klasy 2, a Grecja należała do klasy 1. Przyporządkowanie Grecji do klasy 1 pod względem poziomu efektywności instytucjonalnej można traktować jako potwierdzenie destabilizacji gospodarczej tego kraju obserwowanej po kryzysie z 2008 roku.

Tabela 2.

Poziom efektywności instytucjonalnej oraz jakości życia w krajach Unii Europejskiej

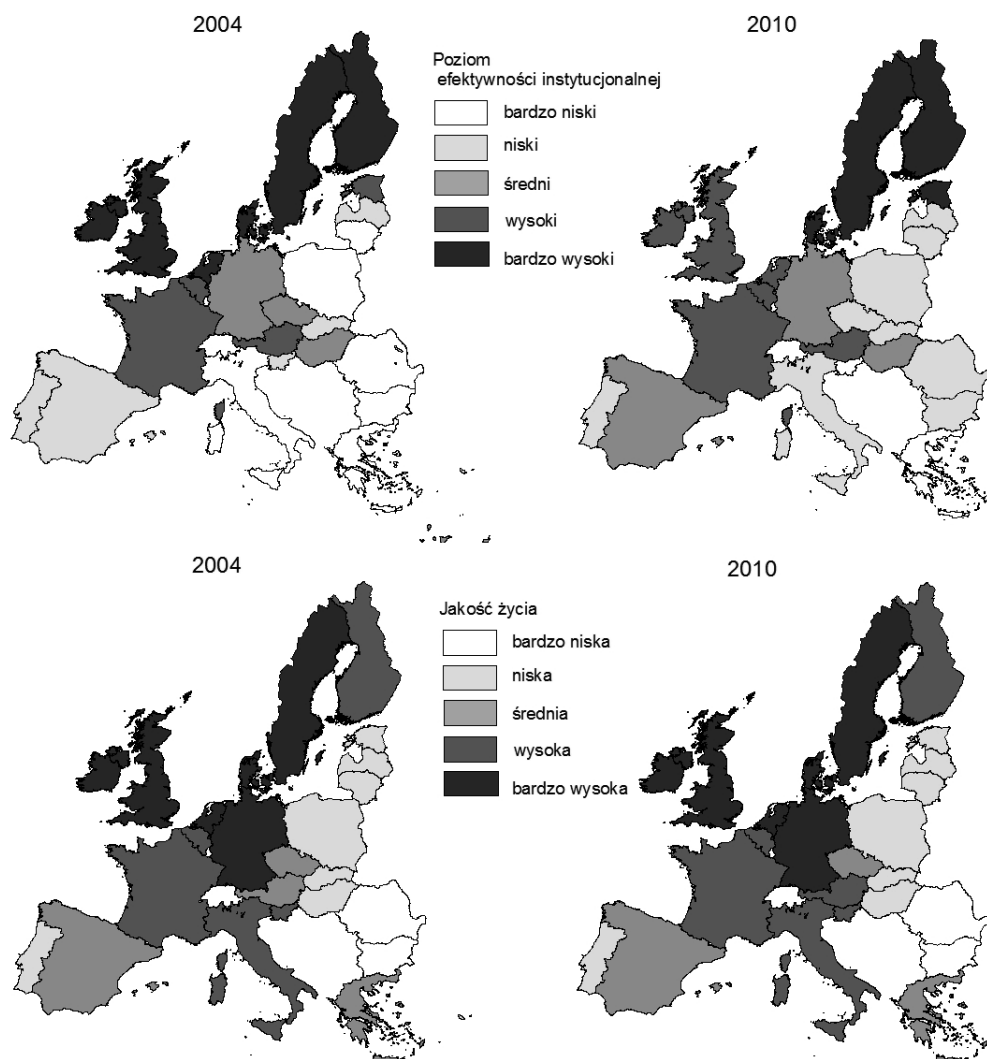
2004					2010				
Kraj	Efektywność instytucjonalna		HDI		Kraj	Efektywność instytucjonalna		HDI	
	Wartość	Klasa	Wartość	Klasa		Wartość	Klasa	Wartość	Klasa
Dania	0,792	5	0,883	5	Dania	0,843	5	0,898	5
Finlandia	0,775	5	0,862	4	Finlandia	0,812	5	0,877	4
Wielka Brytania	0,734	5	0,883	5	Szwecja	0,792	5	0,895	5
Irlandia	0,726	5	0,885	5	Estonia	0,746	5	0,83	2
Holandia	0,702	5	0,884	5	Holandia	0,720	4	0,904	5
Szwecja	0,696	5	0,883	5	Wielka Brytania	0,703	4	0,895	5
Austria	0,655	4	0,845	3	Belgia	0,679	4	0,877	4
Estonia	0,625	4	0,811	2	Irlandia	0,649	4	0,899	5
Francja	0,624	4	0,857	4	Austria	0,645	4	0,877	4
Belgia	0,623	4	0,862	4	Francja	0,635	4	0,879	4
Niemcy	0,596	3	0,881	5	Węgry	0,584	3	0,817	2
Czechy	0,591	3	0,834	3	Niemcy	0,578	3	0,904	5
Węgry	0,575	3	0,799	2	Hiszpania	0,548	3	0,864	3
Hiszpania	0,540	2	0,838	3	Czechy	0,534	2	0,858	3
Słowacja	0,530	2	0,796	2	Łotwa	0,533	2	0,809	2
Portugalia	0,528	2	0,786	2	Rumunia	0,532	2	0,779	1

2004					2010				
Kraj	Efektywność instytucjonalna		HDI		Kraj	Efektywność instytucjonalna		HDI	
	Wartość	Klasa	Wartość	Klasa		Wartość	Klasa	Wartość	Klasa
Słowenia	0,503	2	0,851	4	Słowacja	0,525	2	0,826	2
Łotwa	0,495	2	0,777	2	Bułgaria	0,517	2	0,773	1
Polska	0,468	1	0,798	2	Litwa	0,504	2	0,829	2
Włochy	0,467	1	0,852	4	Włochy	0,500	2	0,869	4
Litwa	0,465	1	0,798	2	Portugalia	0,480	2	0,816	2
Bułgaria	0,457	1	0,744	1	Polska	0,467	2	0,826	2
Grecja	0,450	1	0,839	3	Słowenia	0,441	1	0,873	4
Rumunia	0,409	1	0,742	1	Grecja	0,365	1	0,856	3

Źródło: poziom efektywności instytucjonalnej wyznaczony został na podstawie danych z bazy Instytutu Frasera: <http://www.freetheworld.com/reports.html> (1.10.2014). Dane dotyczące wskaźnika HDI pozyskano od Human Development Report Office, United Nations Development Programme. Otrzymane od HDRO wartości wskaźnika HDI obliczone zostały zgodnie metodologią zawartą w pracach United Nations Development Programme (2014a, 2014b).

W przypadku obydwu mierników do klas 3, 2 oraz 1 przyporządkowane zostały w większości gospodarki, które przystąpiły do UE w 2004 lub 2007 roku. Należą tu kraje nadbałtyckie Estonia, Łotwa i Litwa, kraje Europy Środkowej Węgry, Polska, Czechy, Słowacja i Słowenia oraz Bułgaria i Rumunia. Z tej grupy należy pozytywnie wyróżnić Estonię, która pod względem efektywności instytucjonalnej znalazła się w klasie 4 w 2004 roku oraz w klasie 5 w 2010 roku.

Najniższe wartości mierników oprócz Grecji przyjmują Bułgaria oraz Rumunia. Zarówno w 2004, jak i w 2010 roku kraje te znalazły się w klasie 1 pod względem jakości życia. Należy jednak podkreślić, że Bułgaria oraz Rumunia pomimo niskiego poziomu efektywności instytucjonalnej w kontekście GOW w 2004 roku, dokonały znacznej poprawy swoich systemów instytucjonalnych i awansowały do klasy 2 w 2010 roku.



Rysunek 1. Podział krajów UE na klasy pod względem efektywności systemów instytucjonalnych oraz jakości życia mieszkańców

Źródło: opracowanie własne.

W celu zbadania oddziaływania efektywności instytucjonalnej w warunkach GOW na jakość życia mieszkańców krajów UE wykorzystano narzędzie w postaci modelu panelowego. Za zmienną objaśnianą przyjęto wskaźnik HDI, a za zmienną objaśniającą poziom efektywności instytucjonalnej w kontekście wykorzystania potencjału GOW wyrażony za pomocą uprzednio oszacowanego taksonomicznego miernika rozwoju TMR_{it} . W pierwszym kroku dokonano estymacji parametrów modelu pane-

lowego FE z efektami indywidualnymi. Otrzymana wartość statystyki testu Durbina-Watsona wskazała na istotną statystycznie autokorelację składnika losowego. Identyfikacja autokorelacji wskazuje na konieczność respecyfikacji postaci modelu panelowego. W związku z tym specyfikacja modelu panelowego poszerzona została o opóźnioną zmienną objaśnianą. Tym samym podjęto próbę oszacowania parametrów dynamicznego modelu panelowego.

Zgodnie z przyjętym założeniem występowania w modelu opóźnionej zmiennej objaśnianej przyjęta specyfikacja modelu przedstawiona została za pomocą następującego równania (zob. Baltagi, 1995; Ciołek, 2004; Dańska-Borsiak, 2011):

$$HDI_{i,t} = \alpha_0 + \alpha_1 HDI_{i,t-1} + \beta_1 TMR_{i,t} + \eta_i + \varepsilon_{i,t}, \quad (3)$$

gdzie HDI_{it} stanowi wektor wartości zmiennej objaśnianej (wskaźnik HDI), HDI_{it-1} jest wektorem wartości opóźnionej zmiennej objaśnianej, TMR_{it} stanowi wektor wartości taksonomicznego miernika rozwoju określającego poziom efektywności instytucjonalnej w kontekście GOW, $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1$ są parametrami strukturalnymi modelu, η_{it} jest wektorem efektów indywidualnych modelu panelowego, a ε_{it} jest wektorem składnika losowego.

Po ustaleniu specyfikacji panelowego modelu ekonometrycznego, dokonano estymacji jego parametrów przy wykorzystaniu systemowego estymatora UMM (Blundell, Bond, 1998) z uwzględnieniem asymptotycznych błędów standardowych. Estymator ten stanowi rozwinięcie estymatora UMM równań dla pierwszych różnic (Arellano, Bond, 1991). W procedurze estymacyjnej zakładana jest, oprócz estymacji równań dla pierwszych różnic, również estymacja równań dla poziomów zmiennych. Wyniki estymacji parametrów modelu zamieszczone zostały w tabeli 3⁹.

Tabela 3.

Wyniki estymacji parametrów dynamicznego modelu panelowego

Zmienna	Parametr	Ocena parametru	Wartość p
$HDI_{i,t-1}$	α_1	0,791	$\approx 0,000$
$TMR_{i,t}$	β_1	0,043	$\approx 0,000$
Testy statystyczne		Statystyka testu	Wartość p
Sargan Test		20,446	0,34
AR(1)		-2,843	0,004
AR(2)		-1,841	0,064

Źródło: opracowanie własne.

⁹ Zastosowano dwukrokową procedurę estymacji z wykorzystaniem programu GRETL (wersja 1.9.91).

Po zakończeniu estymacji parametrów modelu panelowego przeprowadzono weryfikację jego własności statystycznych. W tym celu zastosowano test Sargana oraz testy na autokorelację przyrostów składnika losowego (zob. Blundell i inni, 2000). Wyniki testu Sargana wskazują na zasadność wprowadzenia restrykcji przeidentyfikujących. Otrzymana wartość statystyki na poziomie 20,446 pozwala na stwierdzenie braku podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Z kolei wyniki testów na autokorelację przyrostów składnika losowego wskazują na ujemną, istotną statystycznie autokorelację pierwszego rzędu oraz nieistotną statystycznie autokorelację rzędu drugiego (zob. Baltagi, 1995). W pierwszym przypadku wartość statystyki na poziomie -2,843 pozwala na odrzucenie hipotezy zerowej. Natomiast w drugim przypadku wartość statystyki na poziomie -1,841 pozwala na stwierdzenie braku podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Świadczy to o zgodności i efektywności zastosowanego systemowego estymatora UMM. Parametr α_1 okazał się istotny statystycznie, co potwierdza przyjęte założenie o autoregresyjnym mechanizmie w przypadku wskaźnika HDI. Parametr β_1 jest również statystycznie istotny, co potwierdza istotnego wpływu efektywności instytucjonalnej w kontekście wykorzystania GOW na poziom jakości życia mieszkańców badanych krajów. Otrzymana ocena parametru β_1 wskazuje na dodatnią zależność, co pozwala na weryfikację postawionej w artykule hipotezy badawczej.

Paradoksalnie jednym z głównych argumentów krytycznych dotyczących wskaźnika HDI jest prostota oraz mała liczba wykorzystywanych do budowy miernika zmiennych diagnostycznych, które jednocześnie bardzo często są traktowane jako jego ważne zalety aplikacyjne. Krytyka polega na tym, że dalsze trwanie życia nie musi w pełni oddawać jakości systemu usług medycznych w danym kraju, podobnie przeciętna liczba lat nauki oraz oczekiwana liczba lat nauki nie zawsze odzwierciedlają jakości systemu edukacyjnego oraz wpływu tego systemu na wzrost wiedzy i innowacyjności przedsiębiorstw. Również wielkość dochodu narodowego brutto per capita nie przekłada się jednoznacznie na wysoki poziom standardu ekonomicznego, dostępnego dla większości mieszkańców wybranego kraju. Kolejny krytyczny argument dotyczy faktu, iż miernik ten jest stworzony został do oceny gospodarek charakteryzujących się dużymi różnicami rozwojowymi. W przypadku relatywnie homogenicznych krajów UE pod względem stopnia rozwoju, wskaźnik HDI charakteryzuje się stosunkowo małą zmiennością, co może być traktowane jako argument ograniczający jego użyteczność w odniesieniu do krajów rozwiniętych.

Weryfikacja postawionej w artykule hipotezy badawczej wskazuje na dodatni związek pomiędzy poziomem efektywności instytucjonalnej w kontekście wykorzystania potencjału GOW a wartościami zmiennych diagnostycznych wykorzystywanych przy konstrukcji wskaźnika HDI. Pamiętając o wspomnianych powyżej zastrzeżeniach dotyczących samego miernika HDI można stwierdzić, iż uzyskane wyniki należy traktować jako argument na rzecz zasadności wykorzystania tego miernika do pomiaru jakości życia mieszkańców gospodarek UE. W krajach Wspólnoty funkcjonowanie obszarów związanych z jakością życia w znacznym stopniu determinowane jest przez

poprawne funkcjonowanie systemu instytucjonalnego w warunkach GOW. Otrzymane wyniki w przypadku krajów rozwiniętych spójne są ze wskazaniami nurtu instytucjonalnego teorii ekonomii. Niewątpliwie już sama przynależność badanych krajów do UE sprzyja zarówno poprawie jakości życia mieszkańców, jak i przejmowaniu przez poszczególne kraje dobrych praktyk w sferze kreowania rozwiązań instytucjonalnych.

6. PODSUMOWANIE

W artykule podjęte zostały problemy pomiaru efektywności systemów instytucjonalnych w kontekście wykorzystania potencjału GOW przez kraje członkowskie Unii Europejskiej oraz oceny jakości życia mieszkańców Wspólnoty. W pracy wskazane zostało ilościowe podejście do oceny poziomu efektywności instytucjonalnej, które stanowi uzupełnienie prowadzonych analiz jakościowych w tym zakresie dominujących w ramach nurtu instytucjonalnego. Do pomiaru efektywności zaproponowano autorski miernik syntetyczny oparty na zestawie wybranych przez autorów zmiennych charakteryzujących cztery grupy czynników. Czynniki te odnoszą się do narodowych systemów instytucjonalnych, które mają kluczowe znaczenie dla wykorzystania potencjału GOW. Oznacza to, że interpretując wyniki przeprowadzonego badania należy pamiętać, że jego celem nie była holistyczna kwantyfikacja wszystkich elementów, które wpływają na kształt ładu instytucjonalnego w badanych krajach, a koncentrowało się ono wyłącznie na aspektach ładu mających duże znaczenie w kontekście GOW. Aspekty te zostały sformułowane na podstawie badań prowadzonych w ciągu ostatnich dwóch dekad w krajach OECD w kontekście ich osiągnięć makroekonomicznych związanych z powstaniem GOW. Wybrane cztery segmenty ładu instytucjonalnego dotyczyły regulacji prawnych nastawionych na wspieranie przedsiębiorczości, instytucji prawa sprzyjających utrzymaniu niskiego poziomu kosztów transakcyjnych i wysokiej efektywności mechanizmu rynkowego, regulacji prawnych wspierających konkurencyjność otoczenia i efektywność rynków pracy oraz instytucji rynku finansowego. Na podstawie dotychczasowych badań empirycznych można stwierdzić, że wskazane aspekty instytucjonalne pozytywnie wpływają na tempo wzrostu produktywności krajów w warunkach GOW. Oznacza to, że wysoki poziom efektywności instytucjonalnej sprzyjając wykorzystaniu makroekonomicznego potencjału związanego z gwałtownymi zmianami technologicznymi w ramach GOW, powinien prowadzić do podwyższenia jakości życia mieszkańców.

Przeprowadzone badanie pozwoliło na realizację głównego celu artykułu, w postaci oceny zależności pomiędzy jakością życia mieszkańców a poziomem efektywności instytucjonalnej w kontekście GOW dla krajów Unii Europejskiej w latach 2004–2010. Otrzymane wyniki pozwoliły na weryfikację postawionej hipotezy badawczej o dodatnim wpływie efektywności instytucjonalnej na poziom jakości życia. Przeprowadzone badanie potwierdza, że czynniki instytucjonalne związane z rozwojem GOW stanowią istotną determinantę wzrostu jakości życia mieszkańców Wspólnoty.

Tym samym w artykule zrealizowano także cel dodatkowy o charakterze metodologicznym odnoszący się do problemu kwantyfikacji istotnych pojęć dla ekonomii instytucjonalnej takich jak efektywność (jakość) instytucji oraz sformułowano propozycję ekonometrycznego modelowania interakcji między tak zoperacjonalizowanym zjawiskiem a jakością życia.

Adam P. Balcerzak, Michał Bernard Pietrzak – Uniwersytet Mikołaja Kopernika

LITERATURA

- Almeida P., Kogut, B., (1997), The Exploration of Technological Diversity and Geographic Localization of Innovation: Start-Ups Firms in the Semiconductor Industry, *Small Business Economics*, 9 (1), 21–31.
- Arellano M., Bond S., (1991), Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equation, *Review of Economic Studies*, 58, 277–297.
- Atkeson A., Kohoe P., (2007), Modeling the Transition to a New Economy: Lessons From Two Technological Revolutions, *American Economic Review*, 97 (1), 64–87.
- Atkinson R. D., Correa D. K., (2007), *The 2007 State New Economy Index. Benchmarking Economic Transformation in the States*, Kauffman Foundation, The Information Technology and Innovation Foundation, February, 3–12.
- Balcerzak A. P., (2008), Ekonomiczne konsekwencje intensyfikacji powiązań sieciowych w gospodarce globalnej, *Acta Universitatis Nicolai Copernici-Ekonomia*, XXXVIII, 139–154.
- Balcerzak A. P., (2009a), Efektywność systemu instytucjonalnego a potencjał gospodarki opartej na wiedzy, *Ekonomista*, 6, 711–739.
- Balcerzak A. P., (2009b), Wiedza i innowacje jako kluczowy czynnik rozwoju gospodarczego w XXI wieku, w: Okoń-Horodyńska E., Wisła R., (red.), *Kapitał intelektualny i jego ochrona*, Instytut Wiedzy i Innowacji, Warszawa.
- Balcerzak A. P., (2009c), Structure of Financial Systems and Development of Innovative Enterprises with High Grow Potential, w: Piotrowska M., Kurowski L., (red.), *Global Challenges and Policies of the European Union – Consequences for the “New Member States”*, Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, 59, 30–39.
- Balcerzak A. P., (2014), Wielowymiarowa analiza efektywności instytucjonalnej w krajach Europy Środkowo-Wschodniej w relacji do standardów OECD, *Institute of Economic Research Working Papers No. 1/2014*, Indexed in RePEc EconPapers: http://econpapers.repec.org/paper/peswpa-per/2014_3ano1.htm.
- Balcerzak A. P., (2015), Wielowymiarowa analiza efektywności instytucjonalnej w krajach Europy Środkowo-Wschodniej w relacji do standardów OECD, *Optimum. Studia Ekonomiczne*, 1 (73), 51–63.
- Balcerzak A. P., Górecka D., Rogalska E., (2008), Taksonometryczna analiza realizacji Strategii Lizbońskiej w latach 2001–2005, *Wiadomości Statystyczne*, nr 6, 77–88.
- Balcerzak A. P., Pietrzak M. B., (2014), Efektywność instytucjonalna krajów Unii Europejskiej w kontekście globalnej gospodarki opartej na wiedzy, *Institute of Economic Research Working Papers No. 17/2014*, Indexed in RePEc EconPapers: http://econpapers.repec.org/paper/peswpa-per/2014_3ano17.htm
- Balcerzak A. P., Pietrzak M. B., (2015a), Efektywność instytucjonalna krajów Unii Europejskiej w kontekście globalnej gospodarki opartej na wiedzy, *Ekonomista* (w druku).

- Balcerzak A. P., Pietrzak M. B., (2015b), Efektywność instytucji a jakość życia w kontekście globalnej gospodarki wiedzy, *Prace Naukowe Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu*, (w druku).
- Balcerzak A. P., Pietrzak M. B., (2015c), Efektywność instytucji a jakość życia w kontekście globalnej gospodarki wiedzy, *Institute of Economic Research Working Papers*, No. 45/2015, Indexed in RePEc: http://econpapers.repec.org/paper/peswpaper/2015_3ano45.htm.
- Balcerzak A. P., Rogalska E., (2008), Ochrona praw własności intelektualnej w warunkach nowej gospodarki, *Ekonomia i Prawo, Własność i kontrola w teorii i praktyce*, Cz. 2, Tom 4, 71–87.
- Baltagi B. H., (1995), *Econometric Analysis of Panel Data*, John Wiley&Sons Ltd., Chichester.
- Bassanini A., Scarpetta S., Hemmings P., (2001), Economic Growth: The Role of Policies and Institutions. Panel Data Evidence From OECD Countries, *OECD Economics Department Working Papers No. 283*, ECO/WKP (2001) 9.
- Bassanini A., Scarpetta S., Visco I., (2000), Knowledge, Technology and Economic Growth: Recent Evidence from OECD Countries, *OECD Economics Department Working Papers No. 259*, ECO/WKP (2000) 32.
- Baumol W. J., (2003), Innovations and Growth: Two Common Misapprehensions, *Journal of Policy Modeling*, 25, 435–444.
- Black S. E., Lynch L. M., (2003), *The New Economy and the Organization of Work*, w: James D. C. (red.), *New Economy Handbook*, Elsevier Academic Press, San Diego.
- Black S. E., Lynch L. M., (2004), What's Driving the New Economy?: The Benefits of Workforce Innovation, *Economic Journal*, 114 (493), F97–F98.
- Blundell R., Bond S., (1998), Initial Conditions and Moment Restrictions in Dynamic Panel Data model, *Econometric Reviews*, 19 (3), 321–340.
- Blundell R., Bond S., Windmeijer F., (2000), Estimation in Dynamic Panel Data Models: Improving on the Performance of the Standard GMM Estimator, w: Baltagi B. (red.), *Nonstationary Panels, Panel Cointegration and Dynamic Panels*, Elsevier Science.
- Boehlke J., (2005), Prawo Moore'a, gospodarka oparta na wiedzy, globalizacja – wyzwania dla ekonomicznej teorii firmy, w: Godziszewski B., Haffer M., Stankiewicz M.J. (red.), *Wiedza jako czynnik międzynarodowej konkurencyjności w gospodarce*, TNOiK "Dom Organizatora", Toruń.
- Bresnahan T. F., Trajtenberg M., (1995), General Purpose Technologies 'Engines of Growth?', *Journal of Econometrics*, 65 (1), 83–108.
- Ciołek D., (2004), *Konwergencja do Unii Europejskiej krajów w okresie transformacji*, rozprawa doktorska, Uniwersytet Gdański, Gdańsk.
- Dańska-Borsiak B., (2011), *Dynamiczne modele panelowe w badaniach ekonomicznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź.
- David P., (1990), The Dynamo and the Computer An Historical Perspective on the Modern Productivity Paradox, *American Economic Review*, 80 (2), 355–361.
- De Bruijn P., Lagendijk A., (2005), Regional Innovation Systems in the Lisbon Strategy, *European Planning Studies*, 13 (8), s. 1153–1172, DOI: 10.1080/09654310500336519.
- Denis C., Morrow K.M., Röger W., Veugelers R., (2005), *The Lisbon Strategy and the EU's structural productivity problem*, European Economy, Directorate-General for Economic and Financial Affairs, Economic Papers, N° 221 February.
- De Soto H., (2003), *Tajemnica kapitału*, Fijorr Publishing, Warszawa.
- Diamond A. M. (2006), Schumpeter's Creative Destruction: A Review of the Evidence, *Journal of Private Enterprise*, 22 (1), 120–146.
- Diener E., Suh E., (1997), Measuring Quality of Life: Economic, Social and Subjective Indicators, *Social Indicators Research*, 40, 189–216.
- Dykas P., Misiak P. (1993), Determinanty przestrzennego zróżnicowania wybranych zmiennych makroekonomicznych w: Trojak M., Tokarski T., (red.), *Statystyczna analiza przestrzennego zróżnicowania rozwoju ekonomicznego i społecznego Polski*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków.

- Eliasson G., Johansson D., Tayma E., (2004), Simulating the New Economy, *Structural Change and Economic Dynamics*, 15, 289–314.
- Hellwig Z., (1968), Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr, *Przegląd Statystyczny*, z. 4, 307–327.
- Hellwig Z., (1972), Procedure of Evaluating High-Level Manpower Data and Typology of Countries by Means of the Taxonomic Method, w: Gostowski Z. (red.), *Towards a system of Human Resources Indicators for Less Developed Countries, Papers Prepared for UNESCO Research Project*, Ossolineum, The Polish Academy of Sciences Press, Wrocław.
- Jenks G.F., (1967), The Data Model Concept in Statistical Mapping, *International Yearbook of Cartography*, 7, 186–190.
- Johnston D., (2001), *Future Economic Challenges for the European Economy*, Leon Koźmiński Academy of Entrepreneurship and Management and TIGER Distinguished Lectures Series n. 5 Warsaw, 26 October.
- Kelly K., (1998), *New Rules for the New Economy*, Penguin Putnam, New York.
- Klugman J., Rodriguez F., Choi H., (2011), *HDI 2010: New Controversies, Old Critiques, Human Development Research Paper*, United Nations Development Programme.
- Kovacevic M., (2010), *Review of HDI Critiques and Potential Improvements*, Human Development Research Paper, United Nations Development Programme.
- Kukuła K., Bogocz D., (2014), Zero Unitarisation Method and its Application in Ranking Research in Agriculture, *Economic and Regional Studies*, 7 (3), 5–13.
- Kukuła K., (2000), *Metoda unitaryzacji zerowej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Mączyńska E., (red.) (2009), *Polska transformacja i jej przyszłość*, Polskie Towarzystwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Mączyńska E., Sadowski Z., (2008), *O kształtowaniu ładu gospodarczego*, Polskie Towarzystwo Ekonomiczne, Warszawa.
- McKinsey Global Institute, (2001), *US Productivity Growth 1995–2000. Understanding the Contribution of Information Technology Relative to Other Factors*, Washington D.C.
- McKinsey Global Institute, (2002a), *How IT Enables Productivity Growth. The US Experience Across Three Sectors in the 1990s, High Tech Practice*, Business Technology Office, San Francisco.
- McKinsey Global Institute, (2002b), *Reaching Higher Productivity Growth in France and Germany*, Washington D. C.
- Nooteboom B., (1994), Innovation and Diffusion in Small Firms: Theory and Evidence, *Small Business Economics*, 6 (51), 327–347.
- North D. C., (1994), *Institutions And Productivity In History*, Economic History 9411003, EconWPA.
- North D. C., (2003), *The Role of Institutions in Economic Development*, United Nations, Discussion Paper Series, No. 2003.2.
- North D. C., Wallis J. J., Webb S. B., Weingast B. R., (2007), Limited access orders in the developing world :a new approach to the problems of development, *Policy Research Working Paper Series 4359*, The World Bank.
- OECD, (2001), *The New Economy. Beyond the Hype*, OECD Paris.
- Perez C., (2002), *Technological Revolutions and Financial Capital: The Dynamics of Bubbles and Golden Age*, Edward Elgar Publishing Limited, United Kingdom – Cheltenham.
- Quah D., (2003), *Digital Goods and the New Economy*, w: James D.C. (red.), *New Economy Handbook*, Elsevier Academic Press, San Diego, 291–323.
- Rodrik D., (2011), *Jedna ekonomia, wiele recept. Globalizacja, instytucje i wzrost gospodarczy*, Wydawnictwo Krytyki Politycznej, Warszawa.
- Rosenberg N., Trajtenberg M., (2001), A General Purpose Technology at Work: The Corliss Steam Engine in the Late 19th Century US, *National Bureau of Economic Research*, Working Paper 8485.

- Shapiro C., Varian H. R., (1999), *Information Rules. A Strategic Guide to the Network Economy*, Harvard Business School Press, Boston.
- Stiglitz J. E., Sen A., Fitoussi J. P., (2010), *Mismeasuring Our Lives: Why GDP Doesn't Add Up*, The New Press, New York London.
- Tokarski T., (1996), Postęp techniczny a wzrost gospodarczy w modelach endogenicznych, *Ekonomista*, 5, 581–604.
- Tokarski T., (2001), Dwadzieścia lat renesansu teorii wzrostu gospodarczego. Na ile lepiej rozumiemy jego mechanizm, w: Wojtyła A. (red.), *Czy ekonomia nadąża z wyjaśnieniem rzeczywistości*, Wydawnictwo PTE – Bellona, Warszawa, 213–245.
- Tokarski T., (2005), *Wybrane modele podażyowych czynników wzrostu gospodarczego*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków.
- Tokarski T., (2013a), Zróżnicowanie podstawowych zmiennych makroekonomicznych w województwach, w: Trojak M., Tokarski T., (red.), *Statystyczna analiza przestrzennego zróżnicowania rozwoju ekonomicznego i społecznego Polski*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków.
- Tokarski T., (2013b), Zróżnicowanie podstawowych zmiennych makroekonomicznych w powiatach, w: Trojak M., Tokarski T., (red.), *Statystyczna analiza przestrzennego zróżnicowania rozwoju ekonomicznego i społecznego Polski*, Wydawnictwo Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków.
- United Nations Development Programme, (1990), *Human Development Report*, Human Development Research Paper.
- United Nations Development Programme, (2014a), *Human Development Report*, Human Development Research Paper.
- United Nations Development Programme, (2014b), *Technical Notes*, Human Development Research Paper.
- UNESCO, (1972a), *Synchronic and Diachronic Approaches in the UNESCO project on Human Resources Indicators. Wrocław Taxonomy and Bivariate Diachronic Analysis*, SHC/WS/209.
- UNESCO, (1972b), *Distance-based Analysis, Numerical Taxonomy and Classification of Countries according to selected areas of socio-economic development*, SHC/WS/237.
- Welfe W. (red.), (2007), *Gospodarka oparta na wiedzy*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Williamson O.E., (1985), *The Economic Institutions of Capitalism. Firms, Markets, Relational Contracting*, The Free Press, a division of Simon & Schuster Inc.
- Yoon, K. P., Hwang, C. L., (1995), *Multiple Attribute Decision Making: An Introduction*, Sage University Papers, New York.

WPLYW EFEKTYWNOŚCI INSTYTUCJI NA JAKOŚĆ ŻYCIA W UNII EUROPEJSKIEJ. BADANIE PANELOWE DLA LAT 2004–2010

Streszczenie

W artykule poruszony został problem efektywności systemów instytucjonalnych krajów Unii Europejskiej w odniesieniu do wykorzystania potencjału gospodarki opartej na wiedzy (GOW) oraz jej wpływ na jakość życia mieszkańców. Definiując pojęcie efektywności systemu instytucjonalnego odwołano się do struktury analitycznej nowej ekonomii instytucjonalnej, w szczególności teorii kosztów transakcyjnych. Na tej podstawie przyjęto, iż efektywne rozwiązania instytucjonalne sprzyjają obniżce kosztów transakcyjnych. Do pomiaru efektywności instytucjonalnej zaproponowano autorski miernik syntetyczny, który został skonstruowany z wykorzystaniem zmodyfikowanej metody TOPSIS. Za zmienne diagnostyczne przyjęto zmienne dotyczące czterech aspektów charakteryzujących efektywność systemu instytucjonalnego w kontekście zdolności kraju do wykorzystania potencjału GOW. Kolejne aspekty odnosiły

się do regulacji prawnych nastawionych na wspieranie przedsiębiorczości, kwestii instytucji prawa sprzyjających utrzymaniu niskiego poziomu kosztów transakcyjnych i poprawie efektywności mechanizmu rynkowego, kwestii konkurencyjności otoczenia i efektywności rynków pracy oraz jakości instytucji rynku finansowego. Dane pozyskane zostały z bazy instytutu Frasera utworzonej na potrzeby corocznego badania raportu Wolność Gospodarcza Świata. Do pomiaru jakości życia mieszkańców wykorzystany został miernik Human Development Index. Głównym celem artykułu była próba oceny zależności między poziomem efektywności instytucjonalnej w kontekście GOW a jakością życia mieszkańców dla krajów Unii Europejskiej w latach 2004–2010. W ekonometrycznej analizie zastosowano dynamiczny model panelowy dla 24 krajów Unii Europejskiej, który pozwolił na identyfikację dodatniego wpływu efektywności instytucji na jakość życia mieszkańców.

Słowa kluczowe: efektywność systemu instytucjonalnego, teoria kosztów transakcyjnych, jakość życia, Human Development Index, gospodarka oparta na wiedzy

THE IMPACT OF THE EFFICIENCY OF THE INSTITUTIONS ON THE QUALITY OF LIFE IN THE EUROPEAN UNION. PANEL DATA EVIDENCE FOR THE YEARS 2004–2010

A b s t r a c t

The article concentrates on the problem of the efficiency of the institutional system of the European Union countries in relation to the potential of the global knowledge-based economy (KBE) and its impact on quality of life. In order to define the efficiency of the institutional system, the authors referred to the analytical structure of the new institutional economics, in particular, the transaction costs theory. On this basis, it is assumed that effective institutional factors are conducive to the reduction of transaction costs. To measure the effectiveness of the institutional system authors proposed a synthetic indicator, which has been constructed with application of the modified TOPSIS method. As diagnostic variables the authors adopted the variables on four aspects characterizing the efficiency of the institutional system in the context of the country's ability to exploit the potential of KBE. The aspects were related to regulations aimed at promoting entrepreneurship, the issue of law institutions conducive to maintaining low level of transaction costs and improving the efficiency of the market mechanism, the issue of economy competitiveness and efficiency of labor markets and the quality of financial market institutions. The data were obtained from the database of Fraser Institute that is created for the purpose of the annual Economic Freedom of the World report. For the measurement of quality of life the Human Development Index was used. The main aim of this article was an attempt to assess the relationship between the level of institutional effectiveness in the context of KBE and quality of life for residents of the European Union countries in 2004–2010. In the econometric analysis the dynamic panel model was used for the 24 countries of the European Union, which has led to the identification of the positive impact of the efficiency of the institutions on the quality of life.

Keywords: quality of institutions, theory of transaction costs, quality of life, Human Development Index, knowledge-based economy

KESRA NERMEND

WIELOKRYTERIALNA METODA WEKTORA PREFERENCJI JAKO NARZĘDZIE WSPOMAGAJĄCE PROCES DECYZYJNY

1. WPROWADZENIE

W literaturze przedmiotu proponowane są różne metody służące wspomaganie podejmowania decyzji. Wybierając, np. różnego rodzaju dobra i usługi związane z codziennym funkcjonowaniem (przykładowo kupując samochód czy wycieczkę, wybierając firmę ubezpieczeniową), konsument potrzebuje odpowiedniej metody umożliwiającej dokonanie właściwego wyboru na podstawie wielu kryteriów. W większości przypadków konsumenci są manipulowani przez producentów i sprzedawców, co utrudnia im wybór zgodny z ich preferencjami. Wykorzystanie metod wspomagających podejmowanie decyzji może pomóc konsumentowi dokonać wyboru w sposób bardziej racjonalny.

Istnieją różne szkoły zajmujące się metodami wspomagającymi proces podejmowania decyzji: szkoła francuska, belgijska, polska, amerykańska. W ramach szkoły francuskiej opracowano grupę metod ELECTRE (szerzej są one opisane w pracach Duckstein, Gershon, 1983; Grolleau, Tergny, 1971; Karagiannidis, Moussiopulos, 1997; Mousseau i inni, 2001; Roy, 1968; Vallée, Zielińicz, 1994). Metoda PROMETHEE (Scharlig, 1996) jest rozwijana przez szkołę francuską i belgijską, natomiast metody AHP (Saaty, 1980), ANP (Saaty, 2005) są tworzone przez szkołę amerykańską. Na świecie szeroko stosuje się również metodę TOPSIS do rangowania i wyboru obiektów (Jahanshahloo i inni, 2006; Hwang, Yoon, 1981). Niniejszy artykuł opierając się głównie na szkole polskiej koncentruje się na metodach rangowania wywodzących się od metody Hellwiga (1968), rozwijanych następnie przez różnych naukowców.

Metoda Hellwiga znalazła wiele zastosowań, do których można zaliczyć między innymi: konstrukcję zmiennych syntetycznych w procesie modelowania ekonometrycznego (Bartosiewicz, 1984), określanie jakości wyrobów (Borys, 1984), badanie rozwoju regionów (Młodak, 2006; Nermend, 2006; Nermend, 2008a; Strahl, 2006), badanie poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego (Kompa, Witkowska, 2010), ocena efektywności finansowej giełd (Kompa, 2014), badanie atrakcyjności inwestycji giełdowych (Tarczyński, Łuniewska, 2006), badanie efektywności chińskich banków (Witkowska, 2010), badanie popytu na elektroniczne dobra trwałego użytku w Polsce (Dittman, Pisz, 1975), badanie zapotrzebowania na kadry kwalifikowane (Cieślak,

1974; Cieślak, 1976), syntetyczna ocena działalności przedsiębiorstw (Pluta, 1977), badanie rozwoju społeczno-gospodarczego krajów świata (Grabiński i inni, 1989), badanie poziomu produkcji rolnej w wybranych krajach europejskich (Nowak, 1990) oraz atrakcyjności inwestycji na przykładzie spółek notowanych na GPW w Warszawie (Tarczyński, 2004). Do szkoły polskiej można również zaliczyć metody bezwzorcowe indukowane przez wykresy radarowe, zaproponowane w pracy Binderman i inni (2008). Metody te posłużyły między innymi do opracowania mierników syntetycznych zróżnicowania polskiego rolnictwa (Binderman, 2011). Stosowanie metody budowy miary syntetycznej Hellwiga ogranicza użycie wzorca, który musi być obiektem pod każdym względem najlepszym. Wyklucza to stosowanie wzorców rzeczywistych i wykazuje czułość budowanych miar syntetycznych na pojawienie się (w zbiorze badanych obiektów) jednostek o nietypowo dużych wartościach współrzędnych, które mogą zasadniczo wpłynąć na wyniki rangowania.

Zastosowanie rzutowania ortogonalnego do budowy miary syntetycznej zaproponowała w swojej pracy Kolenda (2006). Metoda ta posiada dwa warianty nazwane II i III ścieżką rozwoju Hellwiga. Oba warianty, podobnie jak metoda Hellwiga, wymagają zdefiniowania odległości między dwoma punktami. Metoda zaproponowana przez Kolendę, usprawniła metodę Hellwiga o możliwość wykorzystania wzorców rzeczywistych, które nie muszą być najlepszymi obiektami w rozpatrywanym zbiorze obiektów. W pracach Nermend (2007, 2008d) zaproponowano wykorzystanie własności rachunku wektorowego do budowy wektorowej miary syntetycznej (ang. Vector Measure Construction Method – VMCM) w oparciu o definicję iloczynu skalarnego bez odwoływania się do miary odległości. Upraszcza to procedurę wyliczania miary, dając możliwość stosowania dowolnych przestrzeni wektorowych, w której zdefiniowano iloczyn skalarny, bez dodatkowego warunku co do istnienia miary odległości. Dodatkową zaletą tej metody jest prostsza forma, co ma duże znaczenie tam, gdzie przy niewielkiej mocy obliczeniowej komputera, konieczne jest obliczenie miary syntetycznej dla dużej liczby obiektów. W publikacji Borawski (2012) zdefiniowano, w ramach arytmetyki przyrostów, iloczyn skalarny dla liczb dwuelementowych, w skład których wchodzi wartość średnia i odchylenie standardowe. Taki iloczyn skalarny może posłużyć do budowy miary syntetycznej, co zostało przedstawione w pracy Nermend (2012). Dzięki takiemu podejściu można uzyskać dodatkową informację użyteczną przy interpretacji wyniku. W pracy Nermend, Tarczyńska-Łuniewska (2013) wykorzystano zaproponowany przez Borawskiego iloczyn skalarny do budowy miary syntetycznej na potrzeby badania jednorodności przestrzennej i czasowej rozwoju obiektów społeczno-gospodarczych, a w publikacji Łatuszyńska (2014) do oceny stopnia rozwoju społeczeństwa informacyjnego.

Proponowana metoda budowy miar wektorowych (Nermend, 2008c) może być wykorzystywana nie tylko do rangowania obiektów społeczno-gospodarczych, lecz może być użyta wszędzie tam, gdzie zachodzi konieczność pomiaru danej wielkości wzdłuż zadanego kierunku. Przykładem takiego zastosowania jest pomiar określonego

koloru w pikselach obrazu. Pomiar ten ma znaczenie dla procedury usuwania dominującego zabarwienia obrazu, wynikającej z różnego koloru światła białego.

Miary syntetyczne opierające się na wyliczaniu odległości od wzorca mają pewne ograniczenia. Główny problem stanowi pojawianie się obiektów nietypowych (Nermend, 2008b), tzn. takich, których wartości cech nie są porównywalne z analogicznymi cechami innych badanych obiektów. W takiej sytuacji maleje obiektywność tworzonej miary syntetycznej ze względu na silny wpływ mało reprezentatywnych obiektów na położenie wzorca, co w konsekwencji decyduje o wynikach rangowania. Problemem jest również dodanie nowego obiektu do zbioru badanych obiektów. Wymaga to ponownego wykonania procedury badawczej, gdyż zbiór obiektów badanych jest zamknięty. Wzorcem nie może być obiekt rzeczywisty, ponieważ jest takie niebezpieczeństwo, że istnieje lepszy obiekt spośród badanego zbioru. Nie jest też możliwe odniesienie badań przeprowadzonych w jednym roku do badań w innych latach ze względu na różne wzorce. W takiej sytuacji konieczne jest przeprowadzenie osobnych badań, w których wzorzec wyznacza się wspólnie.

Metoda VMCM wykorzystująca rachunek wektorowy posiada następujące cechy uzupełniające ograniczenia jakie są w metodzie Hellwiga:

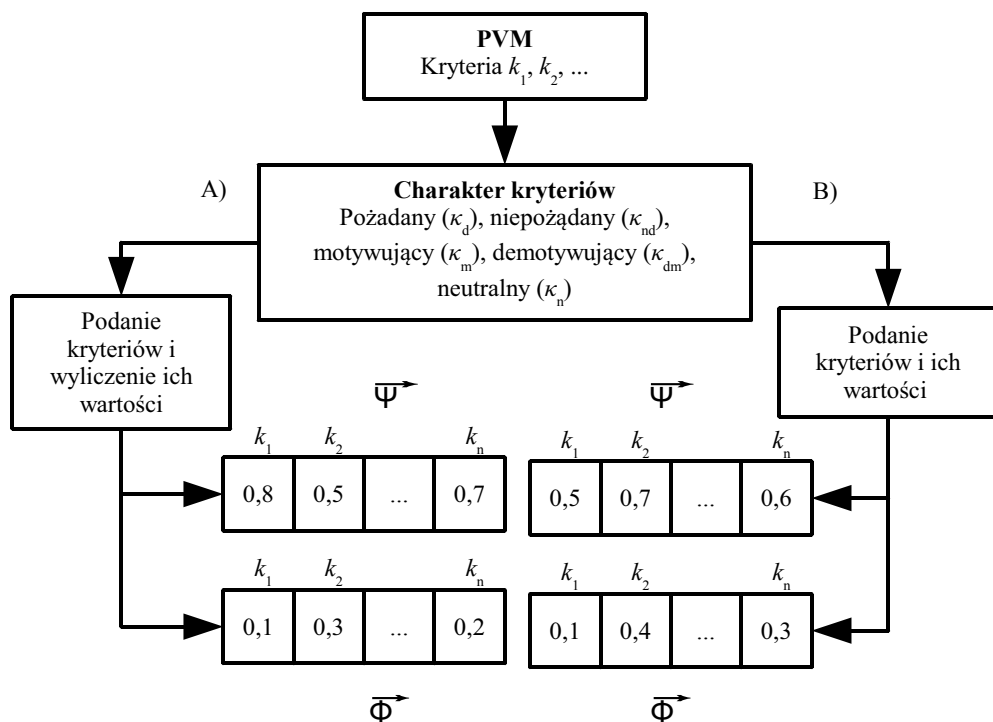
- miara nie jest ograniczona ani od dołu ani od góry, przez co dopuszcza obiekty lepsze od wzorca,
- umożliwia dołączanie obiektów spoza próby bez potrzeby budowy nowego wzorca,
- jest bardziej wrażliwa na dynamikę zmian,
- umożliwia badanie dynamiki.

Metoda VMCM po niewielkich zmianach może być wykorzystywana jako narzędzie rozwiązywania wielokryterialnych problemów decyzyjnych. Celem artykułu jest przedstawienie podstaw teoretycznych i matematycznych metody wektora preferencji PVM (ang. Preference Vector Method), wywodzącej się z metody VMCM i służącej do wyboru wariantów decyzyjnych na podstawie kryteriów podanych przez decydenta. W artykule przeprowadzono również porównanie metody PVM z innymi metodami o podobnym charakterze oraz zaprezentowano przykład empiryczny pokazujący jej działanie na tle metody ELECTRE II.

2. OPIS TEORETYCZNY I MATEMATYCZNY METODY PVM

Podczas rozwiązywania problemów decyzyjnych z wykorzystaniem metody wektora preferencji PVM decydent może wyrazić swoje preferencje w rozmaitych postaciach. Na rysunku 1 przedstawione są przykładowe warianty rozwiązywania problemów decyzyjnych:

- Wariant A. Decydent podaje nazwę i charakter kryteriów. Reszta procedury obliczeniowej odbywa się w sposób automatyczny bez udziału decydenta.
- Wariant B. Decydent podaje nazwę kryteriów decyzyjnych oraz ich wartości dla obiektów spełniających jego oczekiwania oraz tych, które nie spełniają.



Rysunek 1. Wybrane możliwe warianty PVM przeznaczone do rozwiązywania problemów decyzyjnych (k_i – i -te kryterium, $\vec{\Psi}$ – motywujący wektor preferencji, $\vec{\Phi}$ – demotywuujący wektor preferencji)

Źródło: opracowanie własne.

Dla większości wariantów procedura badawcza przy obliczaniu PVM składa się z sześciu podstawowych etapów: wyboru kryteriów, określenia charakteru kryteriów, normowania wartości kryteriów, wyznaczania wektora preferencji oraz budowy rankingu.

2.1. ETAP I. WYBÓR KRYTERIÓW

Wybór kryteriów jest związany z preferencjami decydenta. Kryteria dobiera się w zależności od rodzaju sytuacji decyzyjnej. Dla wielu sytuacji decyzyjnych jest możliwe określenie stałego zbioru kryteriów, które mogą być wykorzystywane w podobnych przypadkach. Kryteria oznaczane dalej będą za pomocą małej litery k_i (indeks oznacza numer kryterium). Kryterium określa cechy obiektów, które powinny dać się wyrazić w sposób ilościowy. W pracy obiekty będą dalej oznaczane, jako $\vec{X}_j$, gdzie j oznacza numer obiektu. Przykładowo, kryteriami opisującymi samochody

mogą być dla decydenta: spalanie paliwa, moc silnika itp. Kryteria te wyrażone są wartościami x_{ij} (wartość i -tego kryterium j -tego obiektu).

Na podstawie określonych kryteriów tworzony jest zbiór wartości kryteriów dla obiektów. Na początku należy wyeliminować wszystkie kryteria, których rozpiętość (lub odchylenie standardowe) jest równe zero. Kryteria takie nie mają wielkiego wpływu na wynik badań, lecz mogą powodować komplikacje podczas obliczeń, spowodowane dzieleniem przez zero. Może ono pojawić w przypadku normowania z użyciem odchylenia standardowego lub rozpiętości. Eliminację kryteriów realizuje się z wykorzystaniem współczynnika zmienności V_i . Kryteria mające V_i mniejsze od 0,1 są eliminowane. Szerzej procedura eliminacji z wykorzystaniem tego współczynnika jest omówiona w publikacji Nermend (2008c).

2.2. ETAP II. OKREŚLENIE CHARAKTERU KRYTERIÓW

Przeważnie decydenci nie potrafią skwantyfikować swoich preferencji, natomiast potrafią wyrazić jakie obiekty są dla nich akceptowalne lub nieakceptowalne. Stąd propozycja charakteru kryteriów powinna być zgodna z ich intuicją. Można zaproponować następujące grupy kryteriów: pożądane, niepożądane, motywujące, demotywujące i neutralne, tworzące zbiory kryteriów (Nermend, Borawski, 2014):

- Pożądanych ($k_i \in \kappa_d$), dla których pożądane są określone wartości, nie za duże i nie za małe. Przykładowo kupując samochód decydent oczekuje samochodu o pewnej wielkości, ani zbyt dużego, ani zbyt małego (cecha nominanta).
- Niepożądanych ($k_i \in \kappa_{nd}$), dla których określona wartość jest niepożądana.
- Motywujących ($k_i \in \kappa_m$), dla których pożądane są wysokie wartości, motywujące decydenta do podejmowania decyzji. Przykładowo decydent, wybierając formę lokaty będzie oczekiwał maksymalnego oprocentowania (cecha stymulanta).
- Demotywujących ($k_i \in \kappa_{dm}$), dla których pożądane są niskie wartości, ich duża wysokość demotywuje decydenta do podjęcia decyzji. Przykładem takiego kryterium jest cena, która w przypadku zakupu powinna mieć wartość jak najniższą (cecha destymulanta).
- Neutralnych ($k_i \in \kappa_n$), które w danym problemie decyzyjnym nie są istotne, ich wartości nie powinny mieć wpływu na podjętą decyzję.

Na tym etapie każdemu kryterium należy przypisać określony charakter. Każdą cechę można określić jako jedną z wyżej wymienionych, można je również zastąpić nazwami stymulanta, destymulanta itp. używanymi w wielowymiarowej analizie porównawczej. Zdaniem autora nazwy te nie są tak zrozumiałe dla decydenta jak te zaproponowane w niniejszym artykule.

2.3. ETAP II. NADANIE WAG KRYTERIOM

Na ogół można przyjąć, że wszystkie kryteria mają jednakowe znaczenie, jednak są sytuacje, w których jedno kryterium może być dużo ważniejsze od pozostałych. Przykładem może być cena, która często jest głównym kryterium wyboru. Można wówczas nadać takiej zmiennej większą wartość wagi. Domyślnie można na przykład przyjąć, że wagi kryteriów w_i są równe 1. W sytuacji, gdy konieczne jest zwiększenie ważności kryteriów można te wagi zwiększyć lub zmniejszyć. Przykładowo nadanie kryterium wagi 2 będzie powodowało, że dane kryterium będzie dwa razy ważniejsze od pozostałych, wagi 0,5 – że będzie dwa razy mniej ważne. Wagi można też podawać w zakresie od 0 do 100 przy założeniu, że ich suma wynosi 100. Stają się wówczas procentowym wskaźnikiem ważności kryterium.

Po określeniu wag powinny one zostać unormowane w celu eliminacji skali wartości w jakich są one podawane:

$$w'_j = \frac{w_j}{\sum_{i=1}^M w_i}, \quad (1)$$

gdzie w_j to wartość wagi dla j -tego kryterium, w'_i – wartość unormowanej wagi dla i -tego kryterium, a M – ilość kryteriów.

2.4. ETAP III. NORMOWANIE WARTOŚCI KRYTERIÓW

Kryteria opisujące obiekty są z reguły niejednorodne, opisują bowiem różne parametry obiektów, które są wyrażone w różnych jednostkach miary i mają różne skale wartości. Powoduje to, że dane zapisane w ten sposób są nieporównywalne. Konieczne jest zatem sprowadzenie ich do postaci, w której byłyby porównywalne. Stąd kolejnym etapem metody PVM jest normowanie kryteriów. W wyniku normowania usunięte zostają jednostki miary, a skala wartości kryteriów zostaje sprowadzona do mniej więcej jednakowego poziomu. Przeważnie stosowaną metodą normowania jest standaryzacja (Nermend, 2008c):

$$x'_j = \frac{x_i - \bar{x}_i}{S_i}, \quad (2)$$

gdzie x_{ij} to wartość i -tego kryterium j -tego obiektu, x'_{ij} – wartość i -tego kryterium j -tego obiektu po standaryzacji, $\bar{x}_i$ – wartość średnia wartości i -tego kryterium, a S_i – odchylenie standardowe wartości dla i -tego kryterium.

Przez ' , (prim) dalej będą oznaczane wartości po unormowaniu. Więcej informacji na temat normowania można znaleźć w pracach: Kukuła (2000), Pawełek (2008), Nermend (2013).

2.5. ETAP IV. WYZNACZANIE WEKTORA PREFERENCJI

Wektor preferencji określa preferencje decydenta w stosunku do analizowanych obiektów. Jest to wektor, którego współrzędne stanowią wartości kryteriów wyliczone na podstawie różnicy między motywującym $\tilde{\Psi}$, a demotywowującym $\bar{\Phi}$ wektorem preferencji. Wartości kryteriów dla wektora $\tilde{\Psi}$ są podane przez decydenta i przeważnie spełniają jego oczekiwania. Wektor $\bar{\Phi}$ wskazuje na wartości kryteriów przez decydenta niepożądane. Interpretacja wektorów preferencji oraz sposób ich wyznaczania zależy od wybranego wariantu obliczania PVM. Szerzej zostanie to omówione przy opisie wariantów metody PVM przedstawionych na rysunku 1. W procesie obliczeniowym wektor preferencji jest traktowany (pod względem charakteru kryteriów oraz sposobu ich normowania) tak samo, jak każdy inny wektor reprezentujący obiekt. Należy dokonać normowania motywującego oraz demotywowującego wektora preferencji wykorzystując te same parametry normowania, które były wykorzystywane przy normowaniu wartości kryteriów. Przykładowo wektor $\tilde{\Psi}$ można unormować wykorzystując standaryzację w następujący sposób (Nermend, Borawski, 2014):

$$\psi'_i = \frac{\psi_i - \bar{x}_i}{S_i}, \quad (3)$$

gdzie ψ_i to wartość i -tej współrzędnej wektora $\tilde{\Psi}$ a ψ'_i – wartość i -tej współrzędnej wektora $\tilde{\Psi}$ po normowaniu.

2.6. ETAP IV. RANGOWANIE OBIEKTÓW WEDŁUG PREFERENCJI DECYDENTA

Ranking obiektów według preferencji decydenta jest budowany na podstawie połączenia dwóch metod budowy miar agregatowych: metody Hellwiga, w której jest używana odległość euklidesowa oraz metody VMCM wykorzystujących rzut wektora. Sposób liczenia miary zależy od charakteru kryteriów. Dla kryteriów o charakterze motywującym i demotywowującym jest ona liczona jako współrzędna wektorów-obiektów w jednowymiarowym układzie współrzędnych. W przypadku kryteriów pożądanых i niepożądanych podstawą wyliczenia wartości miary jest miara odległości. Kryteria neutralne nie mają znaczenia dla wartości miary.

Budowę rankingu zaczyna się od rozdzielenia kryteriów. Kryteria neutralne są odrzucane. Pozostałe kryteria są dzielone na trzy grupy:

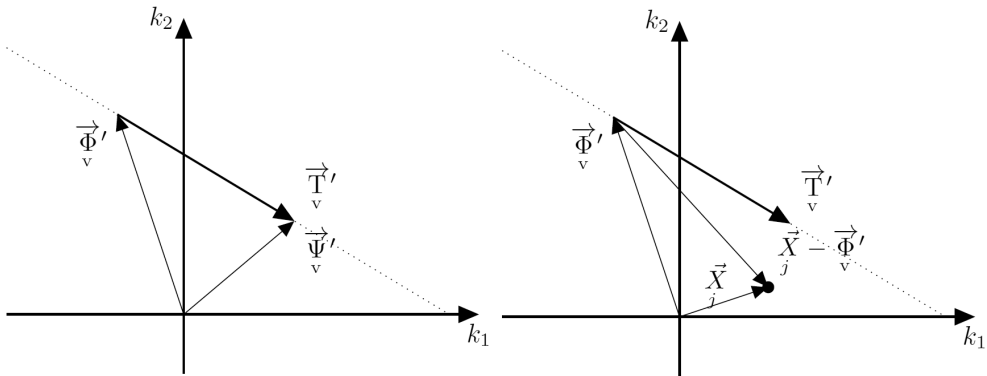
- kryteria motywujące i demotywowujące,

- kryteria pożądane,
- kryteria niepożądane.

Dla kryteriów motywujących i demotyujących miara liczona jest poprzez wyznaczenie długości rzutu wektora reprezentującego j -ty obiekt na wektor preferencji $\vec{T}'_v$ który jest wyznaczany jako różnica wektorów $\vec{\Psi}'_v$ i $\vec{\Phi}'_v$:

$$\vec{T}'_v = \vec{\Psi}'_v - \vec{\Phi}'_v. \quad (4)$$

Wektory $\vec{\Psi}'_v$ i $\vec{\Phi}'_v$ stanowią wektory, których współrzędnymi są kryteria motywujące i demotyujące wektorów $\vec{\Psi}'_v$ i $\vec{\Phi}'_v$. Rysunek 2a przedstawia sposób wyznaczania wektora preferencji $\vec{T}'_v$. Punkt zaczepienia wektora $\vec{T}'_v$ wyznacza wektor $\vec{\Phi}'_v$.

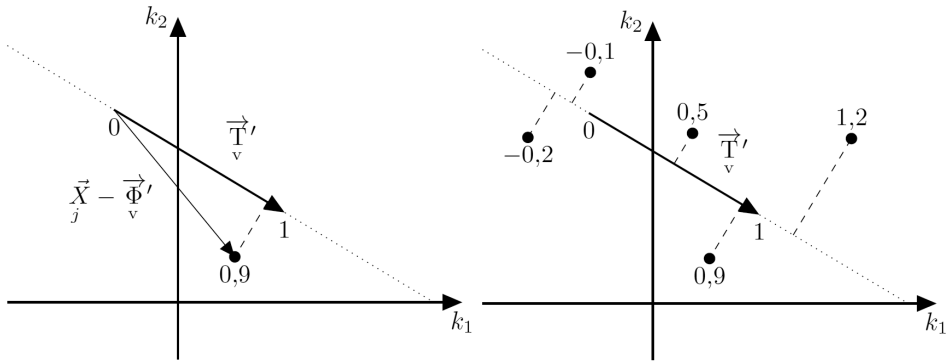


Rysunek 2. Wektor preferencji $\vec{T}'_v$: a) umiejscowienie w układzie współrzędnych kryteriów (k_1 – kryterium 1, k_2 – kryterium 2); b) określanie położenia obiektu względem punktu zaczepienia $\vec{T}'_v$

Źródło: opracowanie własne.

Znak współrzędnych wektora $\vec{T}'_v$ jest związany z charakterem kryteriów. Dodatni określa kryterium motywujące, a ujemny demotyujące. Nie zawsze musi być to zgodne z charakterem kryteriów określonym w etapie I, ponieważ czasem może się zdarzać sytuacja, gdy decydent nie dba o przechodniość preferencji i podaje wartości kryteriów demotyujących wyższe od motywujących. Z tego względu należy wykonać korektę charakteru kryteriów poprzez dokonanie zmian znaku tego konkretnego kryterium we współrzędnych wektora $\vec{T}'_v$. Współrzędnym związanym z kryterium motywującym nadaje się znak dodatni, a demotyującym – ujemny. Dla każdego

obiektu $\vec{X}'_j$ należy określić jego położenie punktu zaczepienia wektora $\vec{T}'_v$. W tym celu liczona jest różnica pomiędzy nim a wektorem $\vec{T}'_v$ (rysunek 2b). Na podstawie tej różnicy wyznaczana jest długość rzutu obiektu $\vec{X}'_j$ na wektor $\vec{T}'_v$ (rysunek 3a). Długość wektora $\vec{T}'_v$ stanowi jednostkę miary podczas rzutowania obiektów na wektor $\vec{T}'_v$. Długość rzutu obiektu $\vec{X}'_j$ zależy od jego położenia względem wektora $\vec{T}'_v$. Ilustruje to rysunek 3b.



Rysunek 3. Długość rzutu obiektów $\vec{X}'_j$ na wektor $\vec{T}'_v$: a) wyznaczanie długości rzutu obiektu $\vec{X}'_j$; b) położenie obiektów a ich długość rzutu

Źródło: opracowanie własne.

Fakt, że długość rzutu na wektor $\vec{T}'_v$ posiada inną jednostkę miary niż układ współrzędnych kryteriów k_1, k_2 stanowi problem, jeżeli konieczne jest zestawienie tych długości z wartościami miary odległościowej liczonej w k_1, k_2 . W związku z tym wektor $\vec{T}'_v$ sprowadzany jest do postaci wektora jednostkowego:

$$\vec{\Theta}'_v = \frac{\vec{T}'_v}{\|\vec{T}'_v\|}, \quad (5)$$

przy czym w metodzie PVM przyjmujemy:

$$\|\vec{T}'_v\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{M_v} \tau_i'^2}, \quad (6)$$

gdzie M_v to liczba kryteriów motywujących i demotywuujących, a $\tau_i'^2$ – i -ta współrzędna wektora $\vec{T}'_v$.

Długość rzutu j -tego obiektu na wektor $\vec{\Theta}'$, będąca jednocześnie wartością miary, może być wyliczona z następującego wzoru:^v

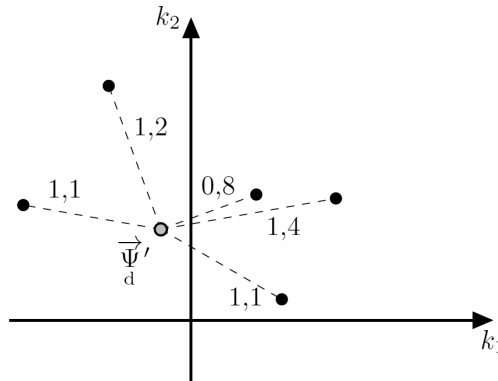
$$\mu_j = \sum_{i=1}^{M_v} \left(x'_{i,j} - \varphi'_i \right) \mathcal{G}'_i w'_i, \quad (7)$$

gdzie φ'_i to i -ta współrzędna wektora $\vec{\Phi}'$, $\mathcal{G}'_i$ – i -ta współrzędna wektora $\vec{\Theta}'$, a w'_i – waga i -tego kryterium.

Im wyższa jest wartość μ_j tym j -ty obiekt ma wyższą pozycję w rankingu. Dla kryteriów pożądanых w obliczeniach brany jest pod uwagę wektor $\vec{\Psi}'$, którego współrzędnymi są kryteria pożądanе wektora $\vec{\Psi}'$. Wartość miary jest liczona jako odległość między punktami (rysunek 4) (Nermend, Borawski, 2014):

$$\mu_j = \sqrt{\sum_{i=1}^{M_d} w'_i \left(x'_{i,j} - \psi'_i \right)^2}, \quad (8)$$

gdzie M_d to liczba kryteriów pożądanых, ψ'_i – i -ta współrzędna wektora $\vec{\Psi}'$, a w'_i – waga i -tego kryterium.



Rysunek 4. Wyznaczenie miary dla kryteriów pożądanых

Źródło: opracowanie własne.

Im mniejsza jest wartość miary μ_j , tym wyższa jest pozycja obiektu w rankingu. Najlepsze obiekty mają wartość miary μ_j równą zero.

Dla kryteriów niepożądanych brany jest pod uwagę w obliczeniach wektor $\vec{\Phi}'$, którego współrzędnymi są kryteria niepożądane wektora $\vec{\Phi}'$. Podobnie jak poprzednio wartość miary jest liczona jako odległość między punktami (Nermend, Borawski, 2014):

$$\mu_{j\text{nd}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{M_{\text{nd}}} w'_{i\text{nd}} \left(x'_{ij} - \varphi'_{i\text{nd}} \right)^2}, \quad (9)$$

gdzie M_{nd} to liczba kryteriów niepożądanych, $\varphi'_{i\text{nd}}$ – i -ta współrzędna wektora $\vec{\Phi}'$, a $w'_{i\text{nd}}$ – waga i -tego kryterium.

Im większa jest wartość miary μ_j , tym wyższa jest pozycja obiektu w rankingu. Najgorsze obiekty mają wartość miary $\mu_{j\text{nd}}$ równą zero.

Ostateczną wartość miary μ_j wyznacza się licząc średnią ważoną wartości miar $\mu_{j\text{v}}$, $\mu_{j\text{d}}$ i $\mu_{j\text{nd}}$:

$$\mu_j = \frac{\mu_{j\text{v}} M_{\text{v}} - \mu_{j\text{d}} M_{\text{d}} + \mu_{j\text{nd}} M_{\text{nd}}}{M_{\text{v}} + M_{\text{d}} + M_{\text{nd}}}. \quad (10)$$

Znak minus przy wartości miary μ_j jest związany z nieco odmiennym jej charakterem. Dla $\mu_{j\text{v}}$ i $\mu_{j\text{nd}}$ im większa wartość miary tym lepszy obiekt, w przypadku $\mu_{j\text{d}}$ jest odwrotnie – im mniejsza wartość miary tym lepszy obiekt.

3. MATEMATYCZNY OPIS WARIANTÓW W METODZIE WEKTORA PREFERENCJI

3.1. WARIANT A

Decydent podaje kryteria oraz ich charakter. Wartości wektorów $\vec{\Psi}$ i $\vec{\Phi}$ są wyliczane na podstawie danych. Procedura postępowania zależy od charakteru kryteriów. Współrzędne tych wektorów są wyznaczane na podstawie I i III kwartyla do obliczania miary μ_j oraz maksimum i minimum do obliczania miar $\mu_{j\text{v}}$ i $\mu_{j\text{nd}}$. Do obliczeń brane są wartości kryteriów dla wszystkich rozpatrywanych obiektów (tabela 1).

Tabela 1.

Obliczanie wektorów $\tilde{\Psi}$ i $\tilde{\Phi}$ w zależności od charakteru kryteriów

Wektor	Kryterium				
	motywujące	demotywuujące	pożądane	niepożądane	neutralne
$\tilde{\Psi}$	III kwartył	I kwartył	max	-	-
$\tilde{\Phi}$	I kwartył	III kwartył	-	min	-

Źródło: opracowanie własne.

3.2. WARIANT B

Decydent podaje kryteria i charakter motywującego $\tilde{\Psi}$ i demotywuującego $\tilde{\Phi}$ wektora preferencji w postaci danych dla dwóch obiektów rzeczywistych z próby lub spoza próby badawczej. Pierwszego, który mu się podoba i drugiego, który mu się nie podoba.

4. PORÓWNANIE METODY PVM Z WYBRANYMI METODAMI WIELOKRYTERIALNYMI

Tabela 2 przedstawia charakterystykę wybranych metod wykorzystywanych w podejmowaniu decyzji. W celach porównawczych dołączono do nich metodę PVM. Pod względem charakterystyki jest to metoda najbardziej podobna do metody TOPSIS. Od TOPSIS odróżnia ją wykorzystanie w obliczeniach jednowymiarowego układu współrzędnych. W odróżnieniu od innych metod nie jest konieczna ocena relatywnej istotności kryteriów, gdyż metoda sama potrafi je ocenić na podstawie określenia pozytywnego i negatywnego wzorca.

Tabela 3 przedstawia zestawienie porównawcze metod AHP, ELECTRE, PROMETHEE, TOPSIS, PVM. Metodę PVM wyróżnia przede wszystkim prostota, co umożliwia łatwą interpretację wyniku i działania metody. Wykorzystuje ona iloczyn skalarny zdefiniowany dla przestrzeni Euklidesowej, ale nie ma przeciwwskazań metodycznych do wykorzystania innych iloczynów skalarnych. Daje to możliwość łatwej modyfikacji metody i dodania do niej nowych elementów, na przykład liczb wieloelementowych opisujących niedokładność danych, co czyniłoby ją równoważną metodom wykorzystującym liczby rozmyte.

W zależności od potrzeb decydenta metoda PVM może pracować w dwóch wariantach, albo wyszukiwać obiekty (warianty decyzyjne) o cechach najbardziej podobnych do wskazanych przez niego, albo o cechach zbliżonych lub lepszych. Możliwa jest również kombinacja obu wariantów. Żadna inna z analizowanych metod nie pozwala na łączenie obu wariantów. Proces obliczeniowy metody PVM jest zbliżony do metody TOPSIS i należy do najprostszych ze wszystkich porówny-

Tabela 2.

Charakterystyka metod AHP, TOPSIS, ELECTRE oraz PVM

Charakterystyka	AHP	TOPSIS	ELECTRE I	ELECTRE II	ELECTRE III	PVM
Podstawowy proces	Tworzenie hierarchicznej struktury i macierzy porównań parami	Obliczanie odległości od pozytywnego i negatywnego wzorca	Określanie indeksów zgodności i niezgodności	Określanie indeksów zgodności i niezgodności	Określanie indeksów zgodności i niezgodności z programi obojętności i preferencji	Wyznaczenie długości rzutu wektora reprezentującego obiekt $\tilde{X}$ na wektor $\tilde{T}$ oraz (lub) odległości od Ψ
Konieczność oceny relatywnej istotności kryteriów	Tak	Tak	Tak	Tak	Tak	Tak
Określanie wag	Macierze porównań parami, skala 1–9	Brak określonej metody. Normalizacja liniowa lub wektorowa	Brak określonej metody. Zależy od osoby podejmującej decyzję	Brak określonej metody. Zależy od osoby podejmującej decyzję	Brak określonej metody. Zależy od osoby podejmującej decyzję	Podwójny system wag. Podczas obliczania wektora $\tilde{T}$ oraz na podstawie wzoru (1).
Liczba i rodzaj relacji przewyższania	$N(N-1)/2$	1	1	2	1 Rozmyta	1
Kontrola spójności	Zapewniona	Brak	Brak	Brak	Zapewniona	Brak
Struktura problemu	Mąła liczba alternatyw i kryteriów, dane jakościowe lub ilościowe	Duża liczba alternatyw i kryteriów, dane obiektywne i ilościowe	Duża liczba alternatyw i kryteriów, dane obiektywne i ilościowe	Duża liczba alternatyw i kryteriów, dane obiektywne i ilościowe	Obiektywne i ilościowe dane, wykorzystanie logiki rozmytej	Duża liczba kryteriów, dane ilościowe
Końcowe rezultaty	Globalne uporządkowanie	Globalne uporządkowanie	Istotna treść	Częściowe uporządkowanie	Częściowe uporządkowanie	Globalne uporządkowanie

Źródło: opracowanie własne na podstawie AHP, TOPSIS, ELECTRE I, ELECTRE II, ELECTRE III (Özcan i inni, 2011).

Tabela 3.

Porównanie metod AHP, Electre, Promethee, TOPSIS, PVM

Metoda	Zalety	Wady	Obszary zastosowania
Proces hierarchii analitycznej (AHP)	Łatwa w użyciu, skalowalna, struktura hierarchii może być dostosowana, aby pasowała do problemów różnych rozmiarów.	Problemy wynikające z wzajemnych zależności pomiędzy alternatywami i kryteriami; może prowadzić do niespójności pomiędzy decyzją a kryteriami rankingu; odwrócenie rankingu.	Problemy dotyczące wydajności, zarządzanie zasobami, polityka i strategia korporacyjna, polityka publiczna, polityczne strategie i planowanie.
ELECTRE	Bierze pod uwagę niepewność.	Proces oraz wyniki mogą być trudne do wyjaśnienia laikowi, relacje przewyższania powodują, że siły i słabości poszczególnych rozwiązań nie są łatwe do bezpośredniego zidentyfikowania.	Energia, ekonomia, środowisko, zarządzanie wodą, problemy transportowe.
PROMETHEE	Łatwa w użyciu, nie wymaga założenia, że kryteria są procentowe (proporcjonalne).	Nie zapewnia jasnej metody przypisywania wag.	Środowisko, hydrologia, zarządzanie wodą, biznes i finanse, chemia, logistyka i transport, produkcja i montaż, energia, rolnictwo.
TOPSIS	Prosty proces, łatwy do użycia i zaprogramowania, liczba kroków jest zawsze taka sama, niezależnie od liczby atrybutów.	Użycie odległości Euklidesowej nie uwzględnia korelacji między atrybutami; trudno określić wagi i utrzymać spójność decyzji.	Zarządzanie łańcuchem dostaw, logistyka, inżynieria, systemy produkcyjne, biznes i marketing, środowisko, zasoby ludzkie, zarządzanie zasobami wody.
PVM	Bardzo prosty proces, łatwy do użycia i zaprogramowania, liczba kroków jest zawsze taka sama, niezależnie od liczby kryteriów i obiektów, możliwość zastosowania dowolnego iloczynu skalarnego daje potencjalnie duże możliwości dalszego rozbudowania metody, na przykład o niepewność.	Użycie odległości Euklidesowej dla kryteriów pożądanых i niepożądanych nie uwzględnia korelacji między kryteriami.	Ochrona środowiska, ekonomia, podejmowanie decyzji konsumenckich.

Źródło: opracowanie własne na podstawie AHP, TOPSIS, ELECTRE, Promethee (Velasquez, Hester, 2013).

wanych metod. Liczba kroków jest zawsze stała i dla danego kryterium zależy tylko od jego charakteru. Obliczenia mają charakter umożliwiający łatwy zapis w postaci macierzowej, co upraszcza zrównoleglenie obliczeń oraz implementację sprzętową. Pozwala to na zastosowanie metody tam, gdzie zachodzi potrzeba szybkiego stworzenia rankingu dla dużej ilości danych (na przykład tworzenia rankingu wszystkich stron internetowych w danym języku, wszystkich osób odwiedzających dany portal internetowy).

5. PRZYKŁAD ZASTOSOWANIA METODY PVM DO WYBORU KOMPUTERA

Zastosowanie metody PVM zostanie omówione na przykładzie wyboru komputera najbardziej odpowiadającego oczekiwaniom konsumenta. Przyjęto, że konsumenta najbardziej interesują następujące kryteria:

- k_1 – pamięć RAM w GB;
- k_2 – pojemność dysku twardego HDD w GB;
- k_3 – cena komputera w PLN;
- k_4 – przekątna matrycy ekranu w calach;
- k_5 – liczba portów USB.

Konsument określił, że chciałby mieć jak najwięcej pamięci RAM, jak największy dysk twardy HDD i jak największą liczbę portów USB przy jak najniższej cenie. Ponadto konsument chciałby mieć matrycę jak najbardziej zbliżoną do rozmiaru 17 cali. Konsument ponadto określił, że preferowane przez niego parametry komputera to 8 MB RAM-u, 1024 GB HDD, oraz 4 porty USB. Większe wartości są dla niego dopuszczalne. Określił także, że parametry 4 MB RAM-u, 500 GB HDD oraz 2 porty USB są za niskie, jak na jego potrzeby. Konsument nie podał preferowanej ceny za jaką chciałby kupić komputer, ale określił, że to kryterium jest dla niego ważne. W związku z tym wartości kryteriów RAM, HDD i USB dla wektora $\vec{\Psi}$ przyjęto na poziomie preferowanym przez konsumenta, czyli 8, 1024 i 4. Wartości tych kryteriów dla wektora $\vec{\Phi}$ przyjęto na poziomie wartości niepreferowanych przez konsumenta: 5, 500 i 2. Dla kryterium matryca, które jest kryterium pożądanym, przyjęto wartość 17 jako współrzędną wektora $\vec{\Psi}$. Współrzędna wektora $\vec{\Phi}$ dla kryterium matryca nie została określona, gdyż nie jest to wymagane (tabela 4). Ze względu na to, że konsument nie wskazał ceny, wartości tego kryterium określono na podstawie I i III kwartyła.

Ze względu na to, że konsument określił, iż cena jest dla niego ważna, przyjęto, że waga tego kryterium będzie równa 4, a pozostałych kryteriów 1. Oznacza to, że ważność tego kryterium jest taka sama, jak wszystkich pozostałych razem wziętych (suma ich wag też jest równa też 4). Na podstawie informacji podanych przez konsumenta wykonano ranking komputerów, co zostało przedstawione w tabeli 5.

Tabela 4.

Komputery wskazane przez konsumenta

	RAM	HDD	Cena	Matryca	USB
$\vec{\Psi}$	8	1024	3829,25	17	4
$\vec{\Phi}$	4	500	6060	-	2

$\vec{\Psi}$ – komputer, który mu się podobał, $\vec{\Phi}$ – komputer który mu się nie podobał.

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5.

Wartości kryteriów dla komputerów w różnych wariantach decyzyjnych

Wariant decyzyjny	RAM	HDD	Cena	Matryca	USB
C ₁	4	500	3849	17	2
C ₂	4	500	3949	17	2
C ₃	4	500	3699	15	4
C ₄	4	750	3519	17	2
C ₅	4	640	3770	17	3
C ₆	4	500	3759	15	2
C ₇	8	1024	4200	13	4
C ₈	16	1024	6000	13	4
C ₉	8	1024	3999	15	3
C ₁₀	8	500	3520	15	2
C ₁₁	8	1024	5350	15	4
C ₁₂	16	1024	6240	15	4
C ₁₃	4	1024	4220	15	3
C ₁₄	8	1024	5340	13	2
C ₁₅	4	500	4500	13	3
C ₁₆	16	1024	7200	13	4
C ₁₇	4	500	3650	17	3
C ₁₈	8	500	4670	17	3
C ₁₉	16	1024	7250	17	3
C ₂₀	16	1250	9500	17	4
C ₂₁	4	1250	6550	15	4
C ₂₂	4	250	4200	11	2
C ₂₃	8	500	5300	11	4
C ₂₄	16	1024	7500	11	4

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki otrzymanego rankingu zostały zaprezentowane w tabeli 6. Najlepszy wynik uzyskał komputer C₅. Jego parametry w większości mają wartości pomiędzy wielkościami preferowanymi a niepreferowanymi przez konsumenta. Wynika to z tego, że konsument określił kryterium ceny jako bardzo ważne, w związku z tym cena najlepszego według rankingu komputera jest stosunkowo wysoka. Analizując komputery należące do klasy pierwszej można zauważyć, że ich ceny są stosunkowo

Tabela 6.

Wartości miary PVM przy nadaniu kryterium ceny wagi równej 4

Obiekt	Miara wektorowa	Miara odległościowa	Miara	Klasa
C ₅	0,44	0,00	0,36	1
C ₁₇	0,43	0,00	0,34	1
C ₄	0,40	0,00	0,32	1
C ₃	0,53	0,55	0,31	1
C ₉	0,52	0,55	0,31	1
C ₁₃	0,47	0,55	0,27	2
C ₇	0,60	1,10	0,26	2
C ₁₈	0,32	0,00	0,25	2
C ₁₁	0,45	0,55	0,25	2
C ₁	0,30	0,00	0,24	2
C ₂	0,28	0,00	0,23	2
C ₁₂	0,38	0,55	0,19	2
C ₁₀	0,37	0,55	0,18	2
C ₂₁	0,31	0,55	0,14	3
C ₆	0,31	0,55	0,14	3
C ₁₉	0,14	0,00	0,11	3
C ₈	0,41	1,10	0,11	3
C ₁₅	0,31	1,10	0,03	3
C ₂₀	-0,01	0,00	-0,01	3
C ₁₆	0,25	1,10	-0,02	4
C ₁₄	0,24	1,10	-0,03	4
C ₂₃	0,34	1,66	-0,06	4
C ₂₄	0,21	1,66	-0,16	4
C ₂₂	0,19	1,66	-0,18	4

Źródło: opracowanie własne.

niskie (nie przekraczają 4000 PLN). Jeżeli konsumentowi nie odpowiada komputer C_5 , może poszukać bardziej odpowiadającego mu komputera z należących do klasy 1. Komputery te mają bardzo zbliżone wartości miary, a różnią się wyposażeniem i ceną. Dla tych komputerów zwiększenie wartości jednego kryterium powoduje obniżenie wartości innych kryteriów.

Badania powtórzono z wykorzystaniem metody ELECTRE II. Konsument wyraził swoje preferencje poprzez określenie, które kryteria są dla niego motywujące, a które demotywujące. Wagi kryteriów określono identyczne jak dla metody PVM. Progi dominacji i veta przyjęto zgodne z podanymi w pracy (Wang, Triantaphyllou, 2008): progi dominacji silny i słaby – 0,85 i 0,65, a progi veta silny i słaby – 0,5 i 0,25. Na tej podstawie zbudowano grafy silnych i słabych przewyższeń. Grafy posłużyły do skonstruowania rankingu. W metodzie ELECTRE II obiekty są rangowane na dwa sposoby: od najlepszego do najgorszego oraz od najgorszego do najlepszego. Ten drugi ranking nazywany jest czasami rankingiem odwróconym.

Wariant decyzyjny decydent wybiera zestawiając wyniki obu rankingów i posilkując się ewentualnie grafami przewyższeń. Dla ułatwienia porównania z metodą PVM dokonano oceny punktowej za pozycję obiektu w rankingu. Każdemu wariantowi decyzyjnemu znajdującemu się w rankingu o jedną pozycję niżej od wariantu analizowanego przyznawano 1 punkt, wariantowi znajdującemu się w rankingu o dwie pozycje niżej przyznawano dwa punkty, itd. Punktację taką przeprowadzono dla obu rankingów, przy czym dla rankingu odwróconego przyznawano punkty za położenie niższe w rankingu. Uzyskany wynik przedstawiono w tabeli 7.

Tabela 7.

Ranking stworzony za pomocą metody Electre II

Pozycja	Ranking	Ranking odwrócony	Ranking ostateczny		Ranking metodą PVM
	Wariant decyzyjny	Wariant decyzyjny	Wariant decyzyjny	Punktacja	Wariant decyzyjny
1	C_4, C_{10}	C_{20}	C_4	45	C_5
2	C_{17}	C_{21}, C_{24}	C_{10}	44	C_{17}
3	C_3	C_{19}	C_{17}	42	C_4
⋮					
9	C_{15}	C_{23}	C_9, C_{22}	28	C_{11}
⋮					
13	C_{11}	C_9, C_{22}	C_{18}	20	C_{10}
⋮					
24					C_{22}

Źródło: opracowanie własne.

Podanie dwóch wektorów w metodzie PVM pozwala na bardziej precyzyjne określenie preferencji decydenta. W ELECTRE można podać albo mało precyzyjnie preferencje decydenta, tak jak w przedstawionym przykładzie, albo bardzo precyzyjnie, poprzez porównanie wszystkich wartości kryteriów parami, co w tym przypadku daje 280 porównań. Im większa jest liczba obiektów, tym większa jest liczba porównań. Przy dużej liczbie wariantów decyzyjnych liczba porównań staje się nie do przyjęcia dla decydenta i konieczne jest zastosowanie specjalnych procedur zmniejszających tę liczbę. Metoda PVM wskazała jako najlepszy wariant C_4 , a ELECTRE – C_5 . Ta różnica wynika z faktu, że konsument jako preferowaną liczbę portów USB podał 4, a niepreferowaną 2. Jest to różnica równa rozpiętości liczby możliwych portów dla rozpatrywanych komputerów. Metoda PVM przyjęła zatem, że jest to istotny parametr dla decydenta. Porównując obie metody można zauważyć także, że kryterium ceny jest w metodzie ELECTRE znacznie bardziej ważne niż w metodzie PVM. Wpływ wagi równej 4 jest zatem silniejszy w metodzie ELECTRE niż w metodzie PVM. Szczególnie widać to w przypadku wariantu C_{22} , gdzie wszystkie parametry są bardzo słabe oprócz ceny, którą można określić jako nieco mniejszą od przeciętnej. Metoda PVM umieściła ten wariant na samym końcu rankingu, a metoda ELECTRE w jego połowie.

W metodzie ELECTRE dobór parametrów takich jak wagi, progi dominacji i veta, może być trudny dla decydenta ze względu na trudność z przełożeniem ich poziomu na wynik. W metodzie PVM współrzędne wektora $\tilde{\Psi}$ i $\tilde{\Phi}$ podaje się w jednostkach miary kryteriów, co ułatwia ich określenie przez decydenta. Wagi mają również bardzo jasną interpretację, można je na przykład podawać jako procentowe wskaźniki ważności kryterium.

Poważnym problemem metody ELECTRE jest jej dość złożona procedura. Dla rozpatrywanego przykładu czas obliczeń w programie Matlab wahał się od ok. 1 s do ok. 2 godzin. Czas obliczeń bardzo silnie zależał od określenia preferencji konsumenta, co miało związek z układem połączeń w grafach. Dla porównania czas obliczeń dla metody PVM wynosił zawsze około 1 s, niezależnie od tego, jak konsument określił swoje preferencje.

6. PODSUMOWANIE

Przedstawiona w artykule metoda PVM wykorzystuje wektor preferencji do stworzenia rankingu obiektów. Ułatwia to decydentowi podjęcie właściwej decyzji. Decydent może wyrazić swoje preferencje poprzez wskazanie jak ważne są dla niego poszczególne kryteria, definiując obiekt preferowany i ewentualnie obiekt niepożądany. Możliwe jest także określenie preferencji tylko na podstawie charakteru kryteriów.

W artykule przedstawiono również przykładowe zastosowanie metody PVM w wyborze komputera przez konsumenta. Dane zaczerpnięto z internetowych skle-

pów komputerowych. Dla porównania podobne badania przeprowadzono dla metody Electre II. Na tej podstawie określono, że metoda wektora preferencji jest prostsza w użyciu przez decydenta ze względu na bardziej oczywisty związek parametrów niezbędnych do działania metody z uzyskanym wynikiem. Ponadto ze względu na wykorzystanie grafu metoda Electre II jest dużo bardziej złożona algorytmicznie co utrudnia jej implementację oraz sprawia, że czas obliczeń jest zależny od charakteru danych i może być bardzo długi. Metoda wektora preferencji jest dużo prostsza do przełożenia na język programowania szczególnie takich które wspierają operacje macierzowe. Czas obliczeń zależy tylko od ilości danych, nie zaś od ich charakteru. Czas ten nie powinien być znaczący nawet przy określeniu tysiąca kryteriów i tysiąca wariantów decyzyjnych. Jak wykazały badania dla metody Electre ze względu na wykorzystanie grafu problematyczne może być nawet określenie 5 kryteriów i 24 wariantów decyzyjnych. Ze względu na podobieństwo metod Electre wnioski te można uogólnić na wszystkie metody grupy Electre, a uwagi dotyczące wykorzystania grafu na wszystkie metody wykorzystujące grafy (np. Promethee).

Zaproponowana metoda może mieć szerokie zastosowanie w obszarze wspomagania podejmowania decyzji. Przykładowo, można zastosować ją do wspomagania wyborów konsumentów. Metodę można zaimplementować w oprogramowaniu uruchamianym na smartfonie, rozpoznającym produkty na podstawie kodu kreskowego. Metoda jest wtedy w stanie szeregować wybrane produkty względem innych. Innym przykładem jej zastosowania jest szeregowanie obiektów społeczno-gospodarczych, dzięki czemu można określić jak dany powiat, województwo, czy też państwo plasuje się na tle innych podobnych jednostek administracyjnych. Może to być podstawą do wyboru np. miejsca inwestowania. Metodę PVM można zastosować wszędzie, gdzie mamy do czynienia z wyborem jednego wariantu decyzyjnego spośród wielu innych.

Kesra Nermend – Uniwersytet Szczeciński

LITERATURA

- Bartosiewicz S., (1984), Zmienne syntetyczne w modelowaniu ekonometrycznym, W *Prace naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, Monografie i Opracowania, Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław, 5–8.
- Binderman A., (2011), Wielokryterialne metody analizy zróżnicowania polskiego rolnictwa w 2009 roku, *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych*, 2 (12), 58–68.
- Binderman Z., Borkowski B., Szczęsny W., (2008), O pewnej metodzie porządkowania obiektów na przykładzie regionalnego zróżnicowania rolnictwa, w: Binderman Z., (red.), *Metody ilościowe w badaniach ekonomicznych: Wielowymiarowa analiza danych*, Wydawnictwo Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego, Warszawa.
- Borawski M., (2012), *Rachunek wektorowy z arytmetyką przyrostów w przetwarzaniu obrazów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

- Borys T., (1984), *Kategoria jakości w statystycznej analizie porównawczej*, Wydawnictwo Uczelniane Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Cieślak M., (1974), Taksonomiczna procedura programowania rozwoju i określania zapotrzebowania na kadry kwalifikowane, *Przegląd Statystyczny*, 1 (21), 29–39.
- Cieślak M., (1976), *Modele zapotrzebowania na kadry kwalifikowane*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe.
- Dittman P., Pisz Z., (1975), Metoda dynamicznego badania zróżnicowania przestrzennego zjawisk społeczno-ekonomicznych, *Wiadomości Statystyczne*, 11 (20), 27–28.
- Duckstein L., Gershon M., (1983), Multicriterion Analysis of a Vegetation Management Problem using ELECTRE II, *Applied Mathematical Modelling*, 6 (4), 254–261.
- Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A., (1989), *Metody taksonomii numerycznej w modelowaniu zjawisk społeczno-gospodarczych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
- Grolleau J., Tergny J., (1971), *Manuel de Reference du Programme ELECTRE II*, Document de Travail 24, SEMA-METRA International.
- Hellwig Z., (1968), Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowanych kadr, *Przegląd Statystyczny*, 4 (15).
- Hwang C. L., Yoon K., (1981), *Multiple Attribut Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag.
- Jahanshahloo G. R., Lotfi F. H., Izadikhah M., (2006), An Algorithmic Method to Extend {TOPSIS} for Decision-Making Problems with Interval Data, *Applied Mathematics and Computation*, 2 (175), 1375–1384.
- Karagiannidis A., Moussiopoulos N., (1997), Application of ELECTRE III for the Integrated Management of Municipal Solid Wastes in the Greater Athens Area, *European Journal of Operational Research*, 97, 439–449.
- Kolenda M., (2006), *Taksonomia numeryczna. Klasyfikacja, porządkowanie i analiza obiektów wielocechowych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- Kompa K., (2014), Zastosowanie mierników taksonomicznych do oceny efektywności finansowej giełd europejskich w latach 2002–2011, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 4 (15) 52–61.
- Kompa K., Witkowska D., (2010), Zastosowanie wybranych mierników syntetycznych do porównań poziomu rozwoju społeczno-gospodarczego w krajach Unii Europejskiej, w: Jajuga K., Walesiak M., (red.) *Klasyfikacja i analiza danych – teoria i zastosowania*. Taksonomia, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu, Wrocław, 71–80.
- Kukuła K., (2000), *Metoda unitaryzacji zerowanej*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Łatuszyńska A., (2014), *Miary agregatowe w ocenie stopnia rozwoju społeczeństwa informacyjnego*, PPH Zapol, Szczecin.
- Młodak A., (2006), *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*, Difin, Warszawa.
- Mousseau V., Figueira J., Naux J.-P., (2001), Using Assignment Examples to Infer Weights for ELECTRE TRI Method: Some Experimental Results, *European Journal of Operational Research*, 2 (130), 263–275.
- Nermend K., (2006), A Synthetic Measure of Sea Environment Pollution, *Polish Journal of Environmental Studies*, 4b (15), 127–130.
- Nermend K., (2008a), Employing Similarity Measures to Examine the Development of Technical Infrastructure in Polish Counties, *Folia Oeconomica Stetinensia*, 7 (15), 87–97.
- Nermend K., (2012), Method for Examining the Variability of Socio-Economic Objects Quoting the Example of Baltic Sea Countries, *Actual Problems of Economics Scientific Economics Journal*, 5 (2), 201–211.
- Nermend K., (2008b), Problem obiektów nietypowych w badaniach taksonomicznych, *Metody Informacji Stosowanej*, 1 (13), 105–112.

- Nermend K., (2013), Properties of Normalization Methods used in the Construction of Aggregate Measures, *Folia Oeconomica Stetinensia*, 2 (12), 31–45.
- Nermend K., (2008c), *Rachunek wektorowy w analizie rozwoju regionalnego*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin.
- Nermend K., (2007), Taxonomic Vector Measure of Region Development (TWMRR), *Polish Journal of Environmental Studies*, 4A (16), 195–198.
- Nermend K., (2008d), Zastosowanie rzutu wektora do budowy miernika syntetycznego, *Przegląd Statystyczny*, 3 (55), 10–21.
- Nermend K., Borawski M., (2014), Modeling Users' Preferences in the Decision Support System, *Indian Journal of Fundamental and Applied Life Sciences*, S1 (4), 1480–1491.
- Nermend K., Tarczyńska-Łuniewska M., (2013), Badanie jednorodności przestrzennej i czasowej rozwoju obiektów społeczno-gospodarczych, *Przegląd Statystyczny*, 1, 85–100.
- Nowak E., (1990), *Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Özcan T., Çelebi N., Esnaf Ş., (2011), Comparative Analysis of Multi-Criteria Decision Making Methodologies and Implementation of a Warehouse Location Selection Problem, *Expert Systems with Applications*, 8 (38), 9773–9779.
- Pawełek B., (2008), *Metody normalizacji zmiennych w badaniach porównawczych złożonych zjawisk ekonomicznych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Pluta W., (1977), *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach ekonomicznych: metody taksonomiczne i analizy czynnikowej*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Roy B., (1968), Classement et Choix en Pr'esence de Points de vue Multiples (la Methode ELECTRE), *W La Revue d'Informatique et de Recherche Opérationelle*, 57–75 .
- Saaty T., (1980), *The Analytical Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York.
- Saaty T., (2005), *Theory and Applications of the Analytic Network Process: Decision Making with Benefits, Opportunities, Costs and Risks*, RWS Publications, Pittsburgh, Pennsylvania.
- Scharlig A., (1996), *Pratiquer ELECTRE et PROMETHEE : Un Complement a Decider sur Plusieurs Crit'eres*, Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.
- Strahl D. red., (2006), *Metody oceny rozwoju regionalnego*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Wrocław.
- Tarczyński W., (2004), Dynamiczne ujęcie taksonomicznej miary atrakcyjności inwestycji na przykładzie wybranych spółek notowanych na giełdzie papierów wartościowych w Warszawie. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, 15 (394), 299–322.
- Tarczyński W., Łuniewska M., (2006), *Metody wielowymiarowej analizy porównawczej*, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Vallée D., Zielniewicz P., (1994), *Electre III–IV, version 3. x. Guide D'utilisation (tome 2)*, Université de Paris Dauphine, France.
- Velasquez M., Hester P. T., (2013), An Analysis of Multi-Criteria Decision Making Methods, *International Journal of Operations Research*, 2 (10), 56–66.
- Wang X., Triantaphyllou E., (2008), Ranking Irregularities when Evaluating Alternatives by Using Some ELECTRE Methods. *Omega, The International Journal of Management Science*, 36, 45–63.
- Witkowska D., (2010), Zastosowanie syntetycznych mierników taksonomicznych do pomiaru efektywności Chińskich banków, *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, 2 (11), 281–292.

WIELOKRYTERIALNA METODA WEKTORA PREFERENCJI JAKO NARZĘDZIE WSPOMAGAJĄCE PROCES DECYZYJNY

Streszczenie

W artykule zaprezentowano podstawy teoretyczne metody wektora preferencji (PVM – Preference Vector Method). Jest ona rozwinięciem metod wykorzystywanych przez szkołę polską i może być stosowana w procesie podejmowania decyzji. Ranking obiektów według preferencji decydenta jest budowany na podstawie połączenia dwóch metod budowy miar agregatowych: metody Hellwiga, w której jest używana odległość euklidesowa oraz metody budowy miar wektorowych (VMCM), wykorzystującej rzut wektora.

Słowa kluczowe: mierniki syntetyczne, metody wielokryterialne, metoda wektora preferencji

MULTI-CRITERIA PREFERENCE VECTOR METHOD (PVM) AS A TOOL SUPPORTING THE DECISION MAKING PROCESS

Abstract

The paper presents the theoretical foundations of Preference Vector Method (PVM). It is the development of methods used by the Polish school and can be used in the decision making process. The ranking of objects according to a decision-maker preferences is performed on the basis of a combination of two methods for construction aggregate measures: Hellwig method, in which the Euclidean distance is used and the vector measures construction method (VMCM), which uses a vector projection.

Keywords: synthetic measures, multicriteria method, PVM method, preference vector

ARKADIUSZ ŚWIADEK, MAGDALENA WOJCIECH

ANALIZA SKŁONNOŚCI PRZEDSIĘBIORSTW Z WIODĄCYCH REGIONÓW POLSKI DO INWESTOWANIA W NOWE ŚRODKI TRWAŁE Z WYKORZYSTANIEM MODELU LOGITOWEGO UWZGLĘDNIAJĄCEGO INTERAKCJE ZMIENNYCH JAKOŚCIOWYCH

1. WPROWADZENIE

Transfer technologii jest powszechnie rozumiany jako przekazanie danych, informacji, wzorców, praktyk, procedur niezbędnych do konkurowania i kreowania wartości dodanej organizacji. Głodek i Gołębiowski rozróżniają w warunkach rynkowych transfer technologii pasywny (bierny), w którym przedsiębiorstwo pozyskuje gotową do wykorzystania technologię (środki trwałe) ze źródeł zewnętrznych i nie wspomaga jej implementacji własnymi pracami badawczo-rozwojowymi, oraz aktywny, gdy zakup i zastosowanie nowych technologii są wspomagane własnymi pracami badawczo-rozwojowymi (Głodek, Gołębiowski, 2006, s. 11). Transfer technologii w formie pasywnej jest równoznaczny z wąskim rozumieniem komercjalizacji technologii – nabycie, instalacja i użytkowanie nowego środka trwałego.

Zakup dotychczas niestosowanych maszyn i urządzeń technicznych (nowe środki trwałe) to szybki i prosty, ale jednocześnie pasywny sposób pozyskania technologii, ponieważ jest ona już gotowa do użycia. Ryzyko związane z niepowodzeniem jej wdrożenia jest stosunkowo niewielkie, ponieważ po pierwsze, kupowana maszyna jest już zazwyczaj sprawdzona przez innych użytkowników, a po drugie, kupujący uzyskuje zwykle gwarancję działania maszyny oraz wsparcie w jej wdrażaniu do funkcjonowania.

Aktywność innowacyjna od strony nakładów w przedsiębiorstwie jest określana jako wejście (ang. *input*) do systemu przemysłowego. W jego skład wchodzi: nakłady na działalność badawczo-rozwojową, inwestycje w nowe środki trwałe, w tym budynki, budowle oraz maszyny i urządzenia techniczne czy zakupy nowego oprogramowania komputerowego (GUS, 2013). W gospodarkach wysoko rozwiniętych dominujący udział przypada nakładom B+R. Oznacza to, że przedsiębiorstwa tam zlokalizowane główne wysiłki ponoszą na samodzielne opracowywanie nowych technologii, z rzadka wspierając się gotowymi rozwiązaniami technologicznymi opracowywanymi w innych podmiotach w postaci maszyn i urządzeń. Z kolei w krajach rozwijających się głównym mechanizmem pozyskania nowych technologii jest zakup gotowych rozwiązań w postaci inwestycji w maszyny i urządzenia techniczne, opro-

gramowanie komputerowe czy inwestycji w nowe budynki związane z uruchomieniem produkcji wyrobów innowacyjnych.

Celem artykułu jest analiza skłonności przedsiębiorstw z wiodących regionów Polski do ponoszenia wydatków na inwestycje w nowe środki trwałe. Dane pochodzą z autorskich badań prowadzonych systematycznie, w zależności od posiadanych zasobów kadrowych, w formie kwestionariusza ankiety, w analizowanych województwach w latach 2007–12. Miały one na celu ocenę wpływu wybranych czynników na pasywny transfer nowych technologii do przedsiębiorstw przemysłowych zlokalizowanych w Polsce.

Aktywność innowacyjna w krajowym systemie gospodarowania na tym etapie jego rozwoju jest zdeterminowana przede wszystkim implementacją gotowych rozwiązań technologicznych – według GUS przypada na nie 75% łącznych wydatków na działalność innowacyjną (Bank Danych Lokalnych, 2015). Skalę i znaczenie tego zjawiska potwierdzają badania prowadzone w Polsce, według których szanse na wprowadzanie nowych procesów technologicznych na skutek zakupu nowych maszyn i urządzeń w porównaniu do działalności B+R są aż dziesięciokrotnie wyższe, gdy nowych wyrobów o 36,1% (Mińska-Stuzik, 2013, s. 8–10). Oznacza to, że przedsiębiorstwa w Polsce realizują w dalszym ciągu przede wszystkim strategię zależności technologicznej, która jest naturalną i oczekiwaną konsekwencją zacofania naszej gospodarki w tym obszarze. Kolejnym osiągniętym etapem będzie strategia imitacyjna i dalej, zgodnie z koncepcją ewolucyjną, defensywna oraz ofensywna (por. Xiao i inni, 2013, s. 751), z trudnym jednak do oszacowania czasem ich osiągnięcia, ponieważ wydatki na działalność badawczo-rozwojową w Polsce, mimo rosnącego trendu, są znacznie niższe niż w rozwiniętych krajach (por. GUS, 2013, s. 54). Oznacza to tym samym, że luka technologiczna w dalszym ciągu raczej rośnie niż maleje (por. Geronikolaou, Mourmouris, 2015, s. 259). Jednocześnie należy zaznaczyć, że skłonność do ponoszenia nakładów na środki trwałe przez badane przedsiębiorstwa, jest tożsama z deklaracją w trakcie trwania badania ankietowego zakupu co najmniej jednego takiego środka w ostatnich trzech latach, zgodnie z międzynarodową metodologią stosowaną przez wszystkie kraje OECD (OECD, 2005). Niestety słabością takiego rozwiązania jest niemożliwość wykonania obliczeń na danych ciągłych w zakresie wartości ponoszonych nakładów, a jedynie ograniczenie do stwierdzenia („tak” lub „nie”), że takie zdarzenie miało miejsce. Warto odnotować, że szczegółowymi danymi źródłowymi dysponuje Główny Urząd Statystyczny, jednak bez możliwości uzyskania dostępu do danych pierwotnych w celu wykonania obliczeń. Stąd to uproszczone, ale jednocześnie systemowe i oryginalne ujęcie problemu badawczego realizowane bez jakiegokolwiek dofinansowania, mimo wielokrotnych prób jego pozyskania.

Rozpatrywano przedsiębiorstwa z różnych sektorów ze względu na liczbę zatrudnionych osób oraz typ własności. Przyjęto cztery podstawowe klasy wielkości przedsiębiorstw: mikro, małe, średnie i duże. Rozróżniono trzy sektory własności prywatnej: krajową, zagraniczną oraz mieszaną.

Przyjęcie do badania w postaci niemetrycznej predyktorów było podyktowane koniecznością wykonania systemowego badania w skali kraju, co było tożsame z potrzebą zebrania znacznej liczby wypełnionych formularzy ankietowych, a zatem maksymalnego uproszczenia pytań w nim zawartych, co rzecz jasna posiada swoje pozytywne, jak i negatywne cechy. W celu określenia siły i kierunku wpływu wyróżnionych predyktorów na skłonność przedsiębiorstw do inwestowania w nowe środki trwałe zbudowano model regresji logistycznej z uwzględnieniem interakcji. Wzięcie pod uwagę faktu, że efekt oddziaływania badanych czynników może być bardziej złożony, wyrażony poprzez ich interakcje, przekłada się w praktyce często na trudności związane z interpretacją wyników estymacji. W związku z powyższym, w artykule szeroko wykorzystano metody graficznej prezentacji uzyskanych wyników oraz zwrócono uwagę na ich interpretację.

1. TEORETYCZNE UZASADNIENIE PRZYJĘTYCH ZMIENNYCH ORAZ CHARAKTERYSTYKA DANYCH ŹRÓDŁOWYCH

W artykule ograniczono się do przedsiębiorstw z najlepiej rozwiniętych (wiodących) regionów administracyjnych (województw) Polski, w których produkcja przemysłowa stanowiła w 2012 roku 71,2% produkcji krajowej (Bank Danych Lokalnych, 2015): WP – wielkopolskiego, DŚ – dolnośląskiego, MP – małopolskiego, MZ – mazowieckiego, PM – pomorskiego, ŚL – śląskiego, jednak przeprowadzonym w latach 2007–2012 badaniem ankietowym objęto wszystkie województwa w Polsce. Wzięło w nim udział 4173 przedsiębiorstw z powyższych województw, z czego do analizy statystycznej zakwalifikowano 3913 podmiotów. Wśród tych przedsiębiorstw przemysłowych 918 było z Wielkopolski, 492 z Dolnego Śląska, 500 z Małopolski, 674 z Mazowsza, 680 z Pomorza i 649 ze Śląska. W badanej grupie 36% stanowiły przedsiębiorstwa mikro, 36,8% firmy małe, 21,4% średnie i 5,8% duże przedsiębiorstwa. Wybór padł na wskazane województwa, ponieważ między nimi a regionami w bardziej rozwiniętych krajach istnieją najmniejsze dysproporcje strukturalne w zakresie stosowanych technologii, choć i tak są one znaczne.

Biorąc pod uwagę tradycyjne determinanty działalności innowacyjnej, nad którymi w literaturze stale trwają dyskusje a poglądy na temat ich roli ewoluują w czasie (Gil, Figueiredo, 2013, s.158; Herrera, Sanchez-Gonzales, 2013, s.152; Audretsch, 1995, s. 130; Drucker, 1992, s. 189), zdecydowano się przyjąć do badania kryterium wielkości i własności przedsiębiorstw.

Określenie roli wielkości przedsiębiorstwa jaką odgrywa w kształtowaniu działalności innowacyjnej nie jest w literaturze przedmiotu zjawiskiem nowym, lecz stale aktualnym, na co wskazują ciągle pojawiające się publikacje w tej problematyce (Pérez-Cano, 2013, s. 215–226; Gil, Figueiredo, 2013, s. 129–161; Herrera, Sánchez-González, 2013, s. 137–155). Znaczenie tej determinanty ewoluowało w czasie i zmieniało się dość radykalnie. U podstaw teorii innowacji uznawano, że aktyw-

ność technologiczna pozostaje domeną dużych przedsiębiorstw i jest konsekwencją niedoskonałej konkurencji (szerzej Schumpeter, 1960; Kamien, Schwartz, 1975, s. 1). W latach osiemdziesiątych ubiegłego wieku podejście to zostało jednak dość mocno zmodyfikowane przez Petera Druckera, który dowiódł większej roli sektora MŚP w procesach innowacyjnych, zwracając uwagę na wagę procesu dyfuzji (szerzej Drucker, 1992). Jednocześnie intensywność innowacyjna w sektorze mikro i małych przedsiębiorstw jest rzadko wspierana własną działalnością B+R (w przeciwieństwie do średnich i dużych przedsiębiorstw), a bazuje przede wszystkim na pozyskiwaniu nowych technologii w postaci ucieleśnionej (środki trwałe) ze źródeł zewnętrznych (Pellegrino i inni, 2010, s.18). Dyskusja ta w dalszym ciągu nie jest zakończona, a problem znaczenia wielkości przedsiębiorstw w kontekście rozwoju technologii uznawana jest obecnie za zjawisko o bardziej heterogenicznej i ewolucyjnej naturze, niż sądzono dotychczas. W dalszym ciągu istnieją tezy, że w Polsce poprawa zaawansowania technologicznego powinna być skoncentrowana w podmiotach dużych (Janasz, 2005, s. 140). Jest to koncepcja właściwa dla krajów gospodarczo słabo rozwiniętych, gdzie przedsiębiorczość i innowacyjność nie są właściwie wykształcone i daleko im do zjawiska o powszechnym charakterze.

Określenie wpływu własności przedsiębiorstw na aktywność innowacyjną również nie jest zjawiskiem jednoznacznym i prostym. Przedsiębiorstwa zagraniczne dysponują nietypowymi zasobami w postaci wiedzy, nowych technologii, rozpoznawalnej marki, czy rozbudowanej sieci dystrybucji, do których nie mają dostępu podmioty krajowe (Dunning, 1981, s. 10; Helpman i inni, 2004, s. 302). Do przewag podmiotów zagranicznych zaliczymy również zdolności organizacyjne i w obszarze zarządzania oraz szerokie doświadczenia praktyczne (Bloom, Van Reenen, 2010 s. 211). Co więcej, takie doświadczenia podlegają transferowi między oddziałami zlokalizowanymi w różnych krajach przez sieci wewnętrzne (Gupta, Govindarajan, 2000, s. 492; Williams, Lee, 2009, s. 1383; Zanfei, 2000, s. 515–542). Dzięki takim czynnikom mogą one prowadzić działalność innowacyjną nawet opartą na istniejących technologiach, ale przy niższych kosztach. Podmioty niewchodzące w skład grupy kapitałowej nie mogą korzystać z takich korzyści.

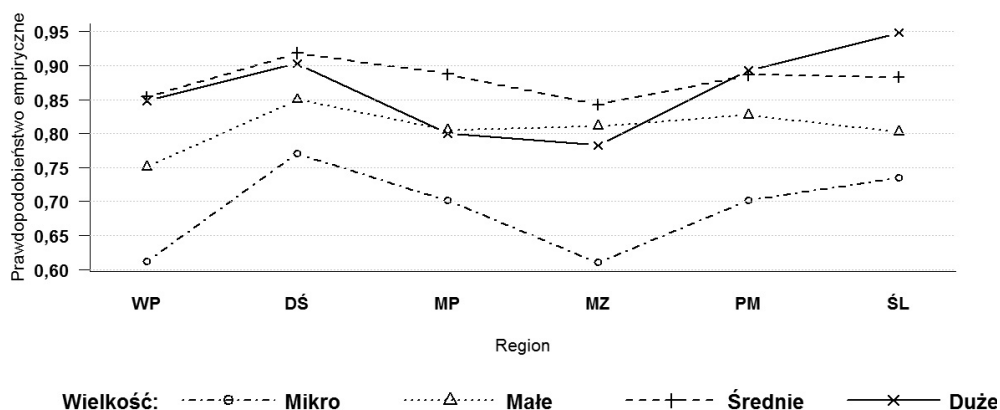
W efekcie przeprowadzonych analiz powinniśmy pozyskać wiedzę czy przedsiębiorstwa zagraniczne działające w Polsce przyjmują strategię konserwatywną, agresywną czy zbalansowaną (por. Williams, Lee, 2009, s.1376) oraz czy, zgodnie z trendami obserwowanymi na świecie, wzrasta ich zaangażowanie w tworzenie, użytkowanie i modyfikację wiedzy (Zanfei, 2000, s. 515)?

Przedsiębiorstwa krajowe również są systematycznie badane, o czym świadczy bogata literatura przedmiotu (De Massis i inni, 2013, s. 10–31; Villalonga, Amit, 2009, s. 3047–3091; De Massis i inni, 2012, s. 9). Czynnikami wyróżniającymi te podmioty są unikalne zasoby w zakresie osobistego zaangażowania, zarządzania, czy posiadanie niepowtarzalnych zasobów wynikających ze specyfiki ich lokalizacji geograficznej, a które łącznie mogą przyczynić się w istotny sposób do tworzenia rozwiązań innowacyjnych (Habbershon, Williams, 1999, s. 165; Sirmon, Hitt,

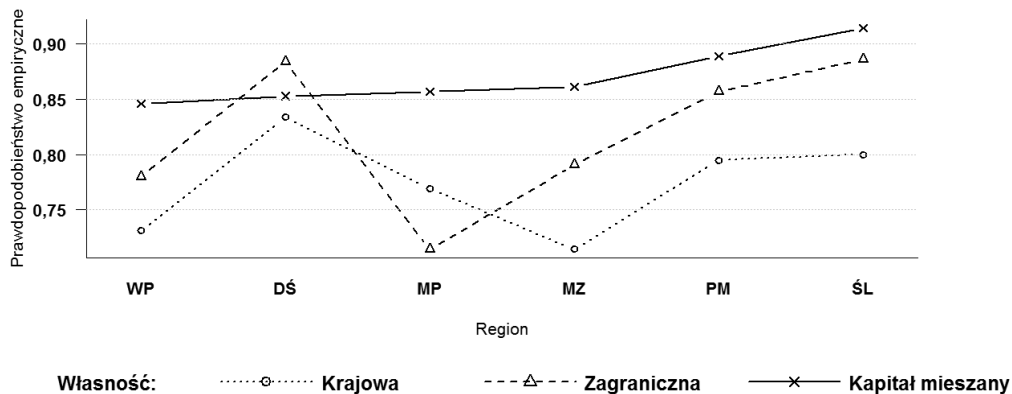
2003, s. 354). Ponadto, krajowe przedsiębiorstwa charakteryzują się specyficznymi strukturami organizacyjnymi, które kreują niepowtarzalne normy zachowań tworząc unikalne przewagi (Gedajlovic, Carney, 2010, s. 903; Jensen, Meckling, 1976, s. 305; Gedajlovic i inni, 2004, s. 906). Podnosi się również fakt, że specyfika kapitału krajowego może decydować o bardziej otwartym postrzeganiu i efektywnym wykorzystywaniu źródeł wiedzy znajdujących się poza przedsiębiorstwem (Sirmon, Hitt, 2003, s. 341). Jednocześnie decyzje dotyczące zaangażowania w procesy innowacyjne w tych przedsiębiorstwach są często efektem obaw o utratę kontroli nad kierunkami rozwoju technologii (Kotlar i inni, 2012, s. 15). Nie należy zapomnieć, że ważną determinantą poziomu zaangażowania przedsiębiorstw krajowych w działalność innowacyjną jest system społeczno-gospodarczy, w którym funkcjonują, jego tradycje, poziom zaufania, dojrzałość rynkowa, czy skłonność podmiotów do podejmowania ryzyka.

O ile siła ciężkości aktywności innowacyjnej w krajach rozwiniętych należy do grupy sektora małych i średnich przedsiębiorstw oraz podmiotów krajowych, o tyle w krajach rozwijających się, ze względu na dystans technologiczny, aktywność owa zależy głównie od dużych i średnich przedsiębiorstw oraz z perspektywy własności: do podmiotów zagranicznych i tych o mieszanej strukturze własności (Świadek, 2014, s. 136; Świadek, 2012, s. 20). Na tej podstawie powstaje pytanie: na jakim etapie rozwoju znajduje się Polska po ponad dwudziestu pięciu latach transformacji systemowej?

Analizując wpływ wskazanych trzech jakościowych predyktorów na badane zjawisko założono, że może między nimi zachodzić interakcja drugiego stopnia. W celu graficznej, nieformalnej oceny tej interakcji wykonano dla każdej kombinacji poziomów par zmiennych, wykresy empirycznych wartości prawdopodobieństwa tego, że przedsiębiorstwo inwestowało w dotychczas niestosowane środki trwałe (rysunki 1–3). Wzajemne położenie linii łamanych, które nie są do siebie równoległe, może wskazywać na to, że wpływ wielkości przedsiębiorstwa na jego inwestycje w nowe środki trwałe jest silnie modyfikowany przez typ własności tego przedsiębiorstwa (rysunek 3). Natomiast interakcje między pozostałymi zmiennymi nie są już tak silne. Najslabsza wydaje się być interakcja zmiennych zilustrowana na rysunku 1, gdzie z wyjątkiem dużych firm, zależność między wielkością firmy a jej wydatkami związanymi z inwestowaniem w nowe środki trwałe nie przebiega w odmienny sposób, w rozważanych województwach. W tym sektorze mikro przedsiębiorcy zdecydowanie wykazywali najniższą aktywność związaną z omawianymi inwestycjami. Należy jednak zwrócić uwagę, że w każdej z badanych kombinacji wariantów predyktorów (rysunki 1–3), większość badanych firm (powyżej 60%) ponosiła wydatki na inwestycje w dotychczas niestosowane środki trwałe.

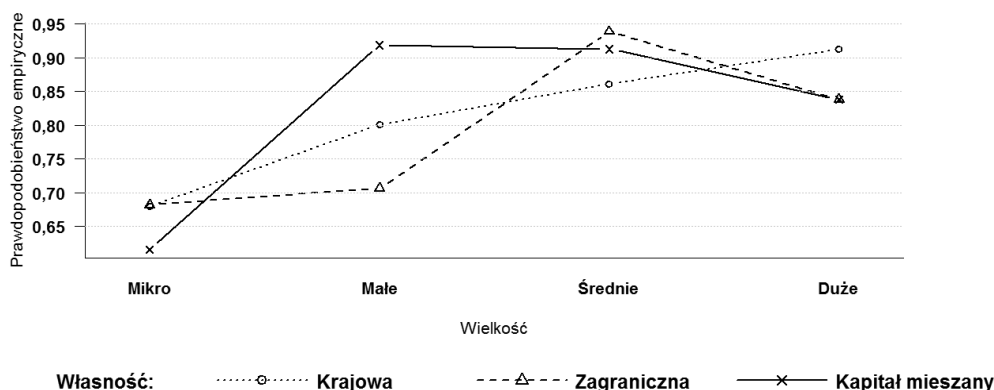


Rysunek 1. Wykres prawdopodobieństw empirycznych inwestycji firmy w nowe środki trwałe w zależności od kombinacji wariantów predyktorów: regionu i wielkości przedsiębiorstwa
Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R: funkcja `interaction.plot`, pakiet `stats`.



Rysunek 2. Wykres prawdopodobieństw empirycznych inwestycji firmy w nowe środki trwałe w zależności od kombinacji wariantów predyktorów: regionu i typu własności firmy

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R: funkcja `interaction.plot`, pakiet `stats`.



Rysunek 3. Wykres prawdopodobieństw empirycznych inwestycji firmy w nowe środki trwałe w zależności od kombinacji wariantów predyktorów: wielkości i typu własności firmy

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R: funkcja `interaction.plot`, pakiet `stats`.

2. CHARAKTERYSTYKA MODELU LOGITOWEGO

Analizowana jest skłonność¹ przedsiębiorstwa do inwestowania w dotychczas nieostanowione środki trwałe. W związku z tym obserwowana zmienna zero-jedynkowa reprezentuje fakt, czy dane przedsiębiorstwo ponosiło wydatki, czy też nie, na te inwestycje. Formalnie, celem jest modelowanie dychotomicznej zmiennej Y w zależności od zmiennych objaśniających $X_1, X_2, \dots, X_k$. Relację między zero-jedynkową zmienną Y a zmiennymi objaśniającymi można opisać za pomocą modelu logitowego. Zmienne objaśniające mogą mieć zarówno charakter ilościowy jak i jakościowy a modelowanie logitowe można rozszerzyć do przypadku, gdy zmienna Y jest zmienną wielomianową, czyli może przyjąć jeden z wielu dyskretnych wariantów (zob. np. Gruszczyński, 2012; Gatnar, Walesiak 2011; Greene, 2000). Rozważmy przypadek, w którym zakładamy, że obserwowana zmienna o wartościach zero-jedynkowych $Y_i \in \{0,1\}$ ma rozkład Bernoulliego z prawdopodobieństwem sukcesu $p_i \in (0,1)$ równym:

$$\begin{aligned}
 p_i &= E(Y_i | X_1 = x_{i1}, X_2 = x_{i2}, \dots, X_k = x_{ik}) = P(Y_i = 1 | X_1 = x_{i1}, X_2 = x_{i2}, \dots, X_k = x_{ik}) = \\
 &= F(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}) = \frac{1}{1 + \exp(-(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}))},
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

¹ W modelu logitowym zakłada się, że modeluje się ukrytą, nieobserwowalną zmienną (ang. *latent variable*), która reprezentuje skłonność jednostki obserwacji do przyjmowania stanu $Y = 1$. Relację między tymi zmiennymi (nieobserwowalną, ukrytą i obserwowalną Y) można znaleźć w (zob. np. Gruszczyński, 2012, s. 74–75; Gatnar, Walesiak, 2011, s. 101).

gdzie F jest dystrybuantą rozkładu logistycznego, $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ są to nieznane parametry modelu o wartościach rzeczywistych oraz x_{ij} jest to wartość j -tej zmiennej objaśniającej dla i -tego obiektu ($i=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, k$).

Model logistyczny jest szczególnym przypadkiem uogólnionego modelu liniowego, w którym zakłada się, że funkcja wiążąca (ang. *link function*) jest funkcją *logit* zdefiniowaną następująco:

$$\text{logit}(p_i) = F^{-1}(p_i) = \ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}, \quad \text{logit}(p_i) \in (-\infty, \infty) \quad (2)$$

gdzie F^{-1} jest funkcją odwrotną do dystrybuanty F rozkładu logistycznego.

Powyższy, standardowy model logitowy, w którym efekt oddziaływania zmiennych objaśniających jest addytywny, możemy rozszerzyć uwzględniając interakcje między nimi. Interakcje takie mają miejsce, gdy efekt oddziaływania jednej zmiennej jest modyfikowany wielkością innej zmiennej objaśniającej. Formalnie interakcje między zmiennymi objaśniającymi możemy uwzględnić wprowadzając do modelu (2) iloczyn tych zmiennych.

Użycie logitów dla prawdopodobieństwa sukcesu pozwala interpretować wyniki analizy regresji w terminach szans (ang. *odds*), tzn. stosunku prawdopodobieństwa sukcesu, czyli tego, że wyróżnione zjawisko wystąpi ($Y=1$) do prawdopodobieństwa porażki, czyli że nie zaobserwujemy interesującego nas zdarzenia, przy ustalonych wartościach zmiennych objaśniających. Z równania (2) wynika, że model regresji logistycznej opisuje zależność między logarytmem naturalnym szansy zajścia badanego zjawiska i kombinacją liniową zmiennych objaśniających. Stąd szansa jest definiowana jako następująca funkcja zmiennych objaśniających:

$$\frac{p_i}{1-p_i} = \exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}) = \exp(\beta_0) \exp(\beta_1 x_{i1}) \dots \exp(\beta_k x_{ik}). \quad (3)$$

W praktyce wygodnie jest też posługiwać się ilorazem szans (ang. *odds ratio*), który to daje możliwość porównania szansy wystąpienia badanego zjawiska Y w dwóch grupach. Dla modelu logitowego bez interakcji, ze stałą, oraz ze zmiennymi objaśniającymi ilościowymi jak i zero-jedynkowymi związanymi z dyskretną zmienną, która może mieć więcej niż dwie kategorie, iloraz szans jest wyrażony przez wielkość e^{β_j} . Interpretacja ilorazu szans jest uzależniona od typu zmiennej objaśniającej. W przypadku, gdy β_j jest parametrem przy zero-jedynkowej zmiennej X_j która to jest związana z poziomami jakościowego predyktora, iloraz szans informuje o tym ile razy zmienia się szansa wystąpienia badanego zjawiska w grupie opisanej przez

wartość „1” zero-jedynkowej zmiennej X_j w porównaniu do grupy referencyjnej tego jakościowego predyktora (*ceteris paribus*)².

Do estymacji parametrów modelu logitowego najczęściej używa się metody największej wiarygodności. Oznaczając przez y_i i -tą realizację obserwowanej zmiennej, funkcję wiarygodności możemy zapisać w postaci: $L(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k) = \prod_{i=1}^n p_i^{y_i} (1 - p_i)^{1-y_i}$. Korzystając z definicji (1) prawdopodobieństwa sukcesu p_i oraz szansy (3) otrzymujemy logarytm naturalny funkcji wiarygodności w modelu logitowym postaci:

$$\ln L(\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k) = \sum_{i=1}^n y_i (\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij}) + \sum_{i=1}^n \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^k \beta_j x_{ij})} \right). \quad (4)$$

Metoda największej wiarygodności polega na wyznaczeniu takich wartości nieznanymi parametrów $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ dla których, przy zadanych wartościach obserwowanej zmiennej i zmiennych objaśniających, logarytm funkcji wiarygodności (4) przyjmie wartość maksymalną. W tym celu oblicza się pochodne cząstkowe pierwszego rzędu tej funkcji względem parametrów i przyrównuje je się do zera. W efekcie otrzymujemy układ $k + 1$ nieliniowych równań wiarygodności, którego rozwiązanie wyznacza się przy użyciu procedur iteracyjnych. Należy dodać, że funkcja wiarygodności jest wklęsła, co ułatwia rozwiązywanie problemów optymalizacyjnych (Maddala, 2006, s. 373).

We wnioskowaniu statystycznym dla modelu regresji logistycznej, stosuje się często testy, które bazują na statystyce zwanej odchyleniem modelu (ang. *model deviance*), która w tym modelu jest postaci:

$$D = -2 \ln L(\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1, \dots, \widehat{\beta}_k),$$

gdzie $\widehat{\beta}_0, \widehat{\beta}_1, \dots, \widehat{\beta}_k$ są to estymatory największej wiarygodności parametrów $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_k$ modelu logistycznego (2). Z definicji odchylenia wynika, że jest ono zawsze nieujemne (Koronacki, Ćwik, 2008, s. 59). Korzystając z (4) widzimy, że dla ustalonych, zaobserwowanych w próbie wartości zmiennych, odchylenie modelu logistycznego wynosi:

$$D = -2 \sum_{i=1}^n \left[y_i (\widehat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \widehat{\beta}_j x_{ij}) + \ln \left(\frac{1}{1 + \exp(\widehat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \widehat{\beta}_j x_{ij})} \right) \right]. \quad (5)$$

² Interpretacja ilorazu szans dla ilościowej zmiennej objaśniającej w standardowym modelu logitowym jest podana na przykład w książkach (np. Gruszczyński, 2012, s. 85–86; Gatnar, Walesiak, 2011, s. 102; Agresti, 2007, s. 104).

Statystyczną istotność pomiędzy dwoma zagnieżdżonymi modelami można określić na podstawie analizy różnic pomiędzy odchyleniami dla tych modeli. Jako statystyki testowej używa się różnicy odchyłeń dla mniejszego i większego modelu. Zmiany odchyłeń dla dwóch zagnieżdżonych modeli można aproksymować rozkładem chi-kwadrat o stopniach swobody równych różnicy zmiany w liczbie parametrów tych modeli. Pozwala to na ocenę statystycznej istotności spadku odchyłeń spowodowanej wprowadzeniem do modelu logitowego kolejnej zmiennej objaśniającej (zob. np. Koronacki, Ćwik, 2008, s. 60; Agresti, 2007, s. 85–86; Greene, 2000).

W procesie specyfikacji właściwej postaci modelu ekonometrycznego można brać pod uwagę różne aspekty (zob. np. Maddala, 2006, s. 541–557; Piłatowska, 2011). Porównując konkurencyjne modele, których parametry szacuje się metodą największej wiarygodności, szczególnie przydatne są kryteria informacyjne *AIC* (ang. *Akaike Information Criterion*) oraz *SIC* (ang. *Schwarz Information Criterion*), najczęściej cytowane jako *BIC* (ang. *Bayesian Information Criterion*) ze względu na bayesowskie podstawy tej metody (Akaike, 1974; Schwarz, 1978). Dla modelu logistycznego kryteria te mają postać:

$$AIC = D + 2(k + 1) \text{ oraz } BIC = D + (k + 1)\ln(n)$$

gdzie D jest odchyleniem (5) modelu logitowego, $k+1$ jest to liczba parametrów modelu, n jest to liczba obserwacji w próbie. Z definicji tych kryteriów wynika, że z jednej strony biorą one pod uwagę jakość modelu wyrażoną przez jego odchylenia, ale z drugiej strony płaci się „karę” za nadmierny wymiar modelu, czyli włączenie do niego zbyt dużej liczby zmiennych objaśniających. Można zatem powiedzieć, że kryteria *AIC* oraz *BIC* nie wskazują modelu najlepiej opisującego rzeczywistość lecz taki, który dostarcza najwięcej informacji o badanym zjawisku (zob. np. Gatnar, Waleśiak, 2011, s. 92). Z konkurencyjnych modeli najczęściej wybiera się ten, dla którego wartość wybranego kryterium informacyjnego jest najmniejsza.

3. WYNIKI BADAŃ EMPIRYCZNYCH

Celem badania jest modelowanie skłonności firmy do inwestycji w dotychczas niestosowane środki trwałe, zatem obserwowana zmienna jest zdefiniowana jako:

$$Y_i = \begin{cases} 1 & i - \text{ta firma inwestuje w nowe środki trwałe,} \\ 0 & \text{zdarzenie przeciwne,} \end{cases}$$

gdzie ($i = 1, 2, \dots, 3913$). W artykule analizowany jest przypadek, w którym wszystkie zmienne objaśniające są jakościowe o więcej niż dwóch kategoriach. Dokładniej wyróżniono następujące predyktory charakteryzujące firmę: jej wielkość (mikro, mała, średnia, duża), region w jakim się znajduje (WP, DŚ, MP, MZ, PM, ŚL) i charakter jej własności (kapitał krajowy, zagraniczny lub kapitał mieszany). Każda z tych

dyskretnych zmiennych została opisana zestawem zmiennych zero-jedynkowych. Zmienne te zostały wprowadzone do modelu w liczbie o jeden mniej w stosunku do liczby kategorii każdej dyskretnej zmiennej³. Jako grupę referencyjną przyjęto małe przedsiębiorstwa o kapitale krajowym z województwa wielkopolskiego. Były to kategorie najbardziej liczne dla każdego predyktora. W związku z tym, czteropozomową zmienną opisującą wielkość firmy wprowadzono do modelu w postaci 3 zmiennych 0–1 (wartość „1” została określona w nawiasie, natomiast „0” reprezentuje pozostałe kategorie danego predyktora): W_1 (mikro), W_2 (średnie), W_3 (duże). Analogicznie zakodowano rozważane województwa: R_1 (dolnośląskie), R_2 (małopolskie), R_3 (mazowieckie), R_4 (pomorskie), R_5 (śląskie) oraz trzypozomową zmienną kapitał firmy zakodowano jako: K_1 (zagraniczny), K_2 (mieszany).

Wybór zmiennych objaśniających do modelu logitowego został przeprowadzony za pomocą metody selekcji krokowej, która to jest połączeniem metody eliminacji i metody dołączania. Stąd zaletą tej metody jest to, że w każdym kroku można odrzucić lub dodać potencjalną zmienną objaśniającą i wybrać optymalny zbiór zmiennych względem wybranej procedury selekcji. W analizowanym przypadku wyjściowy model, oprócz rozważanych efektów addytywnych, takich jak wielkość firmy, region w jakim się znajduje i typ jej własności, zawierał również wszystkie interakcje stopnia drugiego między tymi zmiennymi wprowadzone w postaci iloczynu zmiennych. Jako model o najmniejszej wartości kryterium informacyjnego *AIC*, został wskazany ten, który zawierał wszystkie zmienne objaśniające (efekty główne) oraz interakcje między wielkością i typem własności firmy. Natomiast model wskazany przez kryterium *BIC* zawierał tylko jedną zmienną objaśniającą opisującą wielkość przedsiębiorstwa. Jednak charakteryzował się on większym odchyleniem w porównaniu do modelu uzyskanego przez kryterium *AIC*. Nie jest to zaskoczeniem, gdyż kryterium *BIC* w porównaniu do *AIC* ma tendencje do wskazywania modelu o mniejszym wymiarze. Ze względu na to, że dysponujemy dużą liczbą obserwacji dla większości kombinacji poziomów rozważanych zmiennych, do analizy został wybrany model bardziej złożony, z większą liczbą parametrów ale mniejszym odchyleniem.

Przy przyjętych oznaczeniach wskazany przez kryterium *AIC* model logitowy z interakcją, opisujący prawdopodobieństwo p_i tego, że i -te przedsiębiorstwo będzie inwestować w dotychczas niestosowane środki trwałe, jest opisany równaniem:

$$\begin{aligned} \text{logit}(p_i) = & \beta_0 + \beta_1 W_{i1} + \beta_2 W_{i2} + \beta_3 W_{i3} + \beta_4 R_{i1} + \beta_5 R_{i2} + \beta_6 R_{i3} + \beta_7 R_{i4} + \beta_8 R_{i5} + \\ & + \beta_9 K_{i1} + \beta_{10} K_{i2} + \beta_{11} W_{i1} K_{i1} + \beta_{12} W_{i2} K_{i1} + \beta_{13} W_{i3} K_{i1} + \beta_{14} W_{i1} K_{i2} + \\ & + \beta_{15} W_{i2} K_{i2} + \beta_{16} W_{i3} K_{i2}. \end{aligned}$$

³ Taki sposób wprowadzania do modelu sztucznych zero-jedynkowych zmiennych niezależnych jest związany z obecnością w modelu wyrazu wolnego. W modelu bez wyrazu wolnego wprowadza się tyle sztucznych zmiennych, ile jest kategorii jakościowej zmiennej niezależnej (zob. np. Gatnar, Walesiak, 2011, s. 14; Maddala, 2006, s. 352).

gdzie $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_{16}$ są to nieznane parametry modelu ($i = 1, 2, \dots, 3913$). Estymatory parametrów tego modelu wyznaczono metodą największej wiarygodności i przedstawiono w tabeli 1. Tablica ta zawiera również ocenę istotności zmiennych zweryfikowaną testem Walda oraz wartości $e^{\hat{\beta}_j}$. Dla przyjętego poziomu istotności 0,05, wyniki w ostatniej kolumnie, dla statystycznie istotnych zmiennych zostały wyróżnione pogrubioną czcionką. Należy zaznaczyć, że w modelach z efektem interakcyjnym sposób wyznaczania i interpretacji ilorazów szans ulega komplikacji. Stąd też interpretacja wielkości $e^{\hat{\beta}_j}$ ($j=1, \dots, 16$) jest uzależniona od tego, czy parametr β_j w modelu logitowym stoi przy zmiennej nie będącej w interakcji, czy przy zmiennej będącej w interakcji z innymi zmiennymi, czy też przy iloczynie zmiennych objaśniających (zob. np. Jaccard, 2001; Jackowska, 2011).

Tabela 1.

Wyniki estymacji modelu logitowego

Zmienna	Ocena $\hat{\beta}_j$ parametru	Błąd standardowy	Test Walda	P-wartość testu Walda	$e^{\hat{\beta}_j}$
wyraz wolny	1,114	0,096	11,606	< 0,0001	3,045
mikro	-0,642	0,091	-7,057	< 0,0001	0,526
średnie	0,449	0,133	3,388	0,0007	1,567
duże	0,976	0,339	2,876	0,0040	2,653
dolnośląskie	0,694	0,147	4,708	< 0,0001	2,001
małopolskie	0,352	0,134	2,628	0,0086	1,422
mazowieckie	0,072	0,119	0,607	0,5437	1,075
pomorskie	0,402	0,126	3,198	0,0014	1,494
śląskie	0,457	0,129	3,553	0,0004	1,580
kapitał zagraniczny	-0,571	0,317	-1,801	0,0717	0,565
kapitał mieszany	1,069	0,433	2,470	0,0135	2,911
mikro*kapitał zagraniczny	0,519	0,562	0,923	0,3560	1,680
średnie*kapitał zagraniczny	1,487	0,572	2,599	0,0094	4,423
duże*kapitał zagraniczny	-0,169	0,558	-0,302	0,7623	0,845
mikro*kapitał mieszany	-1,348	0,596	-2,262	0,0237	0,260
średnie*kapitał mieszany	-0,535	0,581	-0,921	0,3568	0,586
duże*kapitał mieszany	-1,815	0,706	-2,572	0,0101	0,163

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R: funkcja glm z pakietu stats.

Zbadana została jakość powyższego modelu logitowego w sensie analizy spadku wartości odchyłeń (5) wnoszonej przez dołączanie do modelu kolejnych zmiennych objaśniających (tabela 2). Analiza odchyłeń pozwala na ocenę istotności wprowadzo-

nej interakcji i efektów addytywnych w oddziaływaniu na obserwowalną zmienną i jest ona odpowiednikiem analizy wariancji zmiennej objaśnianej w liniowym modelu regresji. Należy zaznaczyć, że wyniki testowania mogą zależeć od kolejności dołączania zmiennych do modelu (testowanie sekwencyjne). Analiza ta pokazuje, że statystycznie istotny (dla $\alpha = 0,05$) spadek odchyłeń w wyjaśnianiu skłonności firmy do inwestycji w nowe środki trwałe, wnosi uwzględnienie w modelu wielkości firmy, regionu i interakcji między wielkością i własnością, przy czym najwyższy spadek odchyłeń wnosi wielkość firmy. Natomiast dołączenie do modelu, w którym już uwzględniono wielkość firmy i region w którym ona się znajduje, zmiennej opisującej typ własności firmy nie powoduje dużego, statystycznie istotnego, spadku odchyłeń w wyjaśnianiu Y . Widoczne jest również to, że dodanie do modelu, w którym uwzględniono już wszystkie efekty addytywne, interakcji między wielkością a własnością firmy jest zasadne, ponieważ zredukowało odchylenie istotnie statystycznie.

Tabela 2.

Podsumowanie wyników analizy odchyłeń dla modeli powstałych przez wprowadzanie kolejnych zmiennych objaśniających

Modele	Odchylenia modelu	Różnica odchyłeń	Df	P-wartość testu dla różnicy odchyłeń
model tylko ze stałą	4146,6			
wielkość	4000,1	146,5	3	< 0,0001
wielkość+region	3966,6	33,5	5	< 0,0001
wielkość+region+własność	3963,2	3,4	2	0,1831
wielkość+region+własność+ +wielkość*własność	3945,2	18,0	6	0,0062

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R: funkcja anova z pakietu stats.

Ocenę dopasowania modelu do danych wykonano za pomocą testu ilorazu wiarygodności, dla którego wartość statystyki testowej wynosiła $LR = 201,38$ przy 16 stopniach swobody, co dało p -wartość < 0,0001. Wyniki te pozwoliły przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$, na odrzucenie hipotezy zerowej o niezależności skłonności przedsiębiorstw do inwestowania w nowe środki trwałe od ich wielkości, regionu w którym się znajdują, charakteru własności oraz interakcji między pierwszym i trzecim predyktorem. Również test zgodności modelu oparty na statystyce odchyłeń (ang. *residual deviance*) wskazuje na zgodność danych z modelem logitowym wskazanym przez kryterium AIC ($G^2 = 3945,2$; p -wartość = 0,2869).

We wnioskowaniu ograniczymy się do interpretacji ostatniej kolumny tabeli 1 dla statystycznie istotnych zmiennych, przy poziomie istotności 0,05. Charakterystyką przedsiębiorstwa, która nie była w interakcji z pozostałymi predyktorami jest region, w jakim dana firma się znajdowała. Można zauważyć, że z wyjątkiem województwa mazowieckiego, różnice w skłonności do inwestowania firm z pozostałych regionów

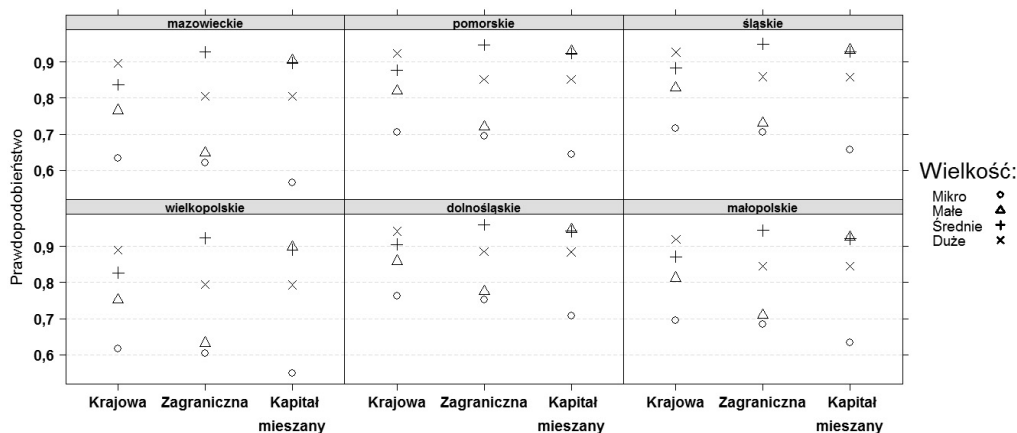
Polski w stosunku do firm z Wielkopolski są statystycznie istotne. Stąd, w pozostałych województwach, szanse na inwestycje w nowe środki trwałe przedsiębiorstw z tego samego sektora (ze względu na wielkość i typ ich własności) były większe niż w województwie wielkopolskim o: 42% w małopolskim, 49% w pomorskim, 58% śląskim oraz dwukrotnie większe w województwie dolnośląskim. Na tej podstawie dostrzegamy, że Wielkopolska reprezentuje raczej tradycyjny sposób gospodarowania w stosunku do pozostałych przyjętych do badania regionów w Polsce. O ile jego aktualna siła ekonomiczna jest duża, to powinna ona obniżyć się w czasie głównie na rzecz województw śląskiego i dolnośląskiego.

Skłonność do inwestowania w nowe środki trwałe przez przedsiębiorstwo jest w największym stopniu determinowana przez wielkość firmy. Jednocześnie jest, to zmienna, która pozostaje w interakcji z typem własności przedsiębiorstwa, co ma swoje odbicie w interpretacji wyników estymacji. Wpływ wielkości firmy na jej innowacyjność zależy od typu jej własności i odwrotnie. Z wyników estymacji parametrów stojących przy zmiennych opisujących wielkość firmy możemy wnioskować, że w ustalonym regionie oraz w grupie firm o kapitale krajowym (grupa referencyjna zmiennej typ firmy) tylko przedsiębiorstwa mikro miały o około 47% mniejsze szanse na inwestycje w nowe środki trwałe w stosunku do małych firm. W pozostałych przypadkach te szanse były wyższe, przy czym firmy średnie w stosunku do małych miały tę szansę o 57% wyższą a duże firmy miały tę szansę 2,65 razy wyższą. Analogicznie, dla ustalonego regionu oraz w grupie małych przedsiębiorstw (przyjęty poziom referencyjny dla wielkości firmy) szansa inwestycji przedsiębiorstw o kapitale mieszanym była prawie trzykrotnie wyższa w stosunku do firm o kapitale krajowym.

Interpretując wyniki z ostatniej kolumny tabeli 1, odnoszące się do iloczynu par jakościowych zmiennych niezależnych w modelu, należy odnieść się do grup referencyjnych obu zmiennych. W tym przypadku, wyniki te odnoszą się do ilorazu ilorazów szans (zob. np. Jaccard, 2001; Jackowska, 2011). Zatem, w układzie regionalnym, iloraz szans inwestycji w nowe środki trwałe dla średnich i małych firm z udziałem kapitału zagranicznego był 4,4 razy większy od ilorazu tych szans ale w grupie przedsiębiorstw o kapitale krajowym. Natomiast dla przedsiębiorstw o kapitale mieszanym w stosunku do grupy firm z udziałem kapitału krajowego szanse na poniesienie inwestycji w nowe środki trwałe przez firmy mikro w stosunku do tych szans w małych firmach były mniejsze o 74%. Kierunek ten nie zmienił się w grupie dużych firm w stosunku do małych, gdzie iloraz tych szans był o 84% mniejszy.

Z tego względu, że w porównaniu do modeli liniowych, interpretacja efektu interakcji zmiennych w modelu logitowym jest o wiele bardziej złożona, zaprezentowano dodatkowo wykresy uwidaczniające wzajemne relacje w rozkładzie prawdopodobieństw. Rysunek 4 przedstawia wartości oszacowanych na podstawie modelu prawdopodobieństw poniesienia przez firmę nakładów inwestycyjnych na nowe środki trwałe w układzie regionalnym, ze względu na rozróżnione sektory przedsiębiorstw. W każdym przypadku to prawdopodobieństwo jest większe od 0,5. Dla ustalonego regionu jest widoczne, że wpływ wielkości firmy na to prawdopodobieństwo jest uwa-

runkowany typem jej własności. Jest to wynikiem tego, że oszacowania prawdopodobieństw zostały wyznaczone na podstawie modelu z interakcjami między wielkością a typem firmy i jest zgodne z rozkładem empirycznym prawdopodobieństw (rysunek 3). W każdym regionie, najniższe szanse na inwestycje w nowe środki trwałe są w grupie mikro przedsiębiorstw i to niezależnie od ich typu własności. W ustalonym regionie prawdopodobieństwo, że firma o kapitale krajowym zainwestuje w nowe środki trwałe jest najwyższe w grupie dużych firm i zbliżone do tego w średnich firmach. W firmach o kapitale zagranicznym różnice między tymi wartościami prawdopodobieństw są większe i na korzyść średnich firm oraz zbliżone i najniższe w grupie mikro i małych przedsiębiorstw. Warto zauważyć, że w firmach o kapitale mieszanym wzmacnia się pozycja małych przedsiębiorców, dla których prawdopodobieństwo poniesienia nakładów inwestycyjnych w nowe środki trwałe było najwyższe i zbliżone do tego dla średnich firm. Zdecydowanie w tej grupie odstawali mikro przedsiębiorcy. Można również zauważyć, że rozkłady tych prawdopodobieństw są porównywalne w województwie mazowieckim i wielkopolskim oraz pomorskim i śląskim.

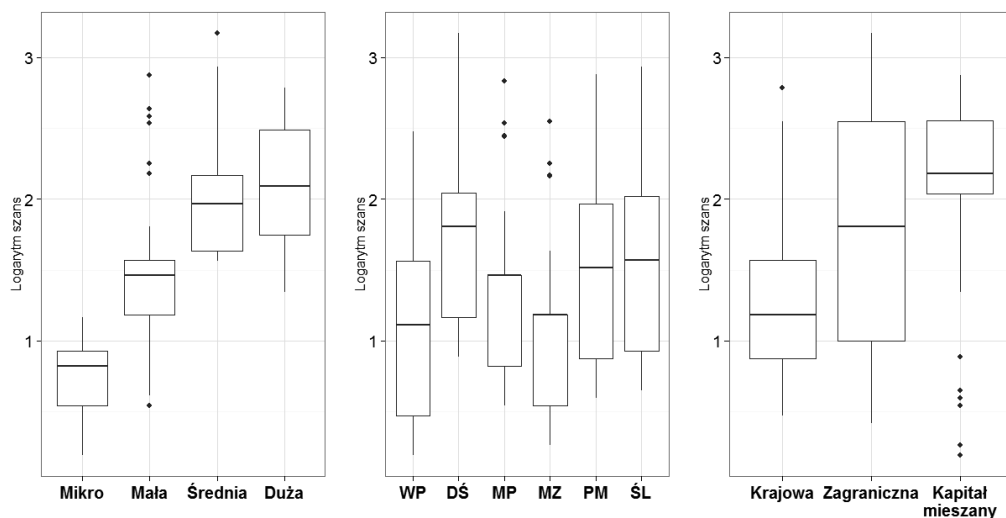


Rysunek 4. Wykresy prawdopodobieństw oszacowanych na podstawie przyjętego modelu logitowego

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R: funkcja xyplot, pakiet lattice.

Podsumowanie wyników estymacji modelu logitowego zaprezentowano również w postaci wykresów pudełkowych. Wykresy te są przedstawione na rysunku 5 i dają możliwość porównania rozkładu wartości logarytmu szans, wyznaczonych na podstawie przyjętego modelu logitowego, dla poszczególnych kategorii predyktorów. W każdym przypadku logarytm szans jest większy od zera. Potwierdza to, że oszacowane prawdopodobieństwa inwestycji na nabycie nowych środków trwałych dla każdego przypadku są większe od 0,5. Widoczne jest również to, że najsilniejszy wpływ na zróżnicowanie logarytmu szans ma wielkości firmy. W porównaniu do mikro firm, sektor przedsiębiorstw średnich i dużych miał te szanse (wyrażone

w skali logitowej) dużo wyższe. Warto zauważyć, że około 50% małych firm miało porównywalne do dużych przedsiębiorstw szanse na inwestycje w nowe środki trwałe. Z rysunku 4 widzimy, że były to m.in. małe firmy z kapitałem mieszanym. Rozkład logarytmu szans dla województwa pomorskiego i śląskiego jest zbliżony, podobnie jak w regionie mazowieckim i małopolskim, z tym że tutaj te rozkłady są przesunięte względem siebie.



Rysunek 5. Wykresy pudełkowe logarytmu szans dla założonego modelu logitowego w funkcji zmiennych objaśniających: wielkość firmy, region w jakim się znajduje oraz typ jej własności

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem programu R: funkcja bwplot, pakiet lattice.

4. PODSUMOWANIE

W artykule wykorzystano dane pochodzące z badań własnych prowadzonych od dziesięciu lat. W tym czasie przebadano ponad siedem tysięcy przedsiębiorstw przemysłowych we wszystkich województwach w Polsce. Na potrzeby artykułu skupiono się na specyfice regionów wiodących, stąd pierwotną bazę danych podmiotów zawężono, aby ukazać wewnętrzne zróżnicowanie w tej grupie województw bez „oczywistego” wpływu na aktywność innowacyjną pozostałych przypadków, które obniżyłyby wartość poznawczą niniejszej pracy.

Celem badań było wyjaśnienie wpływu zmiennych charakteryzujących przedsiębiorstwo na jego skłonność do zakupów nowych środków trwałych. Jako czynniki mogące wpływać na tę skłonność wskazano wielkość podmiotów, jej własność oraz region w jakim się znajduje, z ograniczeniem do wiodących województw Polski. W artykule pokazano zastosowanie modelu logitowego z interakcją do analizy

zagadnień ekonomicznych w sytuacji często spotykanej w praktyce, gdy wszystkie zmienne objaśniające mają charakter jakościowy o więcej niż dwóch kategoriach. Przedstawiono etapy budowy i oceny takiego modelu.

W celu wykrycia ewentualnych interakcji między parami zmiennych objaśniających zostały wstępnie wykonane wykresy prawdopodobieństw empirycznych. Następnie zbudowano kilka modeli logitowych o różnym stopniu złożoności. Omówiony został model z interakcjami między wielkością i typem własności firmy, który to został wskazany przez kryterium informacyjne *AIC*. Zaprezentowano testy sekwencyjne dla analizy odchylenń dające m.in. możliwość oceny statystycznej istotności dołączonej do modelu interakcji. Przyjęcie do analizy takiego złożonego modelu pozwoliło na uzyskanie dodatkowych informacji dotyczących inwestycji różnych sektorów przedsiębiorstw (ze względu na wielkość i typ własności) w nowe środki trwałe.

W pracy zwrócono szczególną uwagę na interpretację wyników estymacji modelu z interakcjami między jakościowymi zmiennymi objaśniającymi. Złożoność tego przypadku wynika nie tylko z faktu, że mamy tutaj model z interakcjami, ale że są to interakcje między zmiennymi jakościowymi o więcej niż dwóch kategoriach, co może powodować pewne trudności. Parametry takiego modelu nie mają intuicyjnie oczywistej interpretacji. Z tego też względu zostały dodatkowo zaprezentowane różne metody graficzne umożliwiające, w rozważanych sektorach przedsiębiorstw, szybkie porównania rozkładu prawdopodobieństw poniesienia przez te firmy nakładów inwestycyjnych na nowe środki trwałe.

Jako zmienne referencyjne zostały przyjęte sektor małych przedsiębiorstw, podmioty krajowe i województwo wielkopolskie. Biorąc pod uwagę uzyskane wyniki z przeprowadzonych badań wydaje się, że trafnie i kierunkowo opisały one zróżnicowanie w zakresie biernego transferu technologii w analizowanych wiodących regionach w Polsce. Po pierwsze, dostrzegamy, że mikroprzedsiębiorstwa są istotnie rzadziej skłonne do realizacji procesów innowacyjnych, niż podmioty małe. Z kolei średnie i duże przedsiębiorstwa cechują się wyższymi prawdopodobieństwami w zakresie inwestycji w nowoczesne środki trwałe, co nie potwierdza tezy sformułowanej dla włoskiej gospodarki przez Pellegriniego (2010, s. 18), według którego to podmioty małe powinny być częściej skłonne do inwestowania w takie środki. Wyjątkiem są małe przedsiębiorstwa o mieszanej strukturze własności, co może świadczyć o występowaniu pierwszych symptomów ewolucyjnej zmiany systemowej, która ma miejsce w badanych województwach. Nie zmienia to faktu, iż obserwowane dominujące tendencje utwierdzają nas w przekonaniu o występowaniu luki technologicznej w stosunku do regionów w państwach wyżej rozwiniętych mimo, że te badane należą do polskiej czołówki gospodarczej. Zaobserwowane dywergencje nie dość, że wskazują na dystans strukturalny i technologiczny, to pokazują ewolucję polskich województw i ich aktualną słabą pozycję w układzie międzynarodowym. Ma to naturalne konsekwencje dla skuteczności realizowanej w Polsce polityki innowacyjnej, preferującej sektor małych i średnich przedsiębiorstw, tak jak ma to miejsce w najbardziej rozwiniętych państwach UE, gdy tymczasem w naszym kraju nacisk

ten powinien być skoncentrowany na średnich i dużych podmiotach. Wówczas środki kierowane do gospodarki za pomocą poszczególnych instrumentów polityki trafią do zainteresowanych, a ich wydatkowanie będzie bardziej skuteczne. Jest to zbieżne z wynikami badań uzyskanymi dla krajowego systemu przemysłowego (Świadek, 2014, s. 136).

W przypadku przedsiębiorstw małych, średnich i dużych obserwujemy, że częściej skłonne do inwestycji w nowe środki trwałe są przedsiębiorstwa z mieszaną strukturą własności, czyli częściowym udziałem kapitału zagranicznego. Zachowanie małych podmiotów zagranicznych nie jest istotnie inne od firm krajowych (brak istotności parametru). Osiągnięte wyniki są zgodne z tendencjami dostrzeganymi w krajowych województwach. Polega to na słabnącej roli w zakresie postępu technologicznego przedsiębiorstw zagranicznych i przesuwaniem się siły wpływu w kierunku podmiotów z mieszaną strukturą własności przy niskiej skłonności do aktywności innowacyjnej jednostek krajowych (Świadek, 2012; Świadek, Szopik-Depczyńska, 2014). W województwach wiodących trend ten jest szczególnie widoczny, gdy w regionach peryferyjnych dominujące znaczenie w dalszym ciągu przypisuje się podmiotom zagranicznym. Nie udało się tym samym wprost potwierdzić na poziomie systemowym w polskich okolicznościach tezy, że przedsiębiorstwa zagraniczne są częściej zainteresowane użytkowaniem i rozwijaniem nowych technologii jak ma to miejsce w bardziej rozwiniętych krajach (Zanfei, 2000, s. 515), bowiem ich zaangażowanie w omawiane procesy słabnie. Jednocześnie konfrontując otrzymane wyniki z wysokim ich zainteresowaniem działalnością badawczo-rozwojową (Świadek, 2012), podmioty takie nie realizują agresywnej strategii w obszarze pasywnego transferu technologii, a raczej zmierzają one do typu zbalansowanego (Williams, Lee, 2009, s.1376). To kolejny dowód na to, że uwarunkowania gospodarcze Polski skłaniają do przyjmowania innych trajektorii od tych obserwowanych w najwyżej rozwiniętych krajach, gdy realizowana jest działalność innowacyjna. Owa odmiennosc powinna być w dalszym ciągu badana, ponieważ wskazuje na wiele niedostosowań krajowej gospodarki do warunków panujących w innych państwach, na dystans technologiczny jaki nas dzieli i imperatyw stosowania odmiennych instrumentów optymalizujących efekty realizowanej w Polsce polityki innowacyjnej.

Po trzecie, zróżnicowanie międzyregionalne w zakresie działalności innowacyjnej widoczne jest nawet w przypadku województw wiodących w Polsce. Wielkopolska, jako region referencyjny, okazała się najsłabszym ogniwem w inwestowaniu w nowe środki trwałe w Polsce. Mimo, iż posiada znaczący absolutny potencjał gospodarczy, to pozostałe województwa rozwijają się bardziej dynamicznie. Każdy z rozpatrywanych przypadków, poza Mazowszem, okazał się istotny ze statystycznego punktu widzenia. Oznacza to, że większe szanse na rozwój biernej technologii posiadają Dolny Śląsk, Śląsk, Małopolska i Pomorze. Bez odpowiednich działań na poziomie regionalnym Wielkopolska będzie tracić dystans do pozostałych wiodących województw w Polsce.

Przyjęte do badania zmienne niezależne w satysfakcjonującym stopniu opisują zaangażowanie przedsiębiorstw w zakup innowacyjnych środków trwałych w regio-

nach wiodących w naszym kraju. Zarówno wielkość przedsiębiorstw, ich własność, jak i lokalizacja są czynnikami istotnie determinującymi szanse na zmiany technologiczne. Istnieje zatem potrzeba uwzględnienia tych zmiennych w programowaniu polityki innowacyjnej w kraju.

Jednocześnie obserwujemy silne międzyregionalne zróżnicowanie w obszarze prawdopodobieństwa zakupu nowych środków trwałych, co wskazuje na odmienne trajektorie rozwoju polskich województw, ograniczając analizy nawet jedynie do tych najwyżej rozwiniętych. A zatem transfer biernych technologii w regionach wiodących w Polsce skłania raczej do traktowania ich jako tych, które posiadają własne i niepowtarzalne trajektorie rozwojowe w obszarze innowacji, niż jednolitych i przyjmujących ten sam kierunek województw. Oznacza to, że polityka innowacyjna w kraju powinna być zróżnicowana na poziomie regionalnym i w dalszym ciągu decentralizowana (Świadek, 2007).

Zastosowane w pracy modelowanie logitowe pozwoliło ocenić i wskazać kierunki implementacji biernego postępu technologicznego w wiodących województwach w Polsce. Wskazało na ich wewnętrzne zróżnicowanie i istotną funkcję przyjętych do badania determinant. Niestety w dalszym ciągu, mimo dwudziestu pięciu lat transformacji gospodarczej, pozostajemy w rozwoju na etapie określanym jako zależność technologiczna, z bardzo słabymi perspektywami zmiany tej sytuacji (strategia imitacyjna) w najbliższej przyszłości (por. Xiao i inni, 2013, s. 751).

Arkadiusz Świadek, Magdalena Wojciech – Uniwersytet Zielonogórski

LITERATURA

- Agresti A., (2007), *An Introduction to Categorical Data Analysis*, Second Edition, Wiley, Hoboken.
- Akaike H., (1974), A New Look at the Statistical Model Identification, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19, 716–723.
- Audretsch D., (1995), *Innovation and Industry Evolution*, MIT Press, Cambridge MA.
- Bloom N., Van Reenen J., (2010), Why Do Management Practices Differ Across Firms and Countries? *Journal of Economic Perspectives*, 24, 203–224.
- De Massis A., Frattini F., Lichtenthaler U., (2013), Research on Technological Innovation in Family Firms: Present Debates and Future Directions, *Family Business Review*, 26 (1), 10–31.
- De Massis A., Sharma P. A., Chua J. H., Chrisman J. J., (2012), *Family Business Studies: An Annotated Bibliography*, Edward Elgar, MA: Northampton.
- Drucker P., (1992), *Innowacja i przedsiębiorczość. Praktyka i zasady*, Państwowe Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Dunning J., (1981), *International Production and the Multinational Enterprise*, Allen and Unwin, London.
- Gatnar E., Walesiak M. (red.), (2011), *Analiza danych jakościowych i symbolicznych z wykorzystaniem programu R*, C. H. Beck, Warszawa.
- Gedajlovic E., Lubatkin M. H., Schulze W. S., (2004), Crossing the Threshold from Founder Management to Professional Management. A Governance Perspective, *Journal of Management Studies*, 41, 899–912.

- Geronikolaou I. G., Mourmouris I., (2015), On the Effect of Technological Gap on International Patenting: A Multi-Criteria Approach, *British Journal of Economics, Management & Trade*, 6 (4), 256–261.
- Gil P. M., Figueiredo F., (2013), Firm Size Distribution under Horizontal and Vertical Innovation, *Journal of Evolutionary Economics*, 23, 129–161.
- Głodek P., Gołębiowski M., (2006), *Transfer technologii w małych i średnich przedsiębiorstwach*, Vademecum Innowacyjnego Przedsiębiorcy, Warszawa.
- Greene W. H., (2000), *Econometric Analysis*, Prentice Hall Inc., Upper Saddle River, New Jersey.
- Gruszczyński M. (red.), (2012), *Mikroekonometria. Modele i metody analizy danych indywidualnych*. Wydanie II rozszerzone. Wolters Kluwer, Warszawa.
- Gupta A. K., Govindarajan V., (2000), Knowledge Flows Within Multinational Corporations, *Strategic Management Journal*, 21, 473–496.
- GUS, (2013), *Nauka i technika w 2012 r.*, Warszawa.
- GUS, (2015), Bank Danych Lokalnych, www.stat.gov.pl.
- Habbershon T. G., Williams M., (1999), A Resource-Based Framework for Assessing the Strategic Advantages of Family Firms, *Family Business Review*, 9, 157–170.
- Helpman E., Melitz M. J., Yeaple S. R., (2004), Export Versus FDI with Heterogeneous Firms, *American Economic Review*, 94, 300–316.
- Herrera L., Sánchez-González G., (2013), Firm Size and Innovation Policy, *International Small Business Journal*, 31 (2), 137–155.
- Jaccard J., (2001), *Interaction Effects in Logistic Regression*, Sage University Paper, No. 135, New York.
- Jackowska B., (2011), Efekty interakcji między zmiennymi objaśniającymi w modelu logitowym w analizie zróżnicowania ryzyka zgonu, *Przegląd Statystyczny*, 58 (1–2), 24–41.
- Janasz W., (2005), *Zmiany aktywności innowacyjnej Polski w okresie transformacji*, w: Janasz W., (red.), *Innowacje w działalności przedsiębiorstw w integracji z Unią Europejską*, Wyd. Difin, Warszawa.
- Jensen M. C., Meckling W. H., (1976), Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure, *Journal of Financial Economics*, 3, 305–360.
- Kamien M. I., Schwartz N. L., (1975), Market Structure and Innovation: A Survey, *Journal of Economic Literature*, 13 (1), 1–37.
- Koronacki J., Ćwik J., (2008), *Statystyczne systemy uczące się*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa.
- Kotlar J., De Massis A., Frattini F., Bianchi M., Fang H., (2012), *Technology Acquisition in Family-Controlled Firms: A Longitudinal Analysis of Spanish Manufacturing Firms*. Paper presented at the 19th International Product Development Management Conference, Manchester, England.
- Maddala G. S., (2006), *Ekonometria*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- OECD (2005), *Podręcznik Oslo. Zasady gromadzenia i interpretacji danych dotyczących innowacji*. Wydanie trzecie. Paryż.
- Mińska-Struzik E., (2013), *Znaczenie eksportu w działalności innowacyjnej polskich przedsiębiorstw wysokiej techniki*, IX Kongres Ekonomistów Polskich pt. Ekonomia dla przyszłości. Odkrywać naturę i przyczyny zjawisk gospodarczych, Warszawa 28–29 listopad.
- Pérez-Cano C., (2013), Firm Size and Appropriability of the Results of Innovation, *Journal of Engineering and Technology Management*, 30 (3), 209–226.
- Pellegrino G., Piva M., Vivarelli M., (2010), *Young Firms and Innovation: a Microeconomic Analysis*, Serie Rossa: Economia – Quaderno No. 68, Università Cattolica Del Sacro Cuore, Piacenza.
- Piłatowska M., (2011), Porównanie kryteriów informacyjnych i predykcyjnych w wyborze modelu, *Prace i Materiały Wydziału Zarządzania Uniwersytetu Gdańskiego*, 4 (8), 499–512.
- R Core Team, (2014). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Schumpeter J., (1960), *Teoria rozwoju gospodarczego*, PWN, Warszawa.
- Schwarz G., (1978), Estimating the Dimension of a Model, *The Annals of Statistics*, 6, 461–464.

- Sirmon D. G., Hitt M. A., (2003), Managing Resources: Linking Unique Resources, Management, and Wealth Creation in Family Firms, *Entrepreneurship Theory and Practice*, 27, 339–358.
- Świadek A. (2007), *Regionalne uwarunkowania kształtowania innowacyjności w przemyśle polskim. Studium badawcze*. Wyd. Nauk. US, Szczecin.
- Świadek A., (2012), Wielkość przedsiębiorstw i ich struktura własności a rozwój innowacyjności w regionalnych systemach przemysłowych, *Studia Regionalne i Lokalne*, 1, 5–23.
- Świadek A., (2014), Wpływ wielkości przedsiębiorstw na innowacyjność systemu przemysłowego w Polsce, *Gospodarka Narodowa*, 269 (1), 121–139.
- Świadek A., Szopik-Depczyńska K., (2014), Ewolucja aktywności innowacyjnej z perspektywy wielkości i własności przedsiębiorstw, *Ekonomia XXI wieku. Economics of the 21st Century*, 2, 56–70.
- Villalonga B., Amit R., (2009), How are US Family Firms Controlled? *Review of Financial Studies*, 22, 3047–3091.
- Williams C., Lee S. H., (2009), Resource Allocations, Knowledge Network Characteristics and Entrepreneurial Orientation of Multinational Corporations, *Research Policy*, 38, 1376–1387.
- Winkelmann R., Boes S., (2006), *Analysis of Microdata*. Springer, Berlin, Heidelberg, New York.
- Xiao Y., Tylecote A., Liu J., (2013), Why not Greater Catch-up by Chinese Firms? The Impact of IPR, Corporate Governance and Technology Intensity on Late-comer Strategies, *Research Policy*, 42, 749–764.
- Zanfei A., (2000), Transnational Firms and the Changing Organisation of Innovative Activities, *Cambridge Journal of Economics*, 24, 515–542.

ANALIZA SKŁONNOŚCI PRZEDSIĘBIORSTW Z WIODĄCYCH REGIONÓW POLSKI DO INWESTOWANIA W NOWE ŚRODKI TRWAŁE Z WYKORZYSTANIEM MODELU LOGITOWEGO UWZGLĘDNIAJĄCEGO INTERAKCJE ZMIENNYCH JAKOŚCIOWYCH

Streszczenie

W krajach rozwijających się głównym mechanizmem pozyskania nowych technologii jest zakup gotowych rozwiązań w postaci inwestycji w maszyny i urządzenia techniczne, oprogramowanie komputerowe czy inwestycji w nowe budynki związane z uruchomieniem produkcji wyrobów innowacyjnych. Jest to pasywny transfer technologii, w którym przedsiębiorstwo pozyskuje technologię ze źródeł zewnętrznych i nie prowadzi własnych prac badawczo-rozwojowych. Zaprezentowany w artykule model regresji logistycznej pozwolił ocenić skłonność różnych sektorów przedsiębiorstw do zakupu innowacyjnych środków trwałych. Uwzględnienie w modelowaniu efektu interakcji wielkości przedsiębiorstwa i typu jego własności pozwoliło wskazać kierunki implementacji biernego postępu technologicznego w wiodących województwach w Polsce. Z tego względu, że parametry modelu logitowego z interakcjami nie mają intuicyjnie oczywistej interpretacji, zwrócono w pracy szczególną uwagę na merytoryczne wnioski z prezentowanych analiz.

Słowa kluczowe: innowacja, model logitowy, kryteria informacyjne *AIC* i *BIC*, modele zagnieżdżone, interakcja zmiennych jakościowych

ANALYSIS OF TENDENCIES OF COMPANIES FROM THE LEADING REGIONS OF POLAND
TO INVEST IN NEW FIXED ASSETS USING THE LOGIT MODEL TAKING INTO ACCOUNT
THE INTERACTIONS OF CATEGORICAL VARIABLES

A b s t r a c t

In developing countries, the main mechanism for acquisition of new technologies, is the purchase of ready-made solutions in the form of investments in machines and technical devices, computer software or investment in new buildings connected with the initiation of the production of innovation products. This is a passive transfer of technologies, in which the company acquires the technology from external sources and does not lead own research and developmental works. The model of logistic regression presented in the article allowed the assessment of the tendency of the sectors of companies for the purchase of innovation fixed assets. Taking into account in the modelling the effect of interaction of the company's size and the type of its property allowed to indicate the directions of implementation of the passive technological progress in the leading provinces in Poland. For the reason that the parameters of the logit model with interactions do not intuitively have the clear interpretation, the paper pays particular attention to the substantive conclusions from the presented analyses.

Keywords: innovation, logit model, *AIC* and *BIC* information criteria, nested models, interactions of quality variables

SPRAWOZDANIA

MARTA MAŁECKA, ELŻBIETA ZALEWSKA

SPRAWOZDANIE Z XXXIII MIĘDZYNARODOWEJ KONFERENCJI NAUKOWEJ WIELOWYMIAROWA ANALIZA STATYSTYCZNA (WAS 2014)

W dniach od 17 do 19 listopada 2014 r. w Uniwersytecie Łódzkim odbyła się XXXIII międzynarodowa konferencja naukowa Wielowymiarowa Analiza Statystyczna WAS 2014 (*The 33rd International Annual Conference on Multivariate Statistical Analysis MSA 2014*). Organizatorami konferencji byli: Instytut Statystyki i Demografii UŁ, Katedra Metod Statystycznych UŁ, Polskie Towarzystwo Statystyczne (PTS) oraz Komitet Statystyki i Ekonometrii Polskiej Akademii Nauk. Funkcję Przewodniczącego Komitetu Organizacyjnego pełnił prof. dr hab. Czesław Domański, a obowiązki sekretarzy naukowych konferencji sprawowali mgr Elżbieta Zalewska oraz dr Marta Małecka.

Głównymi celami XXXIII edycji Konferencji Wielowymiarowa Analiza Statystyczna były: prezentacja najnowszych osiągnięć z zakresu wielowymiarowej analizy statystycznej oraz wymiana doświadczeń, będących wynikiem jej stosowania. Tematyka konferencji obejmowała szeroki zakres zagadnień statystyki matematycznej i metod statystyki wielowymiarowej m. in.: rozkłady wielowymiarowe, testy statystyczne, metody nieparametryczne, analizę czynnikową, analizę skupień, analizę dyskryminacyjną, analizę wariancji i regresji, metody bayesowskie, analizy Monte Carlo, data mining, procedury odporne, analizę danych cenzurowanych, rozpoznawanie obrazów, analizy stochastyczne, oraz ich innowacyjne aplikacje w naukach ekonomicznych, finansach, ubezpieczeniach, rynku kapitałowym, zarządzaniu ryzykiem, zarządzaniu jakością, w medycynie i opiece zdrowotnej. Po otwarciu konferencji przez Przewodniczącego Komitetu Organizacyjnego – Czesława Domańskiego, Prorektora UŁ ds. nauki – Antoniego Różalskiego i Dziekana Wydziału Ekonomiczno-Socjologicznego UŁ – Pawła Starosty uczestnicy konferencji wysłuchali pierwszego wykładu zaproszonego: *Węzłowe problemy modelowania i prognozowania upadłości firm* (Józef Pociecha, Barbara Pawelek, Mateusz Baryła, Sabina Augustyn – Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie). Drugi wykład zaproszony: *Dyskretne metody wielokryterialnego wspomagania decyzji i ich zastosowania*, wygłosił Tadeusz Trzaskalik z Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach. Trzeci wykład zaproszony: *Wielowymiarowa funkcjonalna analiza regresji w zastosowaniu do klasyfikacji*

danych (Tomasz Górecki, Mirosław Krzyśko, Waldemar Wołyński – Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu) przedstawiony został w sesji plenarnej ostatniego dnia konferencji.

Pierwsza sesja plenarna, historyczna poświęcona została wybitnym przedstawicielom polskiej myśli statystycznej. Wspomnienie o Zdzisławie Hellwigu wygłosił Józef Dziechciarz (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu), Iwona Markowicz (Uniwersytet Szczeciński) wygłosiła Wspomnienie o Mirosławie Gazińskiej, Paweł Starosta (Uniwersytet Łódzki) opowiedział o Władysławie Welfe oraz przedstawiciele Uniwersytetu Wrocławskiego Grzegorz Wyłupek i Piotr Nowak wygłosili wspomnienia o Józefie Łukaszewiczu i Jarosławie Bartoszewiczu. Przypomniano, także sylwetki *Władysława Grabskiego i Oskara Lange* (Czesław Domański) oraz sylwetkę *Jerzego Sławy-Neymana* (Tadeusz Bednarski).

Oprócz 3 wykładów zaproszonych oraz 8 referatów w sesji jubileuszowo-historycznej uczestnicy konferencji wygłosili 64 referaty – poniżej przedstawiono ich tytuły (w kolejności alfabetycznej według nazwisk autorów):

Aleksandra Baszczyńska (Uniwersytet Łódzki) – *Nieparametryczna jądrowa estymacja krzywej ROC*.

Tadeusz Bednarski (Uniwersytet Wrocławski) – *Metody statystycznej analizy przyczynowości*.

Jacek Białek (Uniwersytet Łódzki) – *Przedział ufności dla cenowego indeksu Laspeyresa*.

Piotr Białowolski, Tomasz Kuszewski, Bartosz Witkowski (Szkola Główna Handlowa w Warszawie) – *Porównanie uśredniania bayesowskiego oraz modeli czynnikowych w prognozowaniu podstawowych wielkości makroekonomicznych z wykorzystaniem danych z testów koniunktury*

Piotr Białowolski (Szkola Główna Handlowa w Warszawie) – *Wykorzystanie konfirmacyjnej analizy czynnikowej w wariancie dla wielu grup oraz dynamicznych modeli czynnikowych do konstrukcji indeksu popytu na kredyt gospodarstw domowych*.

Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz (Uniwersytet Szczeciński) – *Wykorzystanie analizy trwania do oceny skuteczności programu zwiększającego efektywność zawodową*.

Justyna Brzezińska (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Discrete multivariate analysis with the use of latent class models*

Germanas Budnikas (Uniwersytet w Białymstoku) – *Badanie zachowania użytkowników portalów internetowych*.

Bronisław Ceranka, Małgorzata Graczyk (Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu) – *Regularne D-optymalne chemiczne układy wagowe o skorelowanych błędach: konstrukcja*.

Bronisław Ceranka, Małgorzata Graczyk (Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu) – *Metoda konstrukcji regularnego A-optimalnego chemicznego układu wagowego*.

Piotr Ciżkowicz, Andrzej Rzońca, Rafał Sadoch, Wiktor Wojciechowski (Szkoła Główna Handlowa w Warszawie) – *Determinanty rentowności długoterminowych obligacji skarbowych w krajach UE w latach 1980–2013*.

Magdalena Chmieleńska (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Koszty kontroli odbiorczej dla liczbowej oceny właściwości przy niezgodności rozkładu charakterystyki z założeniami*.

Artur Czech (Politechnika Białostocka) – *Wyznaczanie parametrów krzywej logistycznej z zastosowaniem wybranych sposobów estymacji*.

Grażyna Dehnel (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu) – *Regresja odporna w badaniu podmiotów gospodarczych*.

Oleksii Doronin, Rostislav Maiboroda (Taras Shevchenko National University of Kyiv) – *Gee estimators in mixture model with varying concentrations*.

Andrzej Dudek, Bartłomiej Jefmański (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Rozmyta metoda TOPSIS i jej implementacja w środowisku R*.

Izabela Michalska-Dudek, Andrzej Dudek (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Model predykcji lojalności klientów biur podróży w Polsce*.

Paweł Fiedor (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie) – *Analiza ewolucji nieliniowych sieci finansowych w czasie*.

Tadeusz Gerstenkorn (Uniwersytet Łódzki) – *Uwagi o wzorze na momenty rozkładu prawdopodobieństwa Pólyi*.

Joanna Górna, Karolina Górna (Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu) – *Wykorzystanie TMR do badania konwergencji krajów Unii Europejskiej w latach 2001–2011*.

Mieczysław Gruda (Państwowy Instytut Badawczy, Instytut Ekonomiki Rolnictwa i Gospodarki Żywnościowej) – *Estymacja bayesowska rolniczej funkcji produkcji i jej równowag: modelowanie CGE*.

Magdalena Homa, Monika Mościbrodzka (Uniwersytet Wrocławski) – *Zastosowanie wieloczynnikowych modeli market-timing do oceny ryzyka i efektywności UFK w Polsce*.

Stanisław Jaworski, Robert Pietrzykowski (Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie) – *Analiza wielowymiarowa z elementami analizy funkcjonalnej na przykładzie dochodów gospodarstw rolnych w latach 2004–2012*.

Rafał Jędrus, Anna Manowska (Politechnika Śląska) – *Wykorzystanie analizy harmonicznej w prognozowaniu wielkości sprzedaży węgla kamiennego*.

Anna Maria Jurek (Uniwersytet Łódzki) – *Produkty strukturyzowane na polskim rynku finansowym*.

Renata Karkowska (Uniwersytet Warszawski) – *Zastosowanie modelu GARCH (1.1) do szacowania transmisji szoków na rynku obligacji*.

Joanna Kisielińska (Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie) – *Estymacja mediany dokładną metodą bootstrapową*.

Paweł Kobus (Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie) – *Podejście bayesowskie do estymacji rozkładów plonów roślin uprawnych*.

Grzegorz Kończak, Michał Miłek (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *O wykrywaniu zmian trendu z wykorzystaniem testów permutacyjnych.*

Jerzy Korzeniewski (Uniwersytet Łódzki) – *Ocena efektywności pakietu mi impu-tacji danych brakujących.*

Daniel Kosiorowski (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie) – *Funkcjonalna regresja w krótkoterminowej predykcji ekonomicznego szeregu czasowego.*

Arkadiusz Kozłowski (Uniwersytet Gdański) – *Losowanie zrównoważone i kali-bracja – różne metody, ten sam cel.*

Dominik Krężolek (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Aplikacja modeli zmienności i pomiar ryzyka na rynku metali szlachetnych.*

Mariusz Kubus (Politechnika Opolska) – *Selekcja zmiennych a problem szachow-nicy.*

Justyna Majewska (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Wybrane metody estymacji wartości progowej w kontekście oceny obserwacji ekstremalnych.*

Małgorzata Markowska (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Regionalna miara odporności na kryzys ekonomiczny.*

Małgorzata Markowska (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu), Marek Sobolewski (Politechnika Rzeszowska) – *Regionalna ruchoma średnia przestrzenna.*

Artur Mikulec (Uniwersytet Łódzki) – *Ocena działalności gospodarczej mikroprzedsiębiorstw w Polsce w latach 2009–2013.*

Dariusz Parys (Uniwersytet Łódzki) – *Modyfikacje kontroli stopy błędów w testowaniu wielokrotnym.*

Dorota Pekasiewicz (Uniwersytet Łódzki) – *Analiza wybranych metod wnioskowania statystycznego o rozkładzie statystyki maksimum.*

Radosław Pietrzyk, Paweł Rokita (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Stochastyczny charakter celów w planowaniu finansowym gospodarstw domowych.*

Dorota Rozmus (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Porównanie dokładności metody odległości probabilistycznej i podejścia zagregowanego w taksonomii.*

Kashif Saleem (Lappeenranta University of Technology), Muhmmad Naeem (Sapienza Universita di Roma) – *Long memory volatility persistence in high frequency precious metals returns.*

Andrzej Sokołowski, Kamil Fijorek (Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie) – *Estymator modalnej wykorzystujący ideę q -monotoniczności.*

Katarzyna Stąpor (Politechnika Śląska) – *Alternatywne, lepsze metody w krokowej analizie dyskryminacyjnej.*

Jacek Stelmach (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *O wykorzystaniu algorytmów genetycznych w ważonej MNK.*

Piotr Strożek (Uniwersytet Łódzki) – *Ranking regionalnych gospodarek opartych na wiedzy w Polsce.*

Dorota Strózik, Tomasz Strózik (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu) – *Jaki wpływ na jakość życia dzieci mają relacje rodzinne? Pierwsze wnioski z realizacji projektu children's worlds w Polsce.*

Piotr Szczepocki (Uniwersytet Łódzki) – *Macierze projekcji populacji i twierdzenia ergodyczne.*

Michał Szymczak (Uniwersytet Łódzki), Jarosław Grabowicz (BSH Sprzęt Gospodarstwa Domowego Sp. z o. o.) – *Analiza procesu kurczenia się produktu z polipropylenu z zastosowaniem modelu nieliniowego.*

Piotr Tarka (Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu) – *Skala Likerta o różnej podstawie kategorii odpowiedzi a proces wyodrębniania czynników w eksploracyjnej analizie czynnikowej.*

Grażyna Trzpiot (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *Wybrane funkcjonalny – przestrzenne miary kwantylowe.*

Ewa Wędrowska (Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu) – *Analiza wrażliwości miar dywergencji Csiszára.*

Justyna Wilk (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Zastosowanie danych symbolicznych w konstrukcji grawitacyjnego modelu przepływów migracyjnych.*

Janusz Wywiół (Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach) – *O wyznaczaniu liczebności próby przy weryfikacji hipotezy o rozkładzie Benforda.*

Artur Zaborski (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu) – *Analiza zmian preferencji z wykorzystaniem metody wektorów dryfu.*

XXXIV międzynarodowa konferencja naukowa **Wielowymiarowa Analiza Statystyczna, WAS 2015** (*The 34th International Annual Conference on Multivariate Statistical Analysis, MSA 2015*) odbędzie się w Łodzi w dniach od 16 do 18 listopada 2015 r. Przewodnictwo Komitetu Organizacyjnego przyszłorocznej edycji objął prof. dr hab. Czesław Domański, a sekretarzami naukowymi zostały: mgr Anna Jurek i mgr Elżbieta Zalewska.

Marta Malecka, Elżbieta Zalewska – Uniwersytet Łódzki

