

PAULINA MALACZEWSKA¹MECHANIZMY KSZTAŁTOWANIA SIĘ SZAREJ STREFY GOSPODARKI.
MODEL TEORETYCZNY²

1. WPROWADZENIE

Pod pojęciem szarej strefy³ rozumieć należy wszelkie aktywności gospodarcze, które przyczyniają się do tworzenia PKB, a które pozostają niezarejestrowane (za Schneider, Enste, 2000, s. 78). Tak szeroka definicja szarej strefy gospodarki sprawia, że zaliczyć do niej należy działalność całkowicie nielegalną, przestępczą, taką jak produkcja i sprzedaż dóbr całkowicie zakazanych, kradzieże, handel ludźmi, przemyt, prostytutcja. Oprócz tego w skład szarej strefy wchodzi też działania ze sfery legalnej, które polegają na unikaniu całości bądź części obciążeń podatkowych, parafiskalnych i świadczeń społecznych, zaniżaniu swoich dochodów, zysków, unikaniu przepisów biurokratycznych, regulacji rynku pracy (np. wymogów BHP) itp. W związku z tym, w niniejszej pracy zawężono ogólną definicję szarej strefy zgodnie z sugestiami zawartymi w pracy Raczkowski, Schneider (2013, s. 1). I tak też, pod pojęciem gospodarka nieoficjalna (gospodarka cienia) rozumieć należy wszelkie aktywności gospodarcze niezarejestrowane, które podzielić można na dwie części – gospodarkę całkowicie nielegalną, czyli czarny rynek oraz gospodarkę półlegalną, czyli szarą strefę. Dodatkowo z tak ograniczonej definicji szarej strefy wykluczona została jeszcze produkcja i usługi „wewnętrzne” gospodarstw domowych, takie jak sprzątanie i gotowanie w celu zaspokojenia potrzeb członków gospodarstwa domowego, robienie weków czy nauczanie własnych dzieci (Schneider, Williams, 2013, s. 25). Ostatecznie, otrzymano definicję szarej strefy gospodarki, która jest zgodna z terminologią stosowaną przez Główny Urząd Statystyczny w Polsce⁴. W związku z tym, w niniejszej pracy przyjęto, iż szara strefa gospodarki obejmuje aktywności

¹ Uniwersytet Łódzki, Wydział Ekonomiczno-Socjologiczny, Katedra Ekonometrii, ul. Rewolucji 1905 r. nr 41/43, 90-214 Łódź, Polska, e-mail: pmalaczewska@uni.lodz.pl.

² Autorka serdecznie dziękuje prof. W. Milo, prof. J.J. Sztudyngerowi oraz Recenzentom za liczne uwagi, które znacząco przyczyniły się do poprawienia jakości niniejszej pracy.

³ Niezwykle bogatą i dogłębną analizę różnych definicji szarej gospodarki, które pojawiają się w literaturze ekonomicznej znaleźć można w pracy Mróz (2002, s. 11–23).

⁴ Wdrożenie Europejskiego Systemu Rachunków Narodowych i Regionalnych w Unii Europejskiej (ESA2010) do polskich rachunków narodowych. Zmiany metodologiczne oraz ich wpływ na główne agregaty makroekonomiczne, Notatka informacyjna, GUS, Warszawa, 2014, s. 12–13.

gospodarcze, które są legalne w danym kraju, ale które nie zostały w całości bądź części zarejestrowane ze względu na:

- (1) dążenia do uniknięcia obciążeń podatkowych;
- (2) dążenia do uniknięcia składek na ubezpieczenie społeczne;
- (3) nieprzestrzeganie wymogów prawa pracy, takich jak: warunki pracy, płaca minimalna, czas pracy;
- (4) dążenia do uniknięcia procedur biurokratycznych.

Kraciuk (2013, s. 87–88) powołując się na wyniki uzyskane przez Schneidera wyróżnia dwa obszary szarej strefy – pracę nierejestrowaną (tzw. pracę na czarno) oraz działalność handlową, usługową, w której niezarejestrowaniu ulega część prowadzonej aktywności gospodarczej. Według różnych szacunków pierwszy z tych obszarów stanowi około dwie trzecie działalności w szarej strefie i dotyczy przede wszystkim pracy w budownictwie, handlu detalicznym, usługach hotelarskich i restauracyjnych, natomiast drugi obszar obejmuje m.in. małe sklepy, bary, firmy taksówkowe.

Celem niniejszego badania jest stworzenie teoretycznego modelu kształtowania się szarej strefy gospodarki. Uwzględnione w nim zostaną różne determinanty szarej aktywności, będące wynikiem dotychczasowych badań teoretycznych i empirycznych nad tą problematyką, m.in. obciążenia podatkowe, korupcja urzędników państwowych, nadmierna biurokracja, efektywność organów ścigania i stawka kar za działalność nierejestrowaną, moralność podatkowa społeczeństwa, jakość instytucji publicznych. Po wyznaczeniu stanu równowagi gospodarki przeprowadzona zostanie analiza jego wrażliwości.

Układ niniejszej pracy jest następujący. Artykuł rozpoczyna krótki przegląd literatury ekonomicznej dotyczącej determinant szarej gospodarki, pochodzący z różnych prac teoretycznych i empirycznych. Następnie przybliżone zostaną wybrane modele teoretyczne kształtowania się strefy nieoficjalnej. Kolejna część zawierać będzie autorską propozycję modelu teoretycznego szarej gospodarki. Całość zamknie analiza wrażliwości skonstruowanego modelu, wyciągnięcie wniosków i podsumowanie.

2. DETERMINANTY SZAREJ STREFY GOSPODARKI

W niemal wszystkich badaniach nad czynnikami wpływającymi na wielkość szarej strefy wymienia się obciążenia podatkowe i parapodatkowe (m.in. Schneider, Williams, 2013; Kraciuk, 2013). Wraz ze wzrostem obciążeń podatkowych korzyść z działalności nierejestrowanej, wolnej od tego typu ciężarów, rośnie. Spodziewać się zatem należy wzrostu rozmiarów szarej gospodarki. Tę intuicyjną zależność potwierdziło wiele badań empirycznych, m.in. Ihrig, Moe (2004). Tym niemniej, Gołębiowski (2007, s. 6) sugeruje, że „Zbyt prostym byłoby jednak założenie, że wystarczy obniżyć podatki. (...) Stąd wzrost szarej strefy powinien skłaniać do spojrzenia na cały sektor publiczny i prowokować do szeroko rozumianej konsolidacji fiskalnej”. Autor przytacza dodatkowo wyniki badań przeprowadzonych w Nowej Zelandii, zgodnie z którymi istnieje optymalny poziom przychodów podatkowych, poniżej którego obniżanie obciążeń

podatkowych nie przynosi już pożądanych rezultatów w zmniejszaniu rozmiarów szarej strefy. Co więcej, rolę odgrywa tutaj nie tylko obniżenie samego opodatkowania, ale i zmiany strukturalne w formach opodatkowania, polegające np. na zwiększeniu udziału opodatkowania pośredniego w opodatkowaniu ogółem.

Niejednoznaczny kierunek i siłę wpływu poszczególnych form opodatkowania akcentuje w swojej pracy również Cichocki (2009). Na podstawie badania przeprowadzonego dla polskiej gospodarki zauważył, że impuls w postaci podniesienia przeciętnego opodatkowania pośredniego prowadzi do wzrostu rozmiarów szarej gospodarki, zaś podniesienie opodatkowania bezpośredniego – do jej spadku. Ten zaskakujący rezultat w przypadku podatków bezpośrednich Cichocki tłumaczy niedoskonałością pomiaru wielkości szarej strefy i sugeruje konieczność uwzględniania w dalszych badaniach nie samej wielkości szarej strefy, ale dynamiki jej zmian.

Dodatkowy problem w przypadku obciążeń podatkowych wiąże się z dwoma zagadnieniami behawioralnymi, które wpływają na odbiór przez społeczeństwo wielkości rzeczywistych obciążeń podatkowych – tzw. moralnością podatkową (ang. *tax morale*) i iluzją fiskalną. W przypadkach społeczeństwa cechującego się niską moralnością podatkową brak jest zaufania do organów sprawujących władzę, iż wartość pobranych podatków zostanie oddana społeczeństwu pod postacią dóbr i usług publicznych. W rezultacie nawet relatywnie niskie stawki opodatkowania mogą być postrzegane jako zbyt duże i prowadzić do przeniesienia aktywności gospodarczej do strefy nierejestrowanej, na co zwraca uwagę m.in. Schneider, Williams (2013), Walewski (2009). Natomiast w przypadku iluzji fiskalnej możliwe jest ukrycie rzeczywistych ciężarów podatkowych lub też prawdziwych beneficjentów systemu podatkowego. Badania nad związkiem szarej strefy i iluzji fiskalnej znaleźć można w pracy Buehn i inni (2012).

Wpływ obciążeń podatkowych na wielkość szarej strefy poddaje pod wątpliwość Aruoba (2010). Na podstawie analizy korelacji dla 118 państw zwraca uwagę na fakt, iż obecnie przestała to być kluczowa determinanta wielkości szarej gospodarki. Twierdzi, że należy brać pod uwagę czynniki, które wpływają na otoczenie gospodarcze i swobodę prowadzenia działalności gospodarczej, takie jak jakość instytucji publicznych (ang. *institutions*⁵). Jako jej wskaźnik przyjmuje tzw. miernik praworządności (ang. *Rule of Law*). Podobny czynnik, obok opodatkowania, wymienia w swoich badaniach Schneider (m.in. Schneider, Williams, 2013). Określa go jako jakość i efektywność rządu. Dodatkowo zwraca uwagę też na rolę organów kontroli i narzędzi odstraszenia przed działalnością nierejestrowaną (np. kar, grzywien)⁶, choć nie udało się tego jeszcze potwierdzić za pomocą badań empirycznych ze względu na brak danych.

⁵ Dokładnie, Aruoba definiuje *institutions* jako zbiór zasad, które określają sposób i swobodę prowadzenia działalności gospodarczej.

⁶ Na co też zwraca uwagę Beloded (2005).

Wśród innych czynników Kabaj (2009, s. 7–8) wymienia sytuację panującą na rynku pracy, której miernikiem jest wielkość bezrobocia i regulacje rynku pracy. Wraz ze wzrostem stopy bezrobocia należy się spodziewać, że część dotychczas zatrudnionych osób, z konieczności zdobycia środków niezbędnych do życia i utrzymania rodziny, zdecyduje się na pracę nierejestrowaną, co doprowadzi do wzrostu ogólnego poziomu szarej strefy. Kabaj przytacza jednak badania, które potwierdzają tę zależność, jak i takie, które poddają ją pod wątpliwość, por. m.in. Cichocki, Tyrowicz (2011)⁷. W przypadku natomiast ogólnego poziomu biurokracji (w tym także regulacji na rynku pracy) jej wzrost, poziom skomplikowania, nieczytelności i niska jakość przepisów prawnych stanowi niewątpliwie jeden z kluczowych czynników skłaniających podmioty gospodarcze do prowadzenia działalności w szarej strefie, na co zwracają też uwagę Schneider, Enste (2000).

W literaturze ekonomicznej często zwraca się również uwagę na zależność pomiędzy szarą strefą gospodarki a poziomem korupcji, m.in. Bilotkach (2006), Choi, Thum (2005), Friedman i inni (2000). W pracy Dreher, Schneider (2010) autorzy podsumowali niejednoznaczne wyniki kilku badań empirycznych z różnych krajów stawiając hipotezę, że zależność pomiędzy korupcją i szarą gospodarką jest zróżnicowana i zależy od poziomu rozwoju gospodarczego analizowanych krajów. W przypadku krajów rozwiniętych szara strefa i korupcja są względem siebie substytucyjne, natomiast w krajach rozwijających się – komplementarne. Wynika to, zdaniem autorów, z odmiennego charakteru szarej strefy w tych krajach i zróżnicowanej jakości instytucji publicznych. Przeprowadzone badanie nie potwierdziło jednoznacznie powyższej hipotezy, jego główną słabością był brak odporności wyników na różne mierniki korupcji.

Kolejną z determinant szarej strefy jest poziom nierówności płacowych. Im nierówności płacowe są większe, tym większe jest poczucie niesprawiedliwości społecznej i mniejsze zaufanie do organów sprawujących władzę. Co więcej, podmioty gospodarcze nie wierzą w możliwość dogonienia zamożniejszej od siebie grupy społecznej, i, jak należy przypuszczać, chętniej prowadzić będą działalność gospodarczą poza sektorem formalnym. Badania nad tym zjawiskiem na przykładzie gospodarek transformujących przedstawiono w pracy Rosser i inni (2000). Wśród rzadziej analizowanych sił napędowych szarej strefy wymienić można poziom IQ społeczeństwa, np. Salahodjaev (2015), religijność i rodzaj wyznania, np. Heinemann, Schneider (2011), kapitał społeczny, np. Giza-Poleszczuk (2009).

Podsumowanie wyników kilkunastu różnych badań empirycznych znaleźć można w pracy Schneider, Williams (2013). Stwierdzono, iż istnieje kilka determinant szarej strefy gospodarki, które objaśniają 84–98% jej zmienności. Należą do nich obciążenia podatkowe i paropodatkowe (35–38%), jakość instytucji państwowych (10–12%), regulacje rynku pracy (7–9%), transfery społeczne (5–7%), usługi publiczne (5–7%) oraz moralność podatkowa (22–25%).

⁷ Łączy się z tym kolejny problem – czy szara strefa jest procykliczna czy antycykliczna?

3. MODEL TEORETYCZNY

W literaturze ekonomicznej znaleźć można różne propozycje teoretycznych modeli kształtowania się szarej strefy. Najczęściej akcentuje się w nich pojedynczą determinantę szarej gospodarki, np. korupcję, opodatkowanie.

Friedman i inni (2000) w swoim, uznawanym za fundamentalny, artykule proponują statyczny model kształtowania się szarej strefy jako rezultatu występowania korupcji (nadmiernych opłat biurowych) w sferze oficjalnej gospodarki. Choi, Thum (2005) również stworzyli model, w którym pojawiają się skorumpowani urzędnicy w strefie oficjalnej. Płynie z niego interesujący wniosek – w sytuacji, w której występuje korupcja wśród urzędników państwowych istnienie szarej strefy gospodarki jest zjawiskiem pożądanym. Firmy, przed podjęciem decyzji o rozpoczęciu działalności gospodarczej kalkulują czy stać je na opłacenie kosztów wejścia na rynek. Jeżeli koszty te są zwiększane przez żądania łapówkarskie urzędników, to może się okazać, że przedsiębiorstwa, które w warunkach uczciwego rynku rozpoczęłyby swoją działalność, w sytuacji korupcji nie będą w stanie tego uczynić. Mogą natomiast wejść do szarej strefy gospodarki (wolnej od tych dodatkowych kosztów) i tam prowadzić swoją działalność, co w rezultacie przyczyni się do zmniejszenia żądań łapówkarskich i redukcji korupcji w gospodarce.

Nieco inne podejście do zależności między korupcją i szarą gospodarką znaleźć można w pracy Bilotkach (2006). Przedstawiono w niej grę w postaci symultanicznej pomiędzy przedsiębiorcą i kontrolującym go urzędnikiem. Przedsiębiorca może zataić część swojej produkcji (przenieść ją do szarej strefy), zaś urzędnik może z nim współpracować – i przyjąć łapówkę, lub też nie dać się przekupić i nałożyć dodatkową karę na przedsiębiorcę. Natomiast Johnson i inni (1997) stworzyli model, w którym oprócz rządu i przedsiębiorstw występuje jeszcze jeden podmiot – mafia. Rząd ustala politykę gospodarczą w sferze oficjalnej, mafia zaś zasady funkcjonowania w szarej strefie, i w rezultacie prowadzi konkurencję na rynku próbując zachęcić przedsiębiorstwa do prowadzenia aktywności w ich sektorze.

Beloded (2005) proponuje dynamiczny model szarej gospodarki, w którym uwzględnia dodatkowo rynek finansowy i możliwość zaciągania pożyczek na prowadzenie aktywności gospodarczej od lokalnych pożyczkodawców lub od międzynarodowych instytucji. Pożyczki lokalne nie wymagają formalnych umów (nie podlegają zabezpieczeniu), w związku z czym są objęte dużo wyższym oprocentowaniem, które stanowi rekompensatę ryzyka. Model Ihrig, Moe (2004) koncentruje się wokół decyzji jednostek związanych z akumulacją kapitału i wyborem czasu pracy w szarej strefie i strefie oficjalnej. W szarej gospodarce przedsiębiorstwa nie płacą podatków (chyba, że zostaną przyłapano na takiej aktywności), ale w zamian za to wykorzystują mniej efektywne metody produkcji.

Jędrzejowicz (1995) konstruuje model, w którym szara gospodarka powstaje jako rezultat polityki skarbowej państwa – ustalonej wielkości stawki opodatkowania, kary za działalność nierejestrowaną oraz wysokości nakładów budżetowych na wykrycie

szarej aktywności. Natomiast Amaral, Quintin (2006) proponują model, w którym nie występują bariery wejścia do strefy oficjalnej dla mniej wykwalifikowanych pracowników i jednostki mogą swobodnie przepływać pomiędzy obiema strefami.

Pomimo licznych prac teoretycznych brakuje ciągle kompleksowego modelu, który uwzględniałby możliwie wiele sił napędowych szarej gospodarki, wynikających z dotychczasowych badań empirycznych. Próbę stworzenia takiego modelu podjęto w niniejszej pracy.

3.1. ZAŁOŻENIA I KONSTRUKCJA MODELU

Proponowany model jest statyczny. Występują w nim dwie grupy podmiotów – rząd i gospodarstwa domowe. Gospodarstwa domowe dysponują zasobem czasu pracy \bar{L} , który mogą poświęcić na pracę w sektorze rejestrowanym gospodarki (L_r) lub też na pracę nierejestrowaną (L_s). Normując łączny czas pracy do jedności otrzymujemy $L_r = 1 - L_s$.

Działalność gospodarcza w szarej strefie nie podlega opodatkowaniu. Co więcej, zwolniona jest ona również z konieczności spełniania przepisów prawa pracy, m.in. wymogów BHP, maksymalnego czasu pracy, posiadania zezwoleń na prowadzenie działalności gospodarczej. W związku z tym wiąże się z brakiem kosztów biurokratycznych (korupcyjnych⁸) b . W rezultacie, gospodarstwa domowe wybierając aktywność w szarej gospodarce czerpią korzyści związane z brakiem opodatkowania i opłat biurokratycznych.

Przeniesienie działalności gospodarczej do szarej gospodarki nie przynosi tylko korzyści, ale związane jest również z pewnymi stratami. Przede wszystkim obarczone jest ono ryzykiem wykrycia, co wiąże się z koniecznością uiszczenia dodatkowej kary P . Kara P zależy od prawdopodobieństwa wykrycia działalności nierejestrowanej, na które składa się efektywność organów kontroli p oraz rozmiary szarej strefy – im aktywność nierejestrowana jest większa, tym trudniej ją ukryć ($\frac{\partial P}{\partial L_s} > 0$ i $\frac{\partial^2 P}{\partial L_s^2} > 0$). W literaturze ekonomicznej można znaleźć różne propozycje postaci funkcji P , m.in. Jędrzejowicz (1995), Choi, Thum (2005), Beloded (2005), Malaczewska (2014). Zgodnie z sugestiami Friedman i inni (2000) ostatecznie przyjęto funkcję P postaci:

$$P = paL_s^2, \quad (1)$$

gdzie $p \in (0,1)$ jest efektywnością organów kontroli, zaś $a \in (0,\infty)$ wysokością kary. Konsekwencją zaproponowanej postaci funkcji P jest to, iż łatwo jest ukryć małe rozmiary aktywności nierejestrowanej. Wraz z jej wzrostem rosną koszty jej ukrycia,

⁸ Koszty biurokratyczne możemy potraktować również jako opłaty korupcyjne, czyli łapówki dla urzędników, które gospodarstwa domowe zmuszone są zapłacić w celu pomyślnego lub przyspieszonego rozstrzygnięcia interesujących ich kwestii związanych z ich aktywnością gospodarczą, np. otrzymanie zezwolenia, wygranie przetargu, por. m.in. Friedman i inni (2000).

co więcej – kolejne przyrosty L_s są coraz bardziej kosztowne ze względu na rosnące ryzyko dostrzeżenia i wykrycia.

Co więcej, gospodarstwa domowe w szarej strefie nie mogą korzystać ze wszystkich dóbr i usług publicznych. Przykładowo, dostęp każdej jednostki do drogi publicznej jest taki sam, bez względu na to, czy pracuje w szarej strefie czy strefie oficjalnej. Natomiast podmiot pracujący „na czarno”, który czuje się pokrzywdzony przez swojego pracodawcę, ma ograniczone możliwości dochodzenia swoich praw przed sądem, ze względu na brak formalnej umowy i ryzyko poniesienia kary za działalność w szarej strefie. Przez x oznaczono stan jakości państwa, czyli jakość zasobu dóbr i usług publicznych oferowanych przez rząd. Zasób ów obejmuje między innymi administrację, organizację prawną, infrastrukturę, sądownictwo⁹. Stan jakości państwa x zwielokrotnia dochody z działalności gospodarczej – aktywność prowadzona w gospodarce dostarczającej dobra i usługi publiczne wysokiej jakości będzie bardziej produktywna, aniżeli w sytuacji gospodarki, w której przepisy prawne, infrastruktura itp. są o niskim standardzie.

W szarej strefie możliwość korzystania z dóbr i usług publicznych jest ograniczona, co odzwierciedla parametr $\lambda \in (0,1)$, który mierzy dostępność usług instytucji państwowych w strefie nieformalnej. Gdy $\lambda = 0$, gospodarstwa domowe w szarej strefie nie mają w ogóle dostępu do dóbr i usług publicznych, gdyby $\lambda = 1$, dostępność byłaby taka sama jak w sferze oficjalnej¹⁰.

Wynagrodzenie w sferze rejestrowanej i szarej strefie gospodarki jest różne i wynosi odpowiednio w_r i w_s . Dochody uzyskiwane w strefie oficjalnej ulegają opodatkowaniu stawką $\tau \in (0,1)$. Dodatkowo w sferze oficjalnej gospodarstwa domowe ponoszą pewne obciążenia biurokratyczne b , związane z koniecznością prowadzenia działalności gospodarczej zgodnie z obowiązującymi przepisami i normami prawa pracy.

Obciążenia biurokratyczne $b \in (1, \infty)$ wprowadzone zostały do modelu razem z opodatkowaniem, ze względu na podobny mechanizm ich oddziaływania¹¹. Założono, że opłaty biurokratyczne są zależne od wielkości dochodu gospodarstw domowych. Niech Y_r oznacza dochód wypracowany w sferze rejestrowanej. Wówczas $(1 - \tau b)Y_r$ stanowi część dochodu, która trafia do gospodarstw domowych, zaś τY_r odpowiada opodatkowaniu pobieranemu przez rząd. Pozostała część dochodu $\tau Y_r(b - 1)$ znika

⁹ Stan jakości państwa można utożsamić z *institutions*, które opisał Aruoba (2010).

¹⁰ Ten przypadek nie będzie rozważany ze względu na założenie o ograniczonym dostępie do dóbr i usług publicznych w szarej strefie.

¹¹ Z postaci równania (2) czytelnik może odnieść wrażenie, że autor niniejszej pracy traktuje podatki jako łapówkę, którą społeczeństwo jest zobowiązane wręczać rządowi. Tymczasem, co wynika z postaci funkcji użyteczności gospodarstw domowych (4), zapłacone podatki wracają do nich pod postacią dóbr i usług publicznych świadczonych przez rząd. Łapówki płacone skorumpowanym urzędnikom nie mają takiej własności. Zatem w modelu występuje wyraźne rozróżnienie stawki opodatkowania od stawki obciążeń biurokratycznych (korupcyjnych), mimo iż występują wspólnie w równaniu (2).

w gospodarce w ramach kosztów biurokratycznych, np. jako czas zmarnowany w urzędach na stanie w kolejkach, który można by było poświęcić na pracę lub czas wolny¹².

Uzyskane dochody gospodarstwo domowe poświęca na konsumpcję C i zapłatę oczekiwanych kar P za prowadzenie działalności nierejestrowanej. Dla uproszczenia założono, że budżet gospodarstw domowych jest zbilansowany, tj. nie mogą one pożyczać ani oszczędzać. W ten sposób otrzymane zostało ograniczenie budżetowe gospodarstw domowych:

$$w_r(1 - L_s)(1 - \tau b)(1 + x) + w_s L_s(1 + \lambda x) = C + P. \quad (2)$$

W modelu zakładamy, że społeczeństwo cechuje się pewnym poziomem *tax morale*. W zależności od jego wielkości, działalność w szarej strefie, jako aktywność nielegalna, może ciążyć na sumieniach gospodarstw domowych i powodować dysużyteczność. Parametr $m \in \langle 0, \infty \rangle$ określa jak bardzo doskwiera moralnie gospodarstwom domowym działalność nierejestrowana, niezadowolone to zależy również od skali szarej aktywności – im jest większa, tym większy jest spadek użyteczności. Ów czynnik moralny jest postaci $-mL_s$ i został wprowadzony do funkcji użyteczności gospodarstw domowych. Gdy $m = 0$, to czynnik moralny nie ma wpływu na decyzje gospodarstw domowych.

Rząd czuwa, poprzez odpowiednie organy kontroli, nad sposobem i legalnością prowadzenia działalności gospodarczej. W przypadku wykrycia aktywności w szarej strefie nakłada kary P . Otrzymuje zatem dochody z dwóch źródeł – z wpływów z oczekiwanych kar z szarej strefy oraz z podatków zapłaconych przez gospodarstwa domowe działające w sferze rejestrowanej. Uzyskane przychody rząd przeznacza w całości na wydatki rządowe G , nie ma możliwości zaciągania pożyczek ani oszczędzania. Ograniczenie budżetowe rządu jest zatem postaci:

$$\tau w_r(1 - L_s) + P = G. \quad (3)$$

Wydatki rządowe G mogą służyć zaspokojeniu potrzeb wyłącznie rządu (są to tzw. nieużyteczne społecznie wydatki rządowe; ang. *wasteful government expenditure*) lub też przyczyniać się do wytworzenia dóbr i usług publicznych (użyteczne społecznie wydatki rządowe). Wartość parametru $\psi \in \langle 0, 1 \rangle$ określa, jaka część zapłaconych przez gospodarstwa domowe podatków i kar wraca do nich pod postacią użytecznych społecznie wydatków rządowych, a zatem wartość ψ świadczy o efektywności rządu ze społecznego punktu widzenia. Im udział wydatków użytecznych w wydatkach rządowych ogółem jest większy, tym bardziej zadowolone są gospodarstwa domowe i wyższy jest ich poziom użyteczności.

¹² W przypadku obciążeń korupcyjnych $\tau Y_r(b - 1)$ stanowi łapówki, które należy zapłacić skorumpowanemu urzędnikom.

Zarówno rząd, jak i gospodarstwa domowe, dążą do maksymalizacji własnego zadowolenia, odzwierciedlanego przez ich funkcje użyteczności. Obie z nich przyjmują klasyczną postać funkcji CRRA¹³ (ang. *Constant Relative Risk Aversion*). W przypadku gospodarstw domowych, użyteczność zależy od trzech czynników: konsumpcji C (+), efektywności rządu określanej przez użyteczne społecznie wydatki rządowe ψG (+) oraz od poziomu moralności podatkowej społeczeństwa mL_s (-):

$$U_h = \frac{(C + \psi G - mL_s)^{1-\delta} - 1}{1-\delta}, \quad (4)$$

gdzie $\delta \in (0, \infty) \setminus \{1\}$. Dla $\delta = 1$ funkcja użyteczności CRRA przyjmuje postać:

$$U_h = \ln(C + \psi G - mL_s). \quad (5)$$

Natomiast użyteczność rządu zależy od wielkości wydatków rządowych G (+) oraz od poziomu poparcia społecznego S (+):

$$U_g = \frac{(G+S)^{1-\beta} - 1}{1-\beta}, \quad (6)$$

gdzie $\beta \in (0, \infty) \setminus \{1\}$ ¹⁴. W modelu założono, że jednym z dążeń rządu jest utrzymanie się przy władzy. Musi zatem dbać o swoje szanse na reelekcję, które odzwierciedla funkcja S , mierząca poparcie gospodarstw domowych dla polityki gospodarczej rządu. W modelu przyjęto, że poparcie społeczne zależy od dwóch czynników – stawki opodatkowania¹⁵ τ (-) oraz stopy biurokracji (korupcji) b (-). Funkcja S jest postaci:

$$S = -D(\tau b)^2, \quad (7)$$

gdzie $D \in (0, \infty)$ oraz $\frac{\partial S}{\partial \tau} < 0$ i $\frac{\partial^2 S}{\partial \tau^2} < 0$ oraz $\frac{\partial S}{\partial b} < 0$ i $\frac{\partial^2 S}{\partial b^2} < 0$.

Zmienną decyzyjną gospodarstw domowych jest wielkość szarej strefy L_s , zaś rządu stawka opodatkowania τ . Ostatecznie po wstawieniu równań (1) i (7) do (2), (3), (4), (6) zagadnienie optymalizacyjne przyjmuje postać:

¹³ Jest to funkcja o stałej względnej awersji do ryzyka równej δ , do czego w proponowanym deterministycznym modelu nie należy przywiązywać uwagi. Kluczowe są natomiast jej inne własności, funkcja CRRA jest różniczkowalna, rosnąca i wklęsła (spełnia prawo malejącej użyteczności krańcowej), a parametr $-\delta$ ma wygodną interpretację elastyczności użyteczności krańcowej. Funkcja ta zatem posiada wszystkie niezbędne własności funkcji użyteczności. Z tego powodu jest szeroko stosowana w literaturze ekonomicznej, funkcję typu CRRA przyjmuje też w swoim modelu m.in. Beloded (2005), Orsi i inni (2014).

¹⁴ Podobnie jak w przypadku funkcji użyteczności gospodarstw domowych, dla $\beta = 1$ funkcja użyteczności rządu ma postać funkcji logarytmicznej.

¹⁵ M.in. Kneebone, McKenzie (2001) pokazują, że w latach wyborów wstrzymywane są podwyżki podatków.

$$\left\{ \begin{array}{l} U_g = \frac{[G-D(\tau b)^2]^{1-\beta}-1}{1-\beta} \xrightarrow{\tau} \max, \\ U_h = \frac{(C+\psi G-mL_s)^{1-\delta}-1}{1-\delta} \xrightarrow{L_s} \max, \\ w_r(1-L_s)(1-\tau b)(1+x) + w_s L_s(1+\lambda x) = C + paL_s^2, \\ \tau w_r(1-L_s) + paL_s^2 = G, \end{array} \right. \quad (8)$$

gdzie $L_s, \psi, x, \tau \in \langle 0,1 \rangle$, $\lambda \in \langle 0,1 \rangle$, $p \in (0,1)$, $\alpha, \beta, \delta, C, G, D, w_s, w_r, m \in (0,\infty)$, $b \in (1,\infty)$.

3.2. ROZWIĄZANIE ZADANIA OPTIMALIZACYJNEGO

Algorytm rozwiązania zadania optymalizacyjnego (8) jest następujący¹⁶. Najpierw wyznaczone zostanie maksimum funkcji U_h pod względem zmiennej L_s (przy stałej wartości τ), oznaczone jako \tilde{L}_s . Następnie, w analogiczny sposób, znalezione zostanie maksimum funkcji U_g pod względem zmiennej τ (przy stałej wartości L_s), oznaczone jako $\tilde{\tau}$. Otrzymane w ten sposób \tilde{L}_s i $\tilde{\tau}$ dadzą tak zwane krzywe najlepszej reakcji¹⁷, które pokazują optymalną odpowiedź na daną strategię innego gracza. W punkcie ich przecięcia otrzymane zostanie rozwiązanie optymalne całego modelu, oznaczane jako L_s^* i τ^* . Będzie to równowaga Nasha, bowiem każda z grup podmiotów wyznacza najlepszą odpowiedź na najlepszą strategię innych jednostek. Wzór na L_s^* otrzymany zostanie zatem wstawiając równanie $\tilde{\tau}$ do \tilde{L}_s , τ^* zaś podstawiając równanie \tilde{L}_s do $\tilde{\tau}$.

Poszukując maksimum funkcji U_h i funkcji U_g otrzymano warunki konieczne postaci:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U_h}{\partial L_s} = \frac{-w_r(1-\tau b)(1+x) + w_s(1+\lambda x) - 2L_s pa - m - \psi \tau w_r + 2L_s pa \psi}{[w_r(1-L_s)(1-\tau b)(1+x) + w_s(1+\lambda x)L_s - paL_s^2 - mL_s + \psi(\tau w_r(1-L_s) + paL_s^2)]^\delta} = 0, \\ \frac{\partial U_g}{\partial \tau} = \frac{w_r(1-L_s) - 2D\tau b^2}{[\tau w_r(1-L_s) + paL_s^2 - D(\tau b)^2]^\beta} = 0. \end{array} \right. \quad (9)$$

Z pierwszego równania można wyliczyć punkt stacjonarny \tilde{L}_s :

$$\tilde{L}_s = \frac{w_s(1+\lambda x) - w_r(1-\tau b)(1+x) - m - \psi \tau w_r}{2pa(1-\psi)}. \quad (10)$$

¹⁶ Sposób rozwiązywania zadania optymalizacyjnego przypomina wyznaczanie równowagi w modelu Cournota, por. m.in. Varian (2005, s. 497–501), Tokarski (2011, s. 256–269).

¹⁷ Przykładowo dla rządu, krzywa najlepszej reakcji pokazuje, jaką stawkę opodatkowania powinien ustalić rząd, by maksymalizować swoją funkcję użyteczności przy danych rozmiarach szarej strefy, którą wybrały gospodarstwa domowe.

Wyznacza on jednocześnie krzywą najlepszej reakcji gospodarstw domowych. Wzór (10) pozwala zatem obliczyć rozmiary szarej strefy, którą powinny wybrać gospodarstwa domowe przy danym poziomie stopy podatkowej τ tak, aby maksymalizować swoją użyteczność. Podobnie, z równania drugiego wyznaczono punkt stacjonarny i krzywą reakcji rządu $\tilde{\tau}$:

$$\tilde{\tau} = \frac{w_r(1-L_s)}{2Db^2}. \quad (11)$$

Oczywiście zachodzi $\frac{\partial \tilde{L}_s}{\partial \tau} > 0$ oraz $\frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial L_s} < 0$.

Warunek dostateczny istnienia ekstremum funkcji U_h i U_g w obu przypadkach jest spełniony¹⁸, bowiem $\frac{\partial^2 U_h}{\partial L_s^2}(\tilde{L}_s) < 0$ oraz $\frac{\partial^2 U_g}{\partial \tau^2}(\tilde{\tau}) < 0$, a zatem funkcja U_h posiada w punkcie \tilde{L}_s maksimum lokalne, podobnie funkcja U_g w punkcie $\tilde{\tau}$.

W punkcie przecięcia krzywych reakcji, wstawiając równanie (10) do (11) lub (11) do (10), otrzymujemy optymalne rozmiary szarej strefy L_s^* i stopy podatkowej τ^* , czyli równowagę Nasha modelu postaci:

$$\begin{cases} L_s^* = \frac{2Db^2[w_s(1+\lambda x) - w_r(1+x) - m] + w_r^2[b(1+x) - \psi]}{4pa(1-\psi)Db^2 + w_r^2[b(1+x) - \psi]}, \\ \tau^* = \frac{2pa(1-\psi)w_r - w_s w_r(1+\lambda x) + w_r^2(1+x) + m w_r}{4pa(1-\psi)Db^2 + w_r^2[b(1+x) - \psi]}, \end{cases} \quad (12)$$

przy czym zakładamy, że $L_s^* \in \langle 0,1 \rangle$ i $\tau^* \in \langle 0,1 \rangle$.¹⁹

4. STATYKA PORÓWNAWCZA I WNIOSKI

Analiza wrażliwości polega na określeniu, co się stanie z rozwiązaniem optymalnym modelu L_s^* i τ^* na skutek zmiany wartości jednego z parametrów: λ , w_s , w_r , m , D , p , a , b , x , ψ . Pozwala to porównać dwie prawie identyczne gospodarki, które róż-

¹⁸ Obliczenia te ze względu na ich rozmiar zostały pominięte w niniejszej pracy. Są jednak dostępne u autorki na życzenie.

¹⁹ Można zauważyć, że przedziały zmienności niektórych parametrów dopuszczają sytuację, gdy równowagowe wartości obu zmiennych wykraczają poza przedział $\langle 0,1 \rangle$, np. dzieje się tak gdy parametr m jest bardzo duży w porównaniu do innych parametrów. Wówczas $L_s^* < 0$ a $\tau^* > 1$. Tak duża wartość parametru oznacza jednak wyjątkowo niską skłonność gospodarstw domowych do uchylania się od podatków, co oczywiście oznacza, *de facto*, że szara strefa nie będzie w ogóle występowała w gospodarce ($L_s^* = 0$). Zatem w przypadku gdy zmienne decyzyjne wykraczają będą poza założony przedział zmienności przyjmować będziemy dla nich wartości skrajne (0 lub 1). Oczywiście zastosowanie różnych skali wartości (różnych jednostek) dla poszczególnych parametrów pozwala ustalić wartości zmiennych decyzyjnych na ekonomicznie akceptowalnych poziomach.

nią się wyłącznie wartością jednego z tych parametrów. Po obliczeniu odpowiednich pochodnych cząstkowych otrzymano zależności zaprezentowane w tabeli 1.

Tabela 1.

Analiza wrażliwości stanu równowagi Nasha zaproponowanego modelu na skutek zmiany wartości jego poszczególnych parametrów

		Parametry						
		λ	w_s	m	D	p	a	b
Zmienne	L_s^*	$\frac{\partial L_s^*}{\partial \lambda} > 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial w_s} > 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial m} < 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial D} < 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial p} < 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial a} < 0$	$\frac{\partial L_s^*}{\partial b} < 0$
	τ^*	$\frac{\partial \tau^*}{\partial \lambda} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial w_s} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial m} > 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial D} < 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial p} > 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial a} > 0$	$\frac{\partial \tau^*}{\partial b} < 0$

Źródło: obliczenia własne.

Analiza wyników zaprezentowanych w Tabeli 1 prowadzi do następujących wniosków:

- 1) Gdy dostępność usług instytucji państwowych w szarej strefie wzrośnie (wzrost λ), to spodziewać się należy zwiększenia rozmiarów szarej gospodarki. Spowodowane jest to wzrostem dochodów z działalności nierejestrowanej, co zachęca gospodarstwa domowe do ukrywania swojej aktywności gospodarczej. W rezultacie, w celu zatrzymania ucieczki gospodarstw domowych do szarej strefy rząd obniży stawkę opodatkowania. Podobny mechanizm występuje w przypadku wzrostu wynagrodzenia w szarej strefie w_s .
- 2) Wzrost poziomu *tax morale* społeczeństwa (m) przyczynia się do zwiększenia dyszyteczności gospodarstw domowych z tytułu wykonywania działalności nierejestrowanej i uchylania się od opodatkowania. Jest to związane z dyskomfortem moralnym oraz presją społeczną odczuwaną przez gospodarstwa domowe. W rezultacie, prowadzi to do zmniejszenia ich aktywności nierejestrowanej. Rząd może wówczas pozwolić sobie na podniesienie stopy opodatkowania, w celu zwiększenia przychodów budżetowych.
- 3) Podniesienie wielkości kary a za działalność nierejestrowaną (analogicznie – efektywności działania organów kontroli p), zmniejsza oczekiwane zyski gospodarstw domowych z pracy w szarej strefie. Obniża to atrakcyjność tego sektora i w rezultacie prowadzi do spadku rozmiarów szarej strefy, co skutkuje podniesieniem opodatkowania przez rząd.
- 4) Zwiększenie opłat biurokratycznych b (żądań łapówkarskich skorumpowanych urzędników), prowadzi do wzrostu niezadowolenia gospodarstw domowych. Rząd, który zabiega o reelekcję, zmuszony jest obniżyć opodatkowanie. Korzyści płynące ze spadku opodatkowania przewyższają straty wynikające z konieczności płacenia

wyższych opłat biurokratycznych w strefie oficjalnej – a zatem szara gospodarka zmaleje. Podobny mechanizm zaobserwować można w przypadku spadku wartości wskaźnika D .

W przypadku x , w_s i ψ znaki pochodnych zależą od kombinacji wartości innych parametrów. Jest to związane z jednoczesnym działaniem kilku efektów o przeciwnym kierunku wpływu. Wzrost wartości każdego z wymienionych parametrów związany jest ze zwiększeniem atrakcyjności prowadzenia działalności gospodarczej w sferze rejestrowanej oraz jednoczesną odpowiedzią rządu w postaci zmiany stawki opodatkowania. Który z tych efektów ostatecznie przeważy, zależy od konkretnych wartości pozostałych parametrów gospodarki. Przykładowo, poprawienie stanu jakości państwa x , zwielokrotnia dochody uzyskiwane w obu sektorach, ale ich wzrost w szarej strefie jest ograniczony przez parametr λ . Tym samym praca nierejestrowana staje się relatywnie mniej atrakcyjna. Odływ do sfery oficjalnej jest hamowany przez jednoczesną podwyżkę stopy podatkowej. To, które z tych efektów przeważy zależy od relacji pomiędzy płacami w obu sektorach oraz od dostępności dóbr i usług publicznych w szarej strefie λ .

5. ZAKOŃCZENIE

W niniejszej pracy przedstawiono autorski model kształtowania się szarej strefy gospodarki, która powstaje jako wynik świadomej kalkulacji oczekiwanych zysków i strat gospodarstw domowych na skutek określonej polityki gospodarczej rządu. Wśród korzyści z aktywności gospodarczej w szarej strefie uwzględniono możliwość uniknięcia opodatkowania i paraopodatkowania oraz zwolnienie z konieczności przestrzegania regulacji prawa pracy i ponoszenia związanych z tym kosztów biurokratycznych (korupcyjnych). Działalność w szarej gospodarce nie jest jednak wolna od strat – jednostki muszą liczyć się z możliwością przyłapania i koniecznością poniesienia dodatkowych kar oraz z ograniczonym dostępem do dóbr i usług publicznych. Co więcej, praca nierejestrowana może wzbudzać wątpliwości moralne i prowadzić do spadku zadowolenia jednostek. Rząd natomiast prowadzi politykę fiskalną państwa (ustala stawkę opodatkowania) oraz ustanawia organy kontrolne czuwające nad sposobem prowadzenia aktywności gospodarczej. Jednocześnie troszczy się o swoje poparcie społeczne i szanse na reelekcję. Gospodarstwa domowe i rząd podejmują decyzje tak, by maksymalizować własne funkcje użyteczności, i, w wyniku ich wzajemnych interakcji, zostaje ustalony równowagowy poziom szarej strefy i opodatkowania w modelowanej gospodarce.

Badanie wrażliwości stanu równowagi Nasha prezentowanego modelu pozwala określić, jak będą różniły się optymalne poziomy szarej strefy i stawki opodatkowania w gospodarkach, które różnią się jedynie wartością jednego konkretnego parametru. Przykładowo, w gospodarce o wyższej stopie korupcji wśród urzędników państwowych (i identycznych pozostałych makroparametrach) spodziewać się należy niższego

optymalnego poziomu szarej gospodarki i stawki opodatkowania. Na podstawie analizy wrażliwości można też wysnuć wnioski dla polityki gospodarczej państwa, które dąży do ograniczenia szarej aktywności. Oprócz polityki fiskalnej, rząd może posłużyć się szeregiem innych, często długookresowych, działań: ograniczyć dostępność dóbr i usług publicznych w szarej strefie, akcentować jej nieetyczny charakter budując kręgosłup moralny społeczeństwa, zwiększyć efektywność organów ścigania i podnieść stawki kar, ograniczyć biurokrację (korupcję), próbować zmniejszyć wynagrodzenia w strefie nieoficjalnej, zadbać o wzrost poparcia dla swojej polityki gospodarczej.

Proponowany model może ulec dalszym ulepszeniom, np. poszerzeniu o bardziej realistyczny rynek pracy, bezrobocie i transfery społeczne. W następnych badaniach planowana jest kalibracja parametrów modelu dla wybranych krajów na świecie.

LITERATURA

- Amaral P. S., Quintin E., (2006), A Competitive Model of the Informal Sector, *Journal of Monetary Economics*, 53 (7), 1541–1553.
- Aruoba B., (2009), Informal Sector, Government Policy and Institutions, in 2010 Meeting Papers, No. 324, Society for Economic Dynamics (working paper).
- Beloded O., (2005), Shadow Economy of Ukraine: the Case of Financial Constraints (Doctoral dissertation, Economics Education and Research Consortium).
- Bilotkach V., (2006), A Tax Evasion – Bribery Game: Experimental Evidence from Ukraine, *European Journal of Comparative Economics*, 3, 31–49.
- Buehn A., Dell’Anno R., Schneider F., (2012), Fiscal Illusion and the Shadow Economy: Two Sides of the Same Coin?, Working Paper, 39944.
- Choi J. P., Thum M., (2005), Corruption and the Shadow Economy, *International Economic Review*, 46 (3), 817–836.
- Cichocki S., (2009), Shadow Economy and Its Relations with Tax System and State Budget in Poland, *Ekonomia*, 24, 94–111.
- Cichocki S., Tyrowicz J., (2011), Determinanty zatrudnienia nierejestrowanego w Polsce w okresach wysokiej i niskiej koniunktury gospodarczej, *Gospodarka Narodowa*, 3, 1–27.
- Dreher A., Schneider F., (2010), Corruption and the Shadow Economy: An Empirical Analysis, *Public Choice*, 144 (1), 215–238.
- Friedman E., Johnson S., Kaufmann D., Zoido-Lobaton P., (2000), Dodging the Grabbing Hand: the Determinants of Unofficial Activity in 69 Countries, *Journal of Public Economics*, 76 (3), 459–493.
- Giza-Poleszczuk A., (2009), Jak zmierzyć zjawisko pracy nierejestrowanej?, *Polityka Społeczna*, (10), 20–23.
- Gołębiowski G., (2007), Zjawisko szarej strefy z uwzględnieniem gospodarki polskiej, *Współczesna Ekonomia*, 1 (1), 17–28.
- Heinemann F., Schneider F., (2011), Religion and the Shadow Economy, *ZEW-Centre for European Economic Research Discussion Paper*, 11-038.
- Ihrig J., Moe K. S., (2004), Lurking in the Shadows: The Informal Sector and Government Policy, *Journal of Development Economics*, 73 (2), 541–557.
- Jędrzejowicz P., (1995), Problem określenia polityki skarbowej wobec zjawiska nierejestrowanych dochodów z pracy, w: Grabowski M., (red.), *Szara strefa w transformacji gospodarki*, Gdańsk, 19–38.
- Johnson S., Kaufmann D., Shleifer A., (1997), The Unofficial Economy in Transition, *Brookings Papers on Economic Activity*, 159–239.

- Kabaj M., (2009), Praca nierejestrowana we współczesnej literaturze ekonomicznej, *Polityka Społeczna*, (10), 3–10.
- Kneebone R. D., McKenzie K. J., (2001), Electoral and Partisan Cycles in Fiscal Policy: An Examination of Canadian Provinces, *International Tax and Public Finance*, 8 (5–6), 753–774.
- Kraciuk J., (2013), Szara strefa w Europie, *Zeszyty Naukowe Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie. Problemy Rolnictwa Światowego*, 13 (1).
- Malaczewska P., (2014), Analiza zjawiska szarej strefy jako gry niekooperacyjnej, w: Jurek W., (red.), *Matematyka i informatyka na usługach ekonomii. Rozważania ogólne. Modele*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, 84–96.
- Mról B., (2002), *Gospodarka nieoficjalna w systemie ekonomicznym*, Monografie i Opracowania, Szkoła Główna Handlowa, 509.
- Orsi R., Raggi D., Turino F., (2014), Size, Tend, and Policy Implications of the Underground Economy, *Review of Economic Dynamics*, 17 (3), 417–436.
- Raczkowski K., Schneider F., (2013), Sfera nieoficjalna w gospodarce, *Infos*, nr 21 (158), Biuro Analiz Sejmowych.
- Rosser J. B., Rosser M. V., Ahmed E., (2000), Income Inequality and the Informal Economy in Transition Economies, *Journal of Comparative Economics*, 28 (1), 156–171.
- Salahodjaev R., (2015), Intelligence and Shadow Economy: A Cross-country Empirical Assessment, *Intelligence*, 49, 129–133.
- Schneider F., Enste D., (2000), Shadow Economies: Size, Causes, and Consequences, *Journal of Economic Literature*, 38 (1), 77–114.
- Schneider F., Williams C., (2013), *The Shadow Economy*, The Institute of Economic Affairs, London.
- Tokarski T., (2011), *Ekonomia matematyczna: modele mikroekonomiczne*, Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne.
- Varian H. R., (2005), *Mikroekonomia: kurs średni – ujęcie nowoczesne*, Wydawnictwo Naukowe PWN.
- Walewski M., (2009), Zatrudnienie nierejestrowane od strony pracowników, *Polityka Społeczna*, (10), 8–11.
- Wdrożenie Europejskiego Systemu Rachunków Narodowych i Regionalnych w Unii Europejskiej (ESA2010) do polskich rachunków narodowych. Zmiany metodologiczne oraz ich wpływ na główne agregaty makroekonomiczne, Notatka informacyjna, GUS, Warszawa, 2014, 12–13.

MECHANIZMY KSZTAŁTOWANIA SIĘ SZAREJ STREFY GOSPODARKI. MODEL TEORETYCZNY

Streszczenie

Przedstawiony zostanie model teoretyczny kształtowania się szarej strefy gospodarki. Uwzględnione w nim będą zarówno czynniki typowo ekonomiczne, takie jak obciążenia podatkowe i parapodatkowe czy wysokość kar za działalność nierejestrowaną, oraz czynniki kształtujące otoczenie prawno-organizacyjne działalności gospodarczej, takie jak poziom biurokracji (korupcji), jakość instytucji publicznych, czy moralność podatkowa społeczeństwa. W proponowanym modelu szara strefa powstaje jako wynik interakcji pomiędzy podmiotami gospodarczymi – rządem i gospodarstwami domowymi. Wyznaczony zostanie poziom szarej strefy będący równowagą Nasha, po czym przeprowadzona zostanie jego statyka porównawcza.

Słowa kluczowe: szara strefa gospodarki, obciążenia podatkowe, jakość instytucji publicznych, *tax morale*, korupcja, biurokracja, statyka porównawcza, równowaga Nasha

DRIVING FORCES OF THE SHADOW ECONOMY. THEORETICAL MODEL

Abstract

We present theoretical model of shadow economy. The model includes not only economic factors, such as tax burden or fines for unregistered activity, but also legal and organizational background factors, such as level of bureaucracy (corruption), quality of public sector services and institutions, or tax morale. In the proposed model shadow economy arises as a result of interactions between economic entities – government and households. The Nash Equilibrium level of shadow economy is derived and comparative statics analysis is presented.

Keywords: shadow economy, tax burden, institutions, tax morale, corruption, bureaucracy, comparative statics, Nash equilibrium