

BARTŁOMIEJ LACH<sup>1</sup>METODY ŁĄCZENIA I SELEKCJI KLASYFIKATORÓW  
W PROGNOZOWANIU UPADŁOŚCI PRZEDSIĘBIORSTW

## 1. WSTĘP

Ze względu na powszechność i uniwersalność wykorzystania metod klasyfikacyjnych, problem poprawnej klasyfikacji obiektów jest wciąż aktualny i ważny z punktu widzenia badań we wszystkich obszarach nauki. Jedną z dróg dających szansę na poprawę zdolności klasyfikacyjnych obiektów jest jednoczesne wykorzystanie zbioru klasyfikatorów. Podejście to polega na stosowaniu metod, w których ostateczna decyzja o przynależności obiektu do jednej z możliwych populacji (klas) zależy od wskazań większej liczby klasyfikatorów indywidualnych. W niniejszym artykule, klasyfikatorami indywidualnymi nazywane są metody klasyfikacyjne różnego typu, których prognozy (wskazania klasy przynależności lub prawdopodobieństwa a posteriori) służą do podejmowania ostatecznej decyzji o przynależności obiektu przez cały zespół klasyfikatorów. Zbiór klasyfikatorów podejmujący decyzje klasyfikacyjne zgodnie z regułami metod łączenia lub selekcji nazywany jest w skrócie klasyfikatorem hybrydowym. Modelami klasyfikacyjnymi indywidualnymi lub hybrydowymi nazywane są natomiast konkretne realizacje metod klasyfikacyjnych, oszacowane na podstawie obiektów próby uczącej i testowane na obiektach próby testującej.

W niniejszym artykule przedstawione zostały wyniki badań nad próbą wykorzystania metod łączenia oraz selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Poza porównaniem trafności prognoz uzyskanych przez modele bazujące na klasyfikatorach indywidualny oraz hybrydowych, przeanalizowano także wpływ liczby uwzględnianych zmiennych objaśniających na poprawność klasyfikacji przez poszczególne modele. W zbiorze klasyfikatorów indywidualnych znalazły się cztery różne metody klasyfikacyjne: liniowa analiza dyskryminacyjna, regresja logistyczna, sztuczna sieć neuronowa oraz las losowy.

Pojęcie „upadłości przedsiębiorstwa” jest silnie powiązane z pojęciem „bankructwa przedsiębiorstwa”. Pomimo częstego zamiennego używania tych pojęć w języku potocznym, należy podkreślić, że nie są to określenia tożsame. Termin bankructwa podkreśla ekonomiczny charakter zjawiska, jakim jest zaprzestanie podstawowej działalności przedsiębiorstwa. Upadłość jest natomiast pojęciem prawnym, którego znacze-

---

<sup>1</sup> Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Wydział Informatyki i Gospodarki Elektronicznej, Katedra Ekonometrii, al. Niepodległości 10, 61-875 Poznań, Polska, e-mail: lach.bartlomiej@gmail.com.

nie regulują przepisy prawa upadłościowego. W niniejszym artykule, autor korzysta z pojęcia „upadłości przedsiębiorstw” ze względu na wykorzystanie w konstruowanych modelach klasyfikacyjnych zmiennej kategoryalnej określającej fakt wystąpienia lub nie wystąpienia upadłości w sensie prawnym.

Analiza dyskryminacyjna z liniową funkcją dyskryminacyjną została zaproponowana przez Fishera (1936) jako narzędzie pozwalające odseparować w możliwie najlepszy sposób obiekty pochodzące z dwóch różnych populacji. Pierwszym modelem dyskryminacyjnym wykorzystanym do problemu prognozowania upadłości przedsiębiorstw był model Altmana nazwany „*Z-score model*” (Altman, 1968). Profesor Altman jest także autorytetem w dziedzinie teorii bankructwa oraz autorem wielu publikacji na ten temat (Altman i inni, 2008; Altman, Roggi, 2013). Modele liniowej analizy dyskryminacyjnej są narzędziem często wykorzystywanym w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw zarówno zagranicą jak i w Polsce (Mossman i inni, 1998; Mączyńska, 1994; Hadasik, 1998; Hołda, 2001, 2006; Mączyńska, Zawadzki, 2006). Proponowane modele wykorzystują różne zestawy wskaźników lub wielkości finansowych, które pozwalają z dużym prawdopodobieństwem wskazywać przedsiębiorstwa zagrożone ryzykiem upadłości.

Drugim z wykorzystanych klasyfikatorów indywidualnych jest regresja logistyczna. Metoda ta pozwala określać przynależność obiektu do jednej z dwóch populacji na podstawie zmiennych o charakterze ilościowym bądź jakościowym. Przynależność wynika z wielkości prawdopodobieństwa modelowanego z wykorzystaniem funkcji przekształcającej prawdopodobieństwo na logarytm ilorazu szans (logit) oraz dystrybuanty rozkładu logistycznego (Pociecha i inni, 2014). Warto podkreślić, że modele regresji logistycznej nie wymagają spełnienia założenia o normalności rozkładu zmiennych objaśniających. Metoda ta, podobnie jak liniowa analiza dyskryminacyjna, jest często wykorzystywana w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw (Ohlson, 1980; Hołda, 2000; Wędzki, 2005).

Kolejnym z wykorzystanych w badaniu klasyfikatorów indywidualnych jest sztuczna sieć neuronowa, której działanie wzorowane jest na sieci neuronów przetwarzających sygnały w układzie nerwowym organizmów żywych. Sztuczna sieć neuronowa poprzez sieć powiązanych neuronów stanowiących określoną strukturę ma za zadanie przetworzyć wejściowe sygnały w taki sposób, aby sygnały wychodzące z sieci były zgodne z oczekiwanymi. Obok wyboru odpowiedniej struktury, ważnym etapem konstruowania sieci jest proces jej uczenia z wykorzystaniem odpowiednich algorytmów. W badaniach nad upadłością przedsiębiorstw najczęściej stosowaną postacią sieci neuronowej jest perceptron wielowarstwowy (Bell i inni, 1990; Korol, Prusak, 2005; Hołda, 2006).

Ostatnim klasyfikatorem indywidualnym uwzględnionym przez autora artykułu jest las losowy. Podobnie jak sztuczna sieć neuronowa, las losowy należy do grupy metod nieparametrycznych. Nie wymaga zatem spełnienia rygorystycznych założeń wobec zmiennych objaśniających wykorzystywanych przy jego budowie. Las zbudowany jest z dużej liczby drzew klasyfikacyjnych, które poprzez głosowanie większościowe

wskazują na populację (klasę), do której należy zakwalifikować rozpoznawany obiekt. Należy zauważyć, że decyzje klasyfikacyjne lasu losowego bazują na wskazaniach większej liczby drzew klasyfikacyjnych. Celem autora jest zweryfikowanie użyteczności metod łączenia i selekcji dla metod różnego typu, dlatego las losowy został włączony do grupy klasyfikatorów indywidualnych. Skuteczność lasu losowego w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw była weryfikowana również dla przedsiębiorstw działających w Polsce (Korol, 2010).

## 2. METODY ŁĄCZENIA I SELEKCJI KLASYFIKATORÓW

Ze względu na odmienne koncepcje działania metod klasyfikacyjnych uwzględnionych w badaniu, może się zdarzyć, że prognozy uzyskiwane na podstawie modeli uczonych z wykorzystaniem tego samego zbioru obiektów istotnie różnią się od siebie w zależności od wykorzystanej metody. W sytuacji kiedy rozpatrywane metody dokonują błędnej klasyfikacji odmiennych obiektów, a żadnej z metod nie można jednoznacznie wskazać jako najlepszej, zasadna jest próba jednoczesnego wykorzystania metod indywidualnych stosując podejście łączenia bądź selekcji. Klasyfikatory indywidualne powinny zatem charakteryzować się wysoką precyzją oraz możliwą różnorodnością stawianych prognoz<sup>2</sup> (Kuncheva, 2000). Stosując metody łączenia lub selekcji, ostateczna decyzja o przynależności obiektu do populacji podejmowana jest z wykorzystaniem większej liczby metod klasyfikacyjnych, dając tym samym szansę na uzyskanie pełniejszej informacji o klasyfikowanych obiektach oraz poprawę wyników ogólnej trafności (Krzyśko i inni, 2008).

Łączenie klasyfikatorów jest sposobem wykorzystania wielu metod klasyfikacyjnych jednocześnie. Ostateczna decyzja o przynależności obiektu do jednej ze zdefiniowanych klas podejmowana jest na podstawie wskazań klasyfikatorów indywidualnych (metoda głosowania większościowego) lub na podstawie wektorów prawdopodobieństw a posteriori przynależności obiektów (np. metoda sumacyjna).

W metodzie głosowania większościowego decyzja o przynależności obiektu zależna jest od liczby „głosów” oddanych na każdą z możliwych klas. Zaletą głosowania większościowego jest możliwość zastosowania dla dowolnych metod klasyfikacyjnych wskazujących jedynie klasę, do której zaliczany jest obiekt. Nie jest wymagana znajomość wielkość prawdopodobieństwa a posteriori przynależności obiektu do danej klasy. Należy mieć na uwadze, że w przypadku parzystej liczby klasyfikatorów składowych oraz dwóch klas, z których mogą pochodzi obiekty, metoda może nie rozstrzygać o przynależności obiektu. Dzieje się tak w sytuacji gdy liczba głosów oddanych na każdą z klas jest taka sama (Krzyśko i inni, 2008).

Zakładając, że występuje  $c$  różnych klasyfikatorów indywidualnych  $\hat{d}_1, \hat{d}_2, \dots, \hat{d}_c$ , wyznaczonych na bazie  $n$ -elementowej próby uczącej  $U_n = \{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$ ,

---

<sup>2</sup> Wysoka różnorodność jest rozumiana jako możliwie niska lub nawet ujemna korelacja błędów poszczególnych klasyfikatorów indywidualnych.

gdzie  $\mathbf{x}_i$  jest wektorem obserwowanych cech, a  $y_1$  etykietą jednej z  $K$  klas, klasyfikator głosowania można zapisać jako<sup>3</sup>:

$$\hat{d}_V(\mathbf{x}) = \arg \max_{1 \leq k \leq K} \sum_{j=1}^c I(\hat{d}_j(\mathbf{x}) = k), \quad j = 1, 2, \dots, c. \quad (1)$$

Innym sposobem łączenia klasyfikatorów jest metoda sumacyjna. Warunkiem możliwości wykorzystania metody sumacyjnej jest posiadanie ocen prawdopodobieństw a posteriori przynależności klasyfikowanego obiektu do zdefiniowanych klas  $\hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x})$ ,  $j = 1, 2, \dots, c$ ;  $k = 1, 2, \dots, K$ . Klasyfikator sumacyjny można wtedy zapisać:

$$\hat{d}_{SUM}(\mathbf{x}) = \arg \max_k s_k(\mathbf{x}), \quad (2)$$

gdzie:

$$s_k(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^c \hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x}).$$

Sumę prawdopodobieństw można zastąpić również ich wartością średnią uzyskując takie same wskazania klasyfikatora. Możliwe jest także wprowadzenie dodatkowych wag różnicujących wpływ określonych klasyfikatorów na podejmowaną ostatecznie decyzję. Przykładem mogą być wagi proporcjonalne do współczynników trafności globalnej klasyfikatorów indywidualnych.

Metoda iloczynowa, w przeciwieństwie do metody sumacyjnej, wykorzystuje iloczyny prawdopodobieństw a posteriori. Z tego powodu, w przypadku gdy chociaż jeden z klasyfikatorów indywidualnych wskazuje niskie prawdopodobieństwo przynależności obiektu do danej klasy to znacząco obniża to prawdopodobieństwo tego, że klasyfikator łączony wskaże ostatecznie tę klasę dla rozważanego obiektu. Klasyfikator iloczynowy można zapisać jako:

$$\hat{d}_{PROD}(\mathbf{x}) = \arg \max_k r_k(\mathbf{x}), \quad (3)$$

gdzie:

$$r_k(\mathbf{x}) = \prod_{j=1}^c \hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x}).$$

Kolejnym sposobem łączenia klasyfikatorów jest wykorzystanie metod bazujących na statystykach pozycyjnych wyznaczanych dla prawdopodobieństw a posteriori przynależności obiektów do poszczególnych klas. Łączenie klasyfikatorów odbywa się dla statystyk: minimum, maksimum oraz mediana, co można zapisać:

<sup>3</sup>  $I(q)$  jest funkcją wskaźnikową przyjmującą wartość 1 gdy zdanie  $q$  jest prawdziwe lub 0 gdy zdanie  $q$  jest fałszywe.

$$\text{Metoda minimum } \hat{d}_{MIN}(\mathbf{x}) = \arg \max_k \min_j \hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x}), \quad (4)$$

$$\text{Metoda maksimum } \hat{d}_{MAX}(\mathbf{x}) = \arg \max_k \max_j \hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x}), \quad (5)$$

$$\text{Metoda medianowa } \hat{d}_{ME}(\mathbf{x}) = \arg \max_k Me \hat{p}^{(j)}(k|\mathbf{x}). \quad (6)$$

Drugą z grup metod wykorzystujących zbiór klasyfikatorów indywidualnych do określania przynależności obiektu jest selekcja. Selekcja klasyfikatorów zakłada, że poszczególne metody klasyfikacji mogą działać skuteczniej, kiedy stosuje się je do obiektów podobnych ze względu na pewne cechy. Możliwy jest zatem wybór lokalnie najlepszych metod klasyfikacyjnych, dla których łączna trafność jest wyższa niż każdej metody z osobna (Dasarathy, Sheela, 1979).

Jedną z propozycji wykorzystania metody selekcji przedstawiła Kuncheva (2000). Badaczka zaproponowała wykorzystanie metody iteracyjnej optymalizacji podziału zbioru obiektów – k-średnich w celu wyznaczenia skupień obiektów, z którymi następnie skojarzone zostały najskuteczniejsze w tych skupieniach klasyfikatory indywidualne. Autorka wykorzystwała w badaniu pięć oddzielnie nauczonych sieci neuronowych. Inne metody łączenia klasyfikatorów zostały dokładnie opisane w pracy Kunchevej (2004).

### 3. CELE BADANIA, PROCEDURA POSTĘPOWANIA ORAZ WYKORZYSTANY MATERIAŁ BADAWCZY

Przedstawione powyżej koncepcje łączenia oraz selekcji klasyfikatorów posłużyły do budowy modeli prognozowania upadłości przedsiębiorstw bazujących na wskazaniach czterech różnych klasyfikatorów indywidualnych: liniowa analiza dyskryminacyjna, regresja logistyczna, sztuczna sieć neuronowa oraz las losowy. Powstałe w ten sposób modele hybrydowe porównywane były z modelami indywidualnymi pod względem trafności stawianych przez nie prognoz.

Podstawowym celem badania było wskazanie metod klasyfikacyjnych spośród wszystkich analizowanych (4 klasyfikatory indywidualne + 9 klasyfikatorów łączenia lub selekcji) zapewniających możliwie wysoką jakość prognozowania upadłości przedsiębiorstw dla obiektów próby testującej. Badanie służy weryfikacji hipotezy mówiącej o wyższej skuteczności poprawnej klasyfikacji obiektów przez modele bazujące na metodach łączenia lub selekcji klasyfikatorów w porównaniu z modelami indywidualnymi. Istotnym elementem badania było także wskazanie listy wskaźników finansowych, których wykorzystanie w konstrukcji modeli klasyfikacyjnych zapewniło najwyższą jakość stawianych prognoz. Badanie umożliwiło również przeprowadzenie analizy skuteczności metod klasyfikacji w zależności od liczby wskaźników finansowych wykorzystywanych do budowy poszczególnych modeli indywidualnych oraz hybrydowych. Wyniki podjętej analizy mogą pomóc w odpowiedzi na pytanie, czy i kiedy warto stosować metody łączenia oraz selekcji klasyfikatorów do problemu prognozowania upadłości przedsiębiorstw.

Tabela 1.

Klasyfikatory indywidualne i hybrydowe wykorzystane w badaniu

Oznaczenie	Klasyfikator
AD	Liniowa analiza dyskryminacyjna
RL	Regresja logistyczna
SSN	Sztuczna sieć neuronowa
LL	Las losowy
H1	Głosowanie większościowe
H2	Klasyfikator sumacyjny
H3	Klasyfikator sumacyjny (ważony)
H4	Klasyfikator iloczynowy
H5	Klasyfikator minimum
H6	Klasyfikator medianowy
H7	Klasyfikator maksimum
H8	Klasyfikator selekcji 1
H9	Klasyfikator selekcji 2

Źródło: opracowanie własne.

Konstruowane w badaniu sztuczne sieci neuronowe miały postać perceptronu wielowarstwowego. Sieci składały się za każdym razem z 3 warstw (1 wejściowa, 1 ukryta oraz 1 wyjściowa). Liczba neuronów warstwy wejściowej odpowiadała liczbie wskaźników finansowych wykorzystanych do budowy poszczególnych sieci. Liczba neuronów warstwy ukrytej stanowiła za każdym razem połowę liczby neuronów warstwy wejściowej. W przypadku nieparzystej liczby neuronów pierwszej warstwy, liczba ta była zaokrąglana w górę. Reguły związane z ustaleniem liczby neuronów w każdej z warstw sieci związane są z automatyzacją procesu budowy dużej liczby SSN w dalszej części badania. Uczenie sieci odbywało się z wykorzystaniem metody zmiennej metryki – algorytm BFGS (Krzyśko i inni, 2008).

W przeprowadzonym badaniu zbudowano także dużą liczbę lasów losowych. Do budowy pojedynczego lasu wykorzystywano za każdym razem 1000 drzew klasyfikacyjnych. W każdym węźle drzewa, do podziału obiektów wybierana była jedna z co najwyżej czterech losowych zmiennych uczestniczących w budowie lasu. Miarą różnorodności klas w węźle przy budowie drzew klasyfikacyjnych był indeks Giniego.

Dodatkowego komentarza wymaga także wykorzystanie niektórych klasyfikatorów hybrydowych. W przypadku klasyfikatora sumacyjnego (ważonego) wykorzystano wagi proporcjonalne do współczynników trafności globalnej uzyskanych na poziomie próby uczącej dla klasyfikatorów indywidualnych.

W przypadku klasyfikatora selekcji 1, lokalnie najlepszy klasyfikator wyznaczany był dla każdego z 4 skupień obiektów podobnych pod względem opisujących je cech diagnostycznych (zestaw wskaźników finansowych). Do utworzenia 4 skupień

wykorzystano metodę k-średnich. W przypadku klasyfikatora selekcji 2, podobieństwo obiektów pod względem opisujących je cech diagnostycznych zastąpiono podobieństwem pod względem wielkości prawdopodobieństw a posteriori przynależności do populacji spółek upadłych (prawdopodobieństwa uzyskane na podstawie 4 klasyfikatorów indywidualnych).

W badaniu empirycznym wykorzystano informacje dotyczące sytuacji finansowo-majątkowej 180 spółek akcyjnych z okresu 1999–2012 działających w Polsce w sektorach: budownictwo, handel oraz przetwórstwo przemysłowe. Dla każdego z sektorów dysponowano 30 obiektami, wobec których odpowiedni sąd ogłosił upadłość podmiotu gospodarczego oraz 30 obiektami w dobrej kondycji finansowej, których wielkość aktywów oraz typ prowadzonej działalności odpowiadały poszczególnym spółkom, które ogłosiły upadłość. Poza zmienną zero-jedynkową wskazującą na wystąpienie bądź nie występowanie upadłości przedsiębiorstwa, obiekty badania opisane zostały zestawem 19 wskaźników finansowych prezentujących w możliwie pełny sposób ich sytuację finansowo-majątkową. W przypadku spółek upadłych, wskaźniki finansowe wyznaczane były na podstawie sprawozdań finansowych z okresu na rok przed złożeniem pierwszego wniosku o ogłoszenie upadłości. Źródłami informacji i danych w badaniu były: Internetowy Monitor Sądowy i Gospodarczy, Monitor Polski B oraz baza danych firmy Notoria Serwis.

Tabela 2.

Lista wskaźników finansowych wykorzystanych w badaniu

Zmienna	Wskaźnik finansowy
X1	Stopa zwrotu z aktywów = zysk netto / średnia wartość aktywów
X2	Stopa zwrotu z kapitału własnego = zysk netto / średnia wartość kapitałów własnych
X3	Zysk brutto / średnia wartość aktywów
X4	Zysk ze sprzedaży / średnia wartość aktywów
X5	Marża zysku brutto = zysk brutto / przychody ze sprzedaży
X6	Marża zysku netto = zysk netto / przychody ze sprzedaży
X7	Marża zysku operacyjnego = zysk na działalności operacyjnej / przychody ze sprzedaży
X8	(Aktywa obrotowe – zobowiązania krótkoterminowe) / suma bilansowa
X9	Wskaźnik bieżącej płynności = Aktywa obrotowe / zobowiązania krótkoterminowe
X10	Wskaźnik szybkiej płynności = (Aktywa obrotowe – zapasy) / zobowiązania krótkoterminowe
X11	Wskaźnik podwyższonej płynności = (Aktywa obrotowe – zapasy – należności) / zobowiązania krótkoterminowe
X12	Zobowiązania ogółem / aktywa ogółem
X13	Zobowiązania długoterminowe / aktywa ogółem
X14	Kapitał własny / aktywa ogółem
X15	Kapitał własny / zobowiązania ogółem

Tabela 2. (cd.)

Zmienna	Wskaźnik finansowy
X16	Wskaźnik rotacji należności = średnia wartość należności / przychody ze sprzedaży netto · 365
X17	Wskaźnik rotacji zapasów = średnia wartość zapasów / przychody ze sprzedaży netto · 365
X18	Wskaźnik rotacji zobowiązań = średnia wartość zobowiązań / przychody ze sprzedaży · 365
X19	Wskaźnik rotacji aktywów = średnia wartość aktywów / przychody ze sprzedaży · 365

Źródło: opracowanie własne.

Nadrzędnym celem badania była próba generalnej oceny przydatności metod łączenia i selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw oraz chęć przedstawienia wpływu różnej liczby zmiennych objaśniających na skuteczność działania poszczególnych metod. Z tego powodu, w toku prowadzonych badań, konstruowana była duża liczba modeli klasyfikacyjnych z różnym co do liczebności oraz składu zestawem zmiennych objaśniających. W pierwszym kroku badania, dla każdej z możliwych liczebności zmiennych w modelach (przyjęto od 2 do 18) wylosowano po 100 różnych kombinacji zmiennych spośród wszystkich 19 dostępnych wskaźników finansowych<sup>4</sup>. Autor badania ma świadomość, że w losowym zestawie zmiennych mogą znaleźć się pary zmiennych silnie skorelowanych. Taka analiza również została przeprowadzona. Nie zdecydowano się jednak na usuwanie zmiennych skorelowanych, ponieważ nadrzędnym kryterium oceny przyjętym w badaniu była zdolność poprawnej klasyfikacji obiektów próby testującej, a nie np. własności statystyczno-ekonometryczne konstruowanych modeli (szczególnie parametrycznych). Rozważania na ten temat w szerszym zakresie podjął Zbigniew Czerwiński w książce pt. „Moje zmagania z ekonomią” (Czerwiński, 2002).

Dla każdej wylosowanej kombinacji zmiennych szacowane były modele indywidualne (AD, RL, SSN, LL). Następnie, na podstawie wskazań oraz wektorów prawdopodobieństw a posteriori przynależności obiektów do populacji pochodzących z modeli indywidualnych zbudowano modele hybrydowe (H1, H2, H3, H4, H5, H6, H7, H8, H9). Za każdym razem modele były szacowane i walidowane poprzez 25-krotne<sup>5</sup> wylosowanie próby testującej (losowanie proste bez zwracania) stanowiącej 30% wszystkich dostępnych obserwacji. Pozostałe 70% obserwacji stanowiło próbę uczącą. Dla każdego pojedynczego podziału zbioru obiektów na próbę uczącą i testującą wyznaczano wszystkie 13 modeli klasyfikacyjnych. Uzyskane wyniki współczynników trafności globalnej prognoz w próbie uczącej i testującej były uśredniane dla 25 powtórzeń. W procesie walidacji, dla każdej pojedynczej wylosowanej kombinacji zmiennych

<sup>4</sup> Wyjątkami były losowania 2-elementowych oraz 18-elementowych kombinacji spośród 19 wskaźników finansowych. W tych przypadkach zbadano wszystkie możliwe kombinacje dokonując przeglądu pełnego możliwych zestawów zmiennych w modelach klasyfikacyjnych. Było ich odpowiednio 171 oraz 19.

<sup>5</sup> Ustalona liczba powtórzeń równa 25 wynika z przeprowadzonej dodatkowej analizy stabilności współczynników trafności globalnej prognoz dla analizowanych metod.



wyznaczono zatem 325 modeli indywidualnych i hybrydowych  $((4 + 9) \cdot 25)$ , a łączna liczba modeli uwzględniona w analizie wyniosła 549 250.

Wszystkie analizy wykonano z wykorzystaniem autorskiej aplikacji komputerowej napisanej w środowisku R, mającej zastosowanie dla problemów binarnej klasyfikacji obiektów.

#### 4. BADANIE SKUTECZNOŚCI WYKORZYSTANIA METOD ŁĄCZENIA ORAZ SELEKCJI KLASYFIKATORÓW W PROGNOZOWANIU UPADŁOŚCI PRZEDSIĘBIORSTW

W tabeli 3 przedstawiono zestawienie modeli klasyfikacyjnych z różną liczbą zmiennych objaśniających, których średni współczynnik trafności globalnej<sup>6</sup> wyznaczony dla obiektów próby testującej był najwyższy.

Tabela 3.

Modele z najwyższymi współczynnikami trafności globalnej w próbie testującej

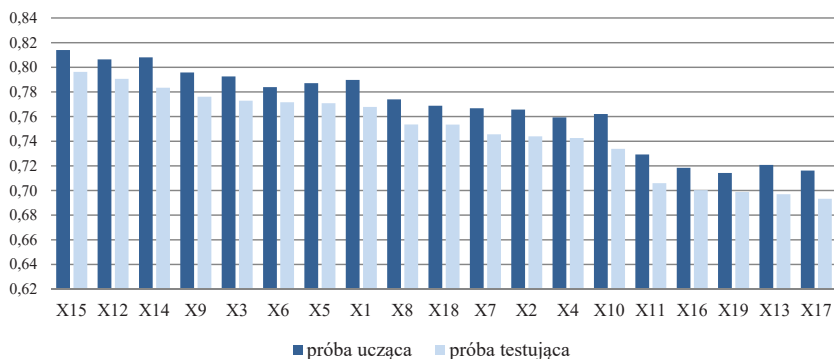
Liczba zmiennych	Wsp. trafności globalnej	Metoda	Zestaw zmiennych
2	0,847	RL	X5, X12
3	0,848	RL	X1, X2, X15
4	0,865	RL	X5, X10, X11, X12
5	0,869	LL	X2, X4, X10, X14, X16
6	0,869	H2	X5, X6, X12, X14, X17, X18
7	0,852	LL	X2, X6, X9, X14, X16, X18, X19
8	0,857	H2 i H6	X1, X2, X5, X7, X8, X15, X17, X18
9	0,859	H2	X3, X4, X5, X8, X9, X10, X12, X18, X19
10	0,859	H6	X4, X7, X9, X10, X11, X13, X14, X16, X17, X18
11	0,858	LL	X2, X3, X5, X8, X9, X10, X13, X14, X16, X18, X19
12	0,866	LL	X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X11, X12, X13, X17, X18
13	0,858	LL	X1, X3, X4, X6, X7, X8, X9, X10, X14, X15, X16, X18, X19
14	0,869	LL	X2, X3, X4, X5, X8, X9, X11, X13, X14, X15, X16, X17, X18, X19
15	0,863	LL	X4, X5, X6, X7, X8, X9, X10, X11, X12, X13, X14, X16, X17, X18, X19
16	0,862	LL	X2, X3, X4, X5, X6, X8, X9, X10, X12, X13, X14, X15, X16, X17, X18, X19
17	0,867	LL	X2, X3, X4, X6, X7, X8, X9, X10, X11, X12, X13, X14, X15, X16, X17, X18, X19
18	0,853	LL	X1, X2, X3, X4, X5, X6, X7, X8, X9, X10, X11, X13, X14, X15, X16, X17, X18, X19

Źródło: opracowanie własne.

<sup>6</sup> W wyniku przeprowadzonej walidacji, wartości współczynnika trafności globalnej zostały uśrednione dla 25 powtórzeń.

Na podstawie informacji zawartych w tabeli 3 można stwierdzić, że w przypadku małej liczby zmiennych (od 2 do 4) najwyższe zdolności poprawnej klasyfikacji obiektów uzyskały modele regresji logistycznej. W przypadku modeli z dużą liczbą zmiennych (od 11 do 18) za każdym razem najskuteczniejszy okazał się las losowy. Modele oparte na metodach łączenia H2 (klasyfikator sumacyjny) oraz H6 (klasyfikator medianowy) uzyskiwały najwyższe wyniki dla liczby zmiennych 6 oraz od 8 do 10.

Zbudowanie modeli dla wszystkich możliwych 2-elementowych kombinacji zmiennych objaśniających umożliwiło zbadanie w sposób numeryczny zdolności poprawnego klasyfikowania obiektów przez poszczególne wskaźniki finansowe wykorzystane w badaniu. Na rysunku 1 przedstawiono średnie współczynniki trafności globalnej w próbie uczącej oraz testującej dla wszystkich modeli z dwoma zmiennymi objaśniającymi, w których wystąpiła każda z analizowanych zmiennych (każdy ze wskaźników finansowych wystąpił w 18 kombinacjach zestawów zmiennych).



Rysunek 1. Zdolności poprawnej klasyfikacji obiektów przez wskaźniki finansowe

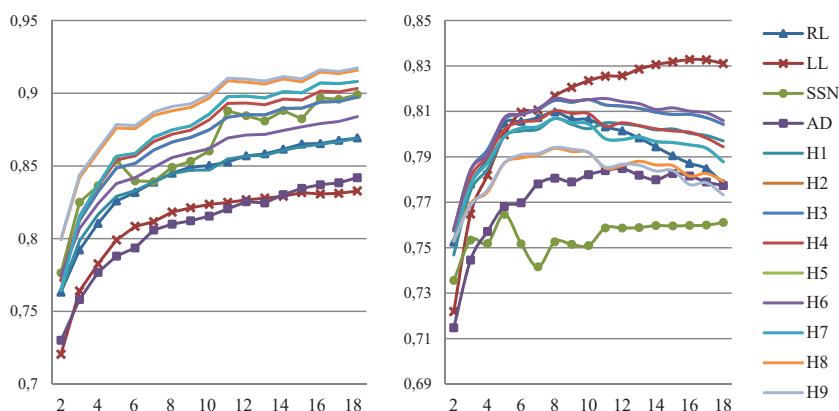
Źródło: opracowanie własne.

Najwyższe współczynniki trafności globalnej uzyskiwały modele, w których znajdowały się zmienne dotyczące zadłużenia przedsiębiorstwa (X15, X12), relacji kapitału własnego do wielkości aktywów (X14) oraz bieżącej płynności (X9). Najniższe współczynniki odpowiadały modelom, w których wystąpiły wskaźniki rotacji należności, zapasów i aktywów (X16, X17, X19).

Na rysunku 2 przedstawiono kształtowanie się średnich współczynników trafności globalnej uzyskanych przez poszczególne modele w próbie uczącej (lewy wykres) oraz testującej (prawy wykres). Dodatkowo na wykresie wyróżniono wyniki uzyskane przez modele indywidualne. Warto przypomnieć, że dla każdej z możliwych liczebności zmiennych (od 2 do 18) wylosowano po 100 kombinacji zmiennych<sup>7</sup>, dla których 25-krotnie wyznaczano i testowano wszystkie 13 modeli klasyfikacyjnych

<sup>7</sup> Wyjątek stanowiły modele dla 2 i 18 zmiennych.

(indywidualne i hybrydowe). Uzyskane rezultaty pokazują, że w przypadku próby uczącej, średnia wartość współczynnika trafności globalnej dla wszystkich analizowanych klasyfikatorów wzrastała wraz ze wzrostem liczby zmiennych. Najskuteczniejsze w próbie uczącej okazały się klasyfikatory selekcji uzyskujące średnią trafność globalną przekraczającą 90%. Najlepszym z klasyfikatorów indywidualnych (dla różnych liczebności zmiennych) była sztuczna sieć neuronowa.



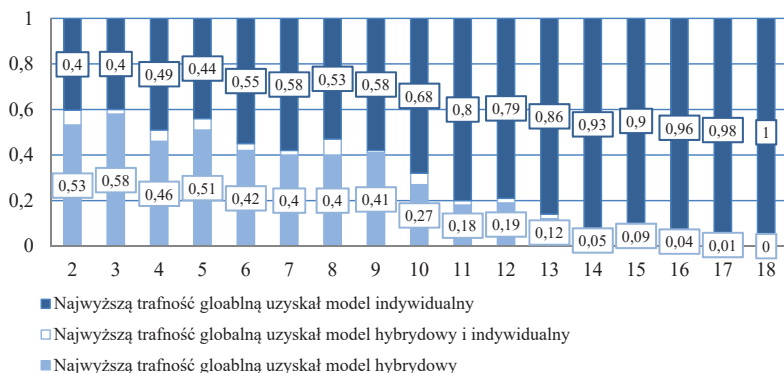
Rysunek 2. Liczba zmiennych w modelach a trafność prognoz w próbach uczącej i testującej

Źródło: opracowanie własne.

Dla zdecydowanej większości klasyfikatorów, budowane modele zwiększały zdolności poprawnej klasyfikacji obiektów próby testującej do momentu uwzględniania liczby zmiennych nieprzekraczającej 8–10. Przy wyższej liczbie zmiennych współczynniki trafności globalnej stabilizowały się lub spadały. Wyjątkiem jest klasyfikator lasu losowego, dla którego średnia trafność prognoz w próbie testującej wzrastała razem ze wzrostem liczby uwzględnianych zmiennych. Las losowy uzyskiwał średnio najwyższą skuteczność prognoz w modelach z liczbą zmiennych większą od 8. Przy mniejszej liczbie zmiennych, najwyższe wyniki uzyskiwały modele dla klasyfikatorów hybrydowych (sumacyjny i medianowy) oraz modele regresji logistycznej. Należy zauważyć duży spadek trafności prognoz w przypadku sztucznych sieci neuronowych. W celu poprawy uzyskiwanych wyników możliwa jest potrzeba zmiany struktury konstruowanych sieci lub przyjętego algorytmu uczenia. Takie same wyniki uzyskały pary modeli dla klasyfikatorów hybrydowych: sumacyjny i sumacyjny (ważony), a także minimum i maksimum.

Na rysunku 3 przedstawiono dla każdej z możliwych liczebności zmiennych odsetek modeli indywidualnych oraz hybrydowych, które uzyskały najwyższą trafność globalną prognoz w próbie testującej. Dla przykładu, pośród 100 kombinacji modeli z 4 zmiennymi objaśniającymi, w 49 przypadkach modelem, który uzyskał najwyższą trafność globalną w próbie testującej (po walidacji) był jeden z 4 modeli indywidualnych. W 46 przypadkach natomiast, najwyższą trafność globalną wskazał jeden

z 9 modeli hybrydowych. W pozostałych 5 przypadkach najlepszy z modeli indywidualnych oraz hybrydowych wskazały taką samą wielkość współczynnika trafności globalnej.



Rysunek 3. Odsetek modeli z najwyższym współczynnikiem trafności globalnej w próbie testującej a liczba uwzględnianych zmiennych

Źródło: opracowanie własne.

Pośród modeli z małą liczbą zmiennych (2, 3, 5), w ponad połowie przypadków przynajmniej jeden z modeli hybrydowych uzyskiwał wyższy współczynnik trafności globalnej na poziomie próby testującej niż najlepszy z modeli indywidualnych. Odsetek ten spada wraz ze wzrostem liczby zmiennych. Sytuacja ta jest związana z rosnącą (wraz ze wzrostem liczby zmiennych) skutecznością poprawnej klasyfikacji obiektów przez las losowy należący do grupy klasyfikatorów indywidualnych. Wzrost ten można zaobserwować na rysunku 2. Warto przypomnieć, że niektóre modele hybrydowe (H2 i H6) znalazły się również w zestawieniu najlepszych modeli zaprezentowanych w tabeli 3.

## 5. PODSUMOWANIE

Przeprowadzone badanie empiryczne pozwoliło na realizację założonego celu jakim była ocena skuteczności wykorzystania metod łączenia oraz selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw. Badanie zostało zaprojektowane z myślą o możliwie wysokiej porównywalności uzyskiwanych wyników dla różnych metod klasyfikacyjnych. Dokonana analiza pozwala stwierdzić, że metody łączenia oraz selekcji, bazujące na wskazaniach oraz prawdopodobieństwach a posteriori klasyfikatorów indywidualnych, mogą wpływać na poprawę jakości stawianych prognoz. W badaniu wykorzystano 4 klasyfikatory indywidualne oraz 9 klasyfikatorów hybrydowych. W tabeli 3 przedstawiającej zestawienie modeli o najwyższych zdolnościach

poprawnego klasyfikowania obiektów kilkakrotnie znalazły się modele hybrydowe (sumacyjny oraz medianowy).

W toku realizacji podstawowego celu badania wskazano również zestaw modeli klasyfikacyjnych dla różnej liczby zmiennych objaśniających, które charakteryzowały się najwyższymi wynikami poprawnej klasyfikacji obiektów próby testującej (tabela 3). Oceniając uzyskane wyniki klasyfikacji warto podkreślić, że spółki uwzględnione w badaniu pochodziły z trzech różnych branż, co mogło być istotnym czynnikiem utrudniającym poprawną klasyfikację obiektów charakteryzujących się różnorodną specyfiką prowadzonej działalności. Na podstawie przeglądu wyników klasyfikacji uzyskanych przez innych autorów badań wynika, że średnia zdolność poprawnej klasyfikacji (w próbie testującej) modeli szacowanych dla przedsiębiorstw działających w Polsce w branży produkcyjnej mieści się w przedziale 77–85%, w branży budowlanej: 65–90%, a w branży handlowo-usługowej: 61–82% (Pociecha i inni, 2014). Wyniki poprawnej klasyfikacji najlepszych z uzyskanych modeli w badaniu, sięgające 87% (w próbie testującej) można zatem uznać za względnie wysokie.

W toku prowadzonej analizy dokonano również oceny dostępnych wskaźników finansowych pod względem zdolności poprawnego klasyfikowania obiektów do populacji spółek upadłych oraz tych w dobrej kondycji finansowej. Najwyższe oceny uzyskały wskaźniki zadłużenia przedsiębiorstwa, bieżącej płynności oraz relacji kapitału własnego do wielkości aktywów. Najniżej ocenione zostały natomiast wskaźniki rotacji należności, zapasów oraz aktywów.

Analiza prognoz stawianych przez dużą liczbę modeli klasyfikacyjnych, uwzględniających różną liczbę zmiennych objaśniających pozwala stwierdzić, że stosowanie metod łączenia oraz selekcji klasyfikatorów jest częściej skuteczne w przypadku modeli z mniejszą liczbą zmiennych. Wniosek ten wynika z porównania rezultatów klasyfikacji obiektów i dotyczy zbioru metod uwzględnionych w badaniu. Pośród wszystkich rozważanych metod klasyfikacyjnych, najwyższą jakością stawianych prognoz, w sytuacji uwzględnienia dużej liczby zmiennych objaśniających, charakteryzował się las losowy.

#### LITERATURA

- Altman E. I., (1968), Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bankruptcy, *The Journal of Finance*, 23 (4), 589–609.
- Altman E. I., Roggi O., (2013), *Managing and Measuring Risk. Emerging Global Standards and Regulations After Financial Crisis*, World Scientific Press.
- Altman E. I., Caouette J. B., Narayanan P., Nimmo R., (2008), *Managing Credit Risk: The Great Challenge for Global Financial Markets*, Wiley Finance.
- Bell T. B., Ribar G. S., Verchio J., (1990), *Neural Nets Versus Logistic Regression: A comparison of Each Model's Ability to Predict Commercial Bank Failures*, Proceedings of the 1990 Deloitte and Touche/ University of Kansas Symposium on Auditing Problems, 29–53.
- Czerwiński Z., (2002), *Moje zmagania z ekonomią*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.

- Dasarathy B. V., Sheela B. V., (1979), *A Composite Classifier System Design: Concepts and Methodology*, Proceedings of the IEEE (Special Issue on Pattern Recognition and Image Processing), 67 (5), 708–713.
- Fisher R. A., (1936), The Use of Multiple Measurements in Taxonomic Problems, *Annals of Eugenics*, 7 (2), 179–188.
- Hadasik D., (1998), *Upadłość przedsiębiorstw w Polsce i metody jej prognozowania*, Zeszyty Naukowe – seria II, Prace habilitacyjne, Zeszyt 153, Akademia Ekonomiczna w Poznaniu, Poznań.
- Hołda A., (2000), *Optymalizacja i model zastosowania procedur analitycznych w rewizji sprawozdań finansowych*, praca doktorska, Akademia Ekonomiczna w Krakowie, Kraków.
- Hołda A., (2001), Prognozowanie bankructwa jednostki w warunkach gospodarki polskiej z wykorzystaniem funkcji dyskryminacyjnej ZH, *Rachunkowość*, 5, 306–310.
- Hołda A., (2006), *Zasada kontynuacji działalności i prognozowanie upadłości w polskich realiach gospodarczych*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków.
- Korol T., (2010), *Systemy ostrzegania przedsiębiorstw przed ryzykiem upadłości*, Wolters Kluwer, Warszawa.
- Korol T., Prusak B., (2005), *Upadłość przedsiębiorstw a wykorzystanie sztucznej inteligencji*, CeDeWu, Warszawa.
- Krzyśko M., Wołyński W., Górecki T., Skorzybut M., (2008), *Systemy uczące się. Rozpoznawanie wzorców, analiza skupień i redukcja wymiarowości*, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne w Warszawie, Warszawa.
- Kuncheva L. I., (2000), *Cluster-and-Selection Method for Classifier Combination*, 4th International Conference on Knowledge-Based Intelligent Engineering Systems & Allied Technologies, Brighton, UK.
- Kuncheva L. I., (2004), *Combining Pattern Classifiers: Methods and Algorithms*, Wisley.
- Mączyńska E., (1994), Ocena kondycji przedsiębiorstwa (Uproszczone metody), *Życie gospodarcze*, 38, 42–45.
- Mączyńska E., Zawadzki M., (2006), Dyskryminacyjne modele predykcji bankructwa przedsiębiorstw, *Ekonomista*, 2, 205–235.
- Mossman C. E., Bell G. G., Swartz L. M., Turtle H., (1998), An Empirical Comparison of Bankruptcy Models, *The Financial Review*, 33 (2), 35–54.
- Ohlson J. A., (1980), Financial Ratios and the Probabilistic Prediction of Bankruptcy, *Journal of Accounting Research*, 18 (1), 109–131.
- Pociecha J., Pawełek B., Baryła M., Augustyn S., (2014), *Statystyczne metody prognozowania bankructwa w zmieniającej się koniunkturze gospodarczej*, Fundacja Uniwersytetu Ekonomicznego w Krakowie, Kraków.
- Wędzki D., (2005), Bankruptcy Logit Model for Polish Economy, *Argumenta Oeconomica Cracoviensia*, 3, 49–70.
- Woods K., Kegelmeyer W. P., Bowyer K., (1997), Combination of Multiple Classifiers Using Local Accuracy Estimates, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19 (4), 405–410.

## METODY ŁĄCZENIA I SELEKCJI KLASYFIKATORÓW W PROGNOZOWANIU UPADŁOŚCI PRZEDSIĘBIORSTW

### Streszczenie

Autor niniejszego artykułu postanowił zbadać skuteczność wykorzystania metod łączenia oraz selekcji klasyfikatorów w prognozowaniu upadłości przedsiębiorstw w Polsce. Przeprowadzone badanie pozwoliło na porównanie jakości stawianych prognoz przez cztery klasyfikatory indywidualne: liniowa analiza dyskryminacyjna, regresja logistyczna, sztuczna sieć neuronowa oraz las losowy z wynikami

dziewięciu metod łączenia oraz selekcji, bazujących na zbiorze powyższych klasyfikatorów. Autor artykułu przeprowadził także analizę wpływu liczby uwzględnianych zmiennych na poprawność klasyfikacji poszczególnych metod.

**Słowa kluczowe:** prognozowanie upadłości przedsiębiorstw, metody klasyfikacyjne, metody łączenia i selekcji klasyfikatorów

CLASSIFIER COMBINATION AND SELECTION METHODS  
AT THE CORPORATE BANKRUPTCY PREDICTION

A b s t r a c t

The author of this article decided to investigate the efficiency of using classifier combination and selection methods at the prediction of corporate bankruptcy in Poland. The study allowed us to compare the predictions from 4 individual classifiers: linear discriminant analysis, logistic regression, artificial neural network and random forest with the predictions from 9 classifier combination and selection methods. Moreover, the author analyzed the influence of the number of variables in models on performances of the correct classification for all considered methods.

**Keywords:** corporate bankruptcy prediction, classification methods, classifier combination and selection methods

