

Piotr DUDZIŃSKI¹

Wpływ czynników niematerialnych na popyt na ubezpieczenie i samoubezpieczenie majątkowe

1. WSTĘP

Istnieje duża liczba prac opisujących wyniki empirycznych badań wpływu rozmaitych czynników na popyt na usługi ubezpieczeniowe. Lista czynników jest długa, są one najczęściej dzielone na cztery grupy: ekonomiczne, demograficzne, społeczne i kulturowe oraz strukturalne. Ich szczegółowy przegląd wraz z listą prac dokumentujących poszczególne efekty można znaleźć w pracach Bednarczyk (2011) i Outreville (2011, 2013). Autorzy cytują ponad 80 empirycznych prac dotyczących determinantów rynkowego popytu na ubezpieczenia różnego rodzaju. Ponadto, rozwijana jest teoria indywidualnego popytu na ubezpieczenia wykorzystująca modele matematyczne procesu decyzyjnego osoby ubezpieczającej się. Podstawowymi determinantami indywidualnego popytu na ubezpieczenia majątkowe są zamożność decydenta, poziom jego awersji do ryzyka, cena ubezpieczenia, obecność innych źródeł ryzyka. Przegląd głównych wyników w tej materii można znaleźć np. w pracy Schlesingera (2000). Istnieje jednak niewielka ilość prac teoretycznych dotyczących wpływu niematerialnych czynników na decyzje ubezpieczeniowe. Wyjątkiem jest praca Rey (2003) w której rozważane jest uogólnienie twierdzenia Mossina o optymalnym ubezpieczeniu. Rey podaje warunki pod którymi wprowadzenie dodatkowego źródła niematerialnego ryzyka do modelu nie ma wpływu na tezę twierdzenia Mossina. Warto także wymienić pracę Lee (2005) w której badany jest efekt dochodowy na samoubezpieczenie w modelu uwzględniającym także stan zdrowia decydenta. Prace Eeckoudt i inni (2007), Courbage, Rey (2007), Menegatti (2009), De-nuit i inni (2011), Mace (2015) poświęcone są analizie wpływu ryzyka związanego ze zdrowiem decydenta na wysokość jego oszczędności. Ponadto Crainich i inni (2017) badali wpływ stanu zdrowia na skład portfela inwestycyjnego decydenta. Oprócz wspomnianego artykułu Rey, brak jest prac teoretycznych na temat wpływu zmian stanu zdrowia na indywidualny popyt na ubezpieczenie (majątkowe). Niniejsza praca w pewnym stopniu wypełnia tę lukę. Intuicyjny pogląd, że czynniki niematerialne, a szczególnie stan zdrowia mogą mieć jakiś wpływ na decyzje ubezpieczeniowe został w tym artykule zweryfikowany pozy-

¹ Wyższa Szkoła Bankowa w Gdańsku, Katedra Zastosowań Informatyki w Zarządzaniu, al. Grunwaldzka 238A, 80-266 Gdańsk, Polska, e-mail: pd@mat.ug.edu.pl.

tywnie, jednak opis tej relacji wymaga wprowadzenia ogólniejszego modelu, niż standardowo używany jednowymiarowy. Zaprezentowany i przeanalizowany został typowy model ubezpieczenia uzupełniony o drugą zmienną reprezentującą czynnik niematerialny (stan zdrowia). Główny wynik pracy mówi że pogorszenie stanu zdrowia powoduje wzrost popytu na ubezpieczenie majątkowe, o ile są spełnione założenia dotyczące znaków pochodnych cząstkowych użyteczności rzędu drugiego i trzeciego, wyrażające tzw. komplementarność zdrowia i bogactwa oraz krzyżową przezorność względem zdrowia. Są to relatywnie nowe pojęcia w literaturze ekonomicznej, najczęściej do tej pory używane były w pracach teoretycznych dotyczących analizy zjawiska oszczędności w kontekście zmian stanu zdrowia.

W drugiej części artykułu jest przedstawiona analogiczna analiza dotycząca innego narzędzia zarządzania ryzykiem, jakim jest samubezpieczenie. Wyniki, mimo że podobne do tych na temat ubezpieczenia, zależą dodatkowo od własności określonej jako typ efektywności samubezpieczenia, która z kolei odzwierciedla technologię usuwania szkody. Pogorszenie stanu zdrowia może w zależności od typu efektywności samubezpieczenia podnieść popyt na samubezpieczenie, albo je zredukować. Ponownie, kluczowe dla wyniku są znaki drugiej i trzeciej pochodnej cząstkowej użyteczności.

2. UOGÓLNIONY MODEL UBEZPIECZENIA I JEGO ANALIZA

Analiza problemu wymaga użycia uogólnionej funkcji użyteczności której zmiennymi są stan majątkowy danej osoby oraz poziom rozważanego czynnika niematerialnego. Problematyczną kwestią jest pomiar drugiej zmiennej. W przypadku zdrowia powszechnie przyjętą miarą jest tzw. kapitał zdrowotny (ang. *health capital*), jednostką jego pomiaru jest QALY (Cutler, Richardson, 1997).

Użyteczność decydenta jest opisana dwuargumentową funkcją $u(w, h)$, gdzie w oznacza stan majątkowy, zaś h – stan zdrowia danej osoby. Zakłada się że funkcja użyteczności jest rosnąca ze względu na każdy z tych czynników, czyli że

$$\frac{\partial u}{\partial w} = u_w > 0, \quad \frac{\partial u}{\partial h} = u_h > 0.$$

Zakładamy też, że

$$\frac{\partial^2 u}{\partial w^2} = u_{ww} < 0, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial h \partial w} = u_{wh} > 0. \quad (1)$$

Pierwsza z nierówności oznacza że decydent wykazuje awersję do ryzyka (monetarne) na każdym poziomie zdrowia². Druga nierówność wskazuje na to, że

² W teorii decyzji opartej na maksymalizacji oczekiwanej użyteczności znany jest fakt, że osoby neutralne wobec ryzyka lub skłonne do niego nie podejmują pozytywnej decyzji o ubezpieczeniu, patrz np. Heilpern (2001).

krańcowa użyteczność stanu majątkowego rośnie wraz z wzrostem poziomu zdrowia. Mówi się wtedy że bogactwo i zdrowie są dobrami komplementarnymi w sensie Edgewortha.

Z czterech powyższych, trzy pierwsze nierówności odzwierciedlają typowe własności funkcji użyteczności. Ostatnia nierówność jest potwierdzona empirycznie (Viscusi, Evans, 1990; Sloan i inni, 1998; Finkelstein i inni, 2008, 2013) i często pojawia się jako założenie w literaturze ekonomicznej, jednakże istnieją dane sugerujące możliwość wystąpienia innych typów zachowań. Pod koniec rozdziału będzie zaprezentowany przegląd literatury i wyników badań dotyczących tego zagadnienia.

Niech w_0 oznacza początkowy stan majątkowy osoby. Majątek ten jest zagrożony stratą wyrażoną zmienną losową \tilde{x} o znanym rozkładzie prawdopodobieństwa. Cena pełnego ubezpieczenia od straty wynosi P , zaś ubezpieczający się podejmuje decyzję jaką część straty pokrywa ubezpieczenie. Wielkość tę oznaczamy symbolem α . Jest ona zmienną decyzyjną przyjmującą wartości z przedziału domkniętego $[0,1]$. Zatem za cenę αP ubezpieczyciel zwróci ubezpieczonemu kwotę wysokości αx . Majątek końcowy wynosi więc

$$w = w_0 - \alpha P - x + \alpha x.$$

Problem decydenta polega więc na takim wyborze zmiennej α , aby zmaksymalizować oczekiwaną użyteczność:

$$Eu(w, h) = \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u(w_0 - \alpha P - x + \alpha x, h) f(x) dx,$$

gdzie $f(x)$ jest funkcją gęstości zmiennej losowej \tilde{x} .

Warunek pierwszego rzędu (konieczny dla istnienia maksimum) jest postaci

$$E[u_w(w_0 - \alpha P - \tilde{x} + \alpha \tilde{x}, h) \cdot (\tilde{x} - P)] = 0. \quad (2)$$

Warunek drugiego rzędu (wystarczający dla istnienia ekstremum)

$$E[u_{ww}(w_0 - \alpha P - \tilde{x} + \alpha \tilde{x}, h) \cdot (\tilde{x} - P)^2] < 0 \quad (3)$$

jest spełniony na mocy założenia (1). Istnieje więc optymalny punkt α^* spełniający warunek (2), o którym zakładamy, że jest wewnętrzny. Interpretuje się tę wielkość jako indywidualny popyt na ubezpieczenie. Celem niniejszej analizy jest zbadanie relacji między wielkościami h i α^* , czyli określenie czy i jak zmiany

w stanie zdrowia przekładają się na decyzję o ubezpieczeniu majątkowym. Relację tę opisuje poniższe twierdzenie.

Twierdzenie 1. Jeśli decydent wykazuje krzyżową przezorność względem zdrowia, oraz zdrowie i majątek są dla niego komplementarne, tzn. jeśli zachodzą nierówności $u_{hw} > 0$ i $u_{hww} > 0$, to pogorszenie (polepszenie) stanu zdrowia powoduje wzrost (redukcję) popytu na ubezpieczenie majątkowe.

Dowód: W sensie matematycznym popyt na ubezpieczenie jest tzw. uwikłaną funkcją poziomu zdrowia, co wyraża równanie (2). Zapisane w ogólnej formie ma ono postać

$$F(h, \alpha^*(h)) = 0$$

(pozostałe parametry występujące we wzorze (2) traktujemy jako stałe). Zróżniczkowanie względem zmiennej h obu stron powyższego równania przy użyciu wzoru na pochodną funkcji złożonej wielu zmiennych prowadzi do równości

$$\frac{\partial F}{\partial h} + \frac{\partial F}{\partial \alpha^*} \cdot \frac{d\alpha^*}{dh} = 0,$$

co daje

$$\frac{d\alpha^*}{dh} = - \frac{\partial F / \partial h}{\partial F / \partial \alpha^*}. \quad (4)$$

Zauważmy, że $\frac{\partial F}{\partial \alpha^*} = \frac{\partial F}{\partial \alpha}$, oraz że na mocy warunku wystarczającego ekstremum (3) zachodzi

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha^*} = \left. \frac{d^2 Eu}{d\alpha^2} \right|_{\alpha=\alpha^*} < 0.$$

Analizując znaki wyrażenia po prawej stronie równania (4) otrzymujemy wniosek

$$\text{sgn} \left(\frac{d\alpha^*}{dh} \right) = \text{sgn} \left(\frac{\partial F}{\partial h} \right). \quad (5)$$

Wyrażenie $\frac{d\alpha^*}{dh}$ można określić mianem „efektu zdrowotnego” przez analogię do efektu dochodowego. Aby określić znak efektu zdrowotnego, będziemy badać znak pochodnej $\frac{\partial F}{\partial h}$.

Różniczkując więc równanie (2) względem h dostajemy

$$F_h = E[u_{wh}(w_0 - \alpha P - \tilde{x} + \alpha \tilde{x}, h) \cdot (\tilde{x} - P)]. \quad (6)$$

Badanie znaku powyższego wyrażenia oprzemy na koncepcji warunku „pojedynczego przejścia” która pojawiła się po raz pierwszy w pracy Diamonda, Stiglitz (1974), a obecnie jest często używana w statyce porównawczej. Matematycznie opiera się ona na poniższym twierdzeniu.

Twierdzenie 2. Jeśli funkcja ciągła $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ spełnia warunek pojedynczego przejścia, tzn. istnieje x_0 takie że

$$\begin{cases} \varphi(x) > 0 \text{ dla } x > x_0, \\ \varphi(x) < 0 \text{ dla } x < x_0, \end{cases}$$

oraz zachodzi warunek

$$\int_a^b \varphi(x) dx = 0,$$

to dla dowolnej funkcji $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ rosnącej i dodatniej zachodzi nierówność

$$\int_a^b \varphi(x)g(x)dx > 0.$$

Jeśli funkcja g jest malejąca, to zachodzi nierówność

$$\int_a^b \varphi(x)g(x)dx < 0.$$

Dowód: patrz Diamond, Stiglitz (1974).

Warunek pojedynczego przejścia mówi, że dana funkcja zmienia znak jeden raz, z „minus” na „plus”. Spełnia to założenie czynnik $(\tilde{x} - P)$ w wyrażeniu (6), ale pozostałe założenia Twierdzenia 2 nie są spełnione. Aby jednak zastosować powyższe twierdzenie, należy najpierw przekształcić wyrażenie (6):

$$\begin{aligned} F_h &= E[u_{wh}(w, h) \cdot (\tilde{x} - P)] = E\left[\frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)} \cdot u_w(w, h) \cdot (x - P)\right] = \\ &= \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} \frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)} \cdot u_w(w, h) \cdot (x - P) f(x) dx. \end{aligned} \quad (7)$$

Zauważmy, że czynnik $\varphi(x) = u_w(w, h) \cdot (x - P)f(x)$ spełnia warunek pojedynczego przejścia (bo czynnik $(x - P)$ zmienia znak jeden raz, a ponadto $f(x) > 0$ i z założenia $u_w(w, h) > 0$) oraz zachodzi równość

$$\int_{\underline{x}}^{\bar{x}} u_w(w, h) \cdot (\tilde{x} - P) f(x) dx = 0,$$

która jest warunkiem pierwszego rzędu istnienia ekstremum (2). Aby móc zastosować Twierdzenie 2 potrzebna jest wiedza na temat monotoniczności czynnika

$$g(x) = \frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)}$$

względem zmiennej x . Aby się tego dowiedzieć, należy zbadać znak pochodnej funkcji złożonej:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)} \right) = \frac{\partial}{\partial w} \left(\frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)} \right) \cdot \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{u_{hww}u_w - u_{wh}u_{ww}}{(u_w)^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (8)$$

Przypomnijmy, że

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \alpha - 1 < 0.$$

Ponadto, z założenia (1) $u_w > 0$, $u_{ww} < 0$ oraz $u_{wh} > 0$. Zauważmy, że jeśli $u_{hww} > 0$ to $u_{hww}u_w - u_{wh}u_{ww} > 0$, a zatem znak całego wyrażenia (8) jest ujemny. To oznacza że czynnik

$$g(x) = \frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)}$$

jest malejący względem zmiennej x . Nierówność $u_{hww} > 0$ jest w literaturze ekonomicznej określana mianem krzyżowej przezorności względem zdrowia. W podrozdziale 2.1 zostanie zaprezentowana interpretacja ekonomiczna i rys historyczny tego pojęcia.

Można teraz zastosować drugą część Twierdzenia 2, którego teza mówi że

$$F_h = \int_{\underline{x}}^{\bar{x}} \frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)} \cdot u_w(w, h) \cdot (x - P) f(x) dx < 0,$$

a zatem na mocy spostrzeżenia (5)

$$\frac{d\alpha^*}{dh} < 0,$$

co dowodzi tezy Twierdzenia 1.

Interpretacja ekonomiczna założeń

Znak pochodnej cząstkowej mieszanej drugiego rzędu u_{hw} informuje jak zmiana stanu zdrowia przekłada się na krańcową użyteczność konsumpcji. Jeśli zachodzi $u_{hw} > 0$, to znaczy, że pogorszenie stanu zdrowia powoduje redukcję krańcowej użyteczności bogactwa. W takim przypadku mówi się, że bogactwo i zdrowie są komplementarne w sensie Edgewortha. Uzasadnienie teoretyczne tej właściwości bazuje na założeniu iż choroba powoduje obniżenie efektywności transformacji konsumpcji w użyteczność. Jeśli $u_{hw} < 0$, to pogorszenie stanu zdrowia przekłada się na wzrost krańcowej użyteczności majątku. Mówi się wówczas, że bogactwo i zdrowie są substytutami. Obie postawy są możliwe i istnieje szereg prac potwierdzających je empirycznie. Komplementarność bogactwa i zdrowia została empirycznie potwierdzona w pracach Viscusi, Evansa (1990), Sloan i inni (1998), Finkelsteina i inni (2008, 2013). Substytucyjność bogactwa i zdrowia została potwierdzona badaniami Lillarda, Weissa (1997), Edwardsa (2008) i Tengstama (2014). Różnice między wynikami wspomnianych autorów mogą wynikać m. in. z różnych typów chorób wśród badanych populacji. Przykładowo Tengstam (2014) badał użyteczność krańcową osób z paraliżem nóg, zaś Finkelstein i inni (w tym samym roku) badali osoby chore m. in. na raka, artretyzm, choroby płuc i serca. Nie ma więc zasadniczej sprzeczności między ich wynikami, dotyczą one innych przypadków.

Nierówność $u_{hww} > 0$ wyraża własność użyteczności nazywaną krzyżową przezornością względem zdrowia (ang. *cross-prudence in health*). Pojęcie to po raz pierwszy pojawiło się w pracy Eeckhoudt i inni (2007) dla opisu interakcji między stanem zdrowia a skłonnością do podejmowania ryzyka finansowego. Decydent wykazuje krzyżową przezorność względem zdrowia, gdy preferuje to samo czyste ryzyko finansowe w lepszym stanie zdrowia niż w gorszym. Warunek ten jest równoważny wypukłości względem bogactwa użyteczności krańcowej względem zdrowia, co jest równoważne nierówności $u_{hww} > 0$. Pojęcie to zostało wielokrotnie użyte w analizie zjawiska oszczędności jako narzędzia zarządzania ryzykiem utraty zdrowia, w pracach Eeckhoudt i inni (2007), Co-urbage, Rey (2007), Menegatti (2009), Denuit i inni (2011), Mace (2015). Ostatnio zostało ono użyte w pracy Crainich i inni (2017) dla objaśnienia wpływu stanu zdrowia na skład portfela inwestycyjnego decydenta.

3. UOGÓLNIONY MODEL SAMOUBEZPIECZENIA I JEGO ANALIZA

Samoubezpieczenie jest definiowane jako indywidualna inwestycja powodująca redukcję straty w przypadku wystąpienia szkody (Ehrlich, Becker, 1972). W odróżnieniu od ubezpieczenia, nie występuje tu transfer ryzyka za opłatą na podmiot zewnętrzny, tylko indywidualna aktywność danej osoby redukująca rozmiar ewentualnej straty. Przykładami samoubezpieczenia są: zakup gaśnic

lub zraszaczy przeciwpożarowych, sejfów na kosztowności, itp. Z kolei wykrywacze dymu, alarmy przeciwwłamaniowe redukują prawdopodobieństwo wystąpienia szkody niż samą szkodę; są to przykłady prewencji – pojęcia wprowadzonego do literatury ekonomicznej równoległe z samoubezpieczeniem przez Ehrlicha i Beckera. Samoubezpieczenie jest kolejnym narzędziem zarządzania ryzykiem. Analizie jego podstawowych własności poświęcone są prace badaczy takich jak Ehrlich, Becker (1972), Dionne, Eeckhoudt (1985) oraz Briys, Schlesinger (1990). Autorzy ci wykazali, że popyt na samoubezpieczenie ma cechy upodabniające je do ubezpieczenia majątkowego: jest monotoniczny względem awersji do ryzyka (osoby bardziej niechętnie ryzyku wykazują zwiększony popyt na samoubezpieczenie), określono kierunek efektu dochodowego (przy standardowym założeniu DARA³ jest to dobro podrzędne), oraz wykazano, że samoubezpieczenie jest substytutem ubezpieczenia majątkowego. Prace Lee (2010 a, b) zmieniły jednak postrzeganie samoubezpieczenia. Lee wprowadził ogólniejszy, bardziej realistyczny model samoubezpieczenia (z wieloma stanami świata zamiast dwoma, jak we wcześniejszej literaturze tematu) z którego wynika, że w zależności od typu samoubezpieczenia może być ono dobrem podrzędnym, jak i normalnym. Ponadto wzrost awersji do ryzyka może podnosić lub obniżać popyt na samoubezpieczenie. W pracy Dudziński (2014) wykazano, że pewnych sytuacjach samoubezpieczenie może być również komplementarne względem ubezpieczenia majątkowego. Wszystko to świadczy o tym, że samoubezpieczenie jest wartym dalszego badania instrumentem zarządzania ryzykiem.

Niech w_0 oznacza początkowy stan majątkowy osoby. Podobnie jak w przypadku ubezpieczenia, majątek ten jest zagrożony stratą, sytuacja jest jednak bardziej skomplikowana gdyż rozmiar straty będzie teraz zależeć także od aktywności decydenta. Załóżmy że stany świata są reprezentowane przez parametr losowy $\theta \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$, którego wartości są uporządkowane w ten sposób, że większa wartość θ odpowiada gorszej sytuacji (większej stracie).

Niech e oznacza wielkość inwestycji w samoubezpieczenie. Rozmiar straty zależy od dwóch czynników: stanu świata (zmiennej losowej) i inwestycji w samoubezpieczenie (zmiennej decyzyjnej). Wielkość straty w stanie θ przy inwestycji e w samoubezpieczenie oznaczana będzie przez $l(e, \theta)$. Z definicji, inwestycja w samoubezpieczenie redukuje stratę, co wyrażone jest nierównością

$$l_e(e, \theta) < 0. \quad (9)$$

Zakłada się, że straty maleją coraz wolniej ze wzrostem kwoty wydanej na samoubezpieczenie, co oznacza że zachodzi

³ Malejąca bezwzględna awersja do ryzyka.

$$l_{ee}(e, \theta) \geq 0. \quad (10)$$

Z założenia o uporządkowaniu wartości parametru θ wynika nierówność

$$l_{\theta}(e, \theta) \geq 0. \quad (11)$$

Bogactwo końcowe w stanie θ i przy inwestycji e jest równe

$$w(e, \theta) = w_0 - l(e, \theta) - e. \quad (12)$$

Problem decydenta polega na takim wyborze wartości zmiennej e , aby zmaksymalizować oczekiwaną użyteczność:

$$Eu(w, h) = \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} u(w_0 - l(e, \theta) - e, h) f(\theta) d\theta.$$

Zachowujemy wszystkie wcześniejsze założenia na temat dwuargumentowej funkcji użyteczności.

Warunek pierwszego rzędu jest postaci

$$\frac{\partial Eu}{\partial e} = E[u_w(w_0 - l(e, \theta) - e, h) \cdot (-1 - l_e)] = 0. \quad (13)$$

Warunek drugiego rzędu jest spełniony na mocy założeń:

$$E[u_{ww} \cdot (-1 - l_e)^2 + u_w \cdot (-l_{ee})] < 0.$$

Istnieje optymalny punkt e^* spełniający warunek (13), o którym zakładamy, że jest wewnętrzny.

Zauważmy, że czynnik $(-1 - l_e)$ występujący w równaniu (13) musi przynajmniej raz zmieniać znak, gdyż w przeciwnym przypadku miałby stały znak i optymalne byłoby rozwiązanie brzegowe, a nie wewnętrzne.

Relację między stanem zdrowia a optymalnym poziomem samoubezpieczenia opisuje następujące twierdzenie.

Twierdzenie 3. Załóżmy że decydent wykazuje krzyżową przezorność względem zdrowia, oraz zdrowie i majątek są dla niego komplementarne, tzn. $u_{hw} > 0$ i $u_{hww} > 0$. Wówczas:

a) jeśli czynnik $(-1 - l_e)$ zmienia znak jeden raz, z ujemnego na dodatni, to pogorszenie (polepszenie) stanu zdrowia powoduje wzrost (redukcję) popytu na samoubezpieczenie,

b) jeśli czynnik $(-1 - l_e)$ zmienia znak jeden raz, z dodatniego na ujemny, to pogorszenie (polepszenie) stanu zdrowia powoduje redukcję (wzrost) popytu na samoubezpieczenie.

Dowód: Postępując analogicznie do analizy przedstawionej w poprzednim rozdziale, po zróżniczkowaniu równania (13) względem zmiennej h , otrzymamy relację

$$\operatorname{sgn} \left(\frac{\partial e^*}{\partial h} \right) = \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial F}{\partial h} \right). \quad (14)$$

Obliczając pochodną i przekształcając wyrażenie tak jak w poprzednim rozdziale otrzymujemy

$$\begin{aligned} F_h &= E u_{wh}(w, h)(-1 - l_e) = E \frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)} u_w(w, h)(-1 - l_e) = \\ &= \int_{\underline{\theta}}^{\bar{\theta}} \frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)} u_w(w, h)(-1 - l_e) f(\theta) d\theta. \end{aligned} \quad (15)$$

Dla zastosowania Twierdzenia 2 potrzebna jest wiedza na temat monotoniczności czynnika

$$g(\theta) = \frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)}$$

względem zmiennej θ . Obliczamy pochodną funkcji złożonej:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)} \right) = \frac{\partial}{\partial w} \left(\frac{u_{wh}(w, h)}{u_w(w, h)} \right) \cdot \frac{\partial w}{\partial \theta} = \frac{u_{hw}u_w - u_{wh}u_{ww}}{(u_w)^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial \theta}, \quad (16)$$

gdzie $\frac{\partial w}{\partial \theta} = -\frac{\partial l}{\partial \theta} \leq 0$ z założenia (11). Zatem obliczana pochodna ma znak przeciwny do wyrażenia $u_{hw}u_w - u_{wh}u_{ww}$. Jeśli założymy $u_{hww} \geq 0$ i $u_{wh} \geq 0$, to otrzymamy nierówność $u_{hw}u_w - u_{wh}u_{ww} \geq 0$, co oznacza że wyrażenie (16) jest ujemne, co z kolei dowodzi że funkcja $\frac{u_{wh}}{u_w}$ jest malejąca względem parametru θ . Dowód ponownie opiera się na Twierdzeniu 2, ale jego użycie jest teraz nieco utrudnione w porównaniu z poprzednim rozdziałem, gdyż sytuacja jest bardziej złożona. Czynnik $(-1 - l_e)$ w całce (15) zmienia znak, ale niekoniecznie w sekwencji z „minus” na „plus”. Pojedyncza zmiana znaku może być również odwrotna, zaś oba przypadki mają inną interpretację ekonomiczną, co zostanie wyjaśnione w akapicie na końcu rozdziału. Aby ponownie skorzystać z Twierdzenia 2, zauważmy że jeśli znak czynnika $(-1 - l_e)$ zmienia się z dodatniego na ujemny, to wyrażenie $-(-1 - l_e)$ spełnia założenie Twierdzenia 2, zaś szukany znak całki zmienia się na przeciwny. Dowodzi to tezy twierdzenia 2.

Interpretacja ekonomiczna założeń

Pochodna cząstkowa $w_e(e, \theta) = -1 - l_e(e, \theta)$ jest równa krańcowemu bogactwu końcowemu względem samoubezpieczenia. Jeśli jest ona ujemna, to oznacza że jednostkowy wzrost inwestycji w samoubezpieczenie daje efekt redukcji bogactwa końcowego, zaś jeśli jest dodatnia, to otrzymujemy wzrost bogactwa końcowego. Pochodną w_e nazywa się efektywnością samoubezpieczenia. W całce (15) jest ona uwzględniona jako funkcja parametru θ , czyli stanu świata. Zmiana jej znaku z ujemnego na dodatni oznacza, że samoubezpieczenie jest bardziej skuteczne przy dużych stratach, niż przy małych (analogicznie do ubezpieczenia majątkowego rozważanego w poprzednim rozdziale). Przykładem takiego samoubezpieczenia jest wynajęcie drogiego prawnika wyspecjalizowanego w określonym typie spraw. Zmiana znaku z dodatniego na ujemny oznacza że samoubezpieczenie jest skuteczniejsze przy małych stratach, zaś przy dużych jest nieefektywne. Przykładem jest zakup gaśnic przeciwpożarowych. Ogólnie, kierunek zmiany znaku efektywności samoubezpieczenia informuje o typie technologii usuwania strat przez dane samoubezpieczenie. Zauważmy że przypadek a) Twierdzenia 3 jest analogiczny do Twierdzenia 1 na temat ubezpieczenia majątkowego. Jednak przypadek b) jest odmienny i patrząc na przykłady, wydaje się być typowy dla samoubezpieczenia. Jest to narzędzie zarządzania ryzykiem wiążące się na ogół z prywatną inwestycją niewielkich środków finansowych; stąd wynika lepsza efektywność samoubezpieczenia przy małych stratach niż przy dużych. Twierdzenie 3 pokazuje więc także w jakich przypadkach samoubezpieczenie upodabnia się do ubezpieczenia majątkowego, a w jakich się od niego istotnie odróżnia stanowiąc odmienne narzędzie zarządzania ryzykiem.

4. PODSUMOWANIE

Przeprowadzona w artykule analiza pozwala zweryfikować intuicyjne przekonanie o tym, że czynniki niematerialne, w szczególności stan zdrowia, mają pewne znaczenie przy podejmowaniu decyzji dotyczących ubezpieczenia oraz samoubezpieczenia majątkowego. Związek ten jednak nie jest oczywisty i jak się okazuje, występuje przy określonych założeniach dotyczących funkcji użyteczności decydenta. Założenia te dotyczą pochodnych cząstkowych rzędu drugiego i trzeciego; określane są jako komplementarność zdrowia i bogactwa oraz krzyżowa przezorność względem zdrowia. Przy tych założeniach, pogorszenie stanu zdrowia powoduje wzrost popytu na ubezpieczenie majątkowe. W przypadku samoubezpieczenia dodatkowym czynnikiem jest typ efektywności samoubezpieczenia; w zależności od niego może nastąpić wzrost lub spadek popytu.

Zaprezentowany i analizowany w artykule model nie uwzględnia innych, dodatkowych źródeł ryzyka. Noszą one wspólną nazwę ryzyka w tle (ang. *background risk*) zaś ich cechą charakterystyczną jest to że nie podlegają bezpośrednio ubezpieczeniu. Egzogeniczne ryzyko w tle może mieć różną naturę i pochodzenie. Może dotyczyć majątku decydenta lub jego zdrowia. Uwzględnienie ryzyka w tle w opisywanym modelu i zrozumienie jego wpływu na decyzje ubezpieczeniowe jest ciekawym przyszłym zagadnieniem badawczym.

Innym interesującym przyszłym zagadnieniem badawczym byłoby stworzenie modelu decyzyjnego dotyczącego jednocześnie dwóch rodzajów ubezpieczenia: majątkowego i zdrowotnego (dodatkowego względem powszechnego) dla ustalenia ich interakcji. Oba typy ubezpieczeń służą do zarządzania innymi źródłami ryzyka, ale wyniki tego artykułu (jak i cytowane prace) wskazują że przy pewnych założeniach istnieją krzyżowe efekty pomiędzy zdrowiem i decyzjami dotyczącymi zarządzania ryzykiem.

LITERATURA

- Bednarczyk T. H., (2011), Ekonomiczne i instytucjonalne czynniki rozwoju ubezpieczeń, *Wiadomości Ubezpieczeniowe*, 4, 85–106.
- Briys E., Schlesinger H., (1990), Risk Aversion and the Propensities for Self-Insurance and Self-Protection, *Southern Economic Journal*, 57 (2), 458–467.
- Courbage C., Rey B., (2007), Precautionary Saving in the Presence of Other Risks, *Economic Theory* 32, 417–424.
- Crainich D., Eeckhoudt L., Le Courtois O., (2017), Health and Portfolio Choices: A Diffidence Approach, *European Journal of Operational Research*, 259 (1), 273–279.
- Cutler D. M., Richardson E., (1997), Measuring the Health of the U.S. Population, *Brookings Papers on Economic Activity. Microeconomics*, 28, 217–282.
- Denuit M. M., Eeckhoudt L., Menegatti M., (2011), Correlated Risks, Bivariate Utility and Optimal Choices, *Economic Theory*, 46, 39–54.
- Diamond P., Stiglitz J., (1974), Increases in Risk and in Risk Aversion, *Journal of Economic Theory* 8, 337–360.
- Dionne G., Eeckhoudt L., (1985), Self-Insurance, Self-Protection and Increasing Risk Aversion, *Economics Letters*, 17 (1–2), 39–42.
- Dudziński P., (2014), Insurance and Self-Insurance – Substitutes or Complements?, *Przegląd Statystyczny*, 3, 307–315.
- Edwards R., (2008), Health Risk and Portfolio Choice, *Journal of Business and Economic Statistics*, 26 (4), 472–485.
- Eeckhoudt L., Rey B., Schlesinger H., (2007), A Good Sign For Multivariate Risk Taking, *Management Science*, 53, 117–124.
- Ehrlich I., Becker G. S., (1972), Market Insurance, Self-Insurance, and Self-Protection, *Journal of Political Economy*, 80 (4), 623–648.
- Finkelstein A., Luttmer E., Notowidigdo M., (2009), Approaches to Estimating the Health State Dependence of the Utility Function, *American Economic Review, Papers and Proceedings*, 99 (2), 116–21.

- Finkelstein A., Luttmer E., Notowidigdo M., (2013), What Good Is Wealth Without Health? The Effect of Health on the Marginal Utility of Consumption, *Journal of the European Economic Association*, 11 (1), 221–258.
- Heilpern S., (2001), *Podjęwanie decyzji w warunkach niepewności i ryzyka*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, Wrocław.
- Lee K., (2005), Wealth Effects on Self-Insurance and Self-Protection Against Monetary and Non-monetary Losses, *The Geneva Risk and Insurance Review*, 30, 147–159.
- Lee K., (2010a), Risk Aversion and Self-Insurance, *Journal of Economics*, 101, 277–282.
- Lee K., (2010b), Wealth Effects on Self-Insurance, *The Geneva Risk and Insurance Review*, 35, 160–171.
- Lillard L. A., Weiss Y., (1997), Uncertain Health and Survival: Effects of End-of-Life Consumption, *Journal of Business and Economic Statistics*, 15 (2), 254–268.
- Mace S., (2015), Saving and Perceived Health Risks, *Review of Economics of the Household*, 13 (1), 37–52.
- Menegatti M., (2009), Optimal Prevention and Prudence in a Two-period Model, *Mathematical Social Sciences*, 58, 393–397.
- Outreville J. F., (2011), The Relationship Between Insurance Growth and Economic Development: 80 Empirical Papers for a Review of the Literature, ICER Working Paper 12–2011.
- Outreville J. F., (2013), The Relationship Between Insurance and Economic Development: 85 Empirical Papers for a Review of the Literature, *Risk Management and Insurance Review*, 16, 71–122.
- Rey B., (2003), A Note on Optimal Insurance in the Presence of a Nonpecuniary Background Risk, *Theory and Decision*, 54, 73–83.
- Schlesinger H., (2000), The Theory of Insurance Demand, w: Dionne G., (red.), *Handbook of Insurance*, Boston, Kluwer Academic Publishers, 131–151.
- Sloan F., Viscusi K., Chesson H., Conover C., Whetten-Goldstein K., (1998), Alternative Approaches to Valuing Intangible Health Losses: The Evidence for Multiple Sclerosis, *Journal of Health Economics*, 17 (4), 475–497.
- Tengstam S., (2014), Disability and Marginal Utility of Income: Evidence From Hypothetical Choices, *Health Economics*, 23 (3), 268–82.
- Viscusi K., Evans W., (1990), Utility Functions That Depend on Health Status: Estimates and Economic Implications, *American Economic Review*, 80 (3), 353–374.

WPŁYW CZYNNIKÓW NIEMATERIALNYCH NA POPYT NA UBEZPIECZENIE I SAMOUBEZPIECZENIE MAJĄTKOWE

Streszczenie

W artykule została przeprowadzona analiza wpływu czynników niematerialnych (zdrowia) na decyzje dotyczące ubezpieczenia i samoubezpieczenia majątkowego. Analiza wymaga wprowadzenia funkcji użyteczności zależnej od dwóch zmiennych. Udowodnione zostało twierdzenie mówiące że pogorszenie stanu zdrowia powoduje wzrost popytu na ubezpieczenie majątkowe, pod warunkiem spełnienia założeń dotyczących znaków pochodnych cząstkowych użyteczności rzędu drugiego i trzeciego, wyrażających komplementarność zdrowia

i bogactwa oraz krzyżową przezorność względem zdrowia. Druga część pracy poświęcona jest samoubezpieczeniu. Przy tych samych założeniach, pogorszenie stanu zdrowia może powodować wzrost lub redukcję popytu na samoubezpieczenie, w zależności od typu efektywności samoubezpieczenia.

Słowa kluczowe: ubezpieczenie, samoubezpieczenie, krzyżowa przezorność względem zdrowia

THE EFFECT OF NONMONETARY FACTORS ON THE DEMAND FOR INSURANCE AND SELF-INSURANCE

Abstract

The article considers the impact of nonmonetary factors (health) on insurance and self-insurance (against material damage) decisions. Using a two-argument utility function, we prove that the health deterioration leads to increased demand for insurance if the decision-maker is cross-prudent in health and if wealth and health are complements. Those conditions are equivalent to positivity of second and third order degree cross-derivatives of the utility function. Second part of the article considers analogous effect of health deterioration on self-insurance. In this case the result depends additionally on effectivity of self-insurance as a function of the state of the world.

Keywords: insurance, self-insurance, cross-prudence in health